

令和 3 年 6 月 16 日現在

機関番号：17501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2020

課題番号：16K05234

研究課題名(和文)熱弾性と熱弾塑性の数学解析

研究課題名(英文) Mathematical Analysis for Thermoelasticity and Thermoelastoplasticity

研究代表者

吉川 周二 (Yoshikawa, Shuji)

大分大学・理工学部・教授

研究者番号：80435461

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：熱弾性や熱弾塑性といった固体材料の動的変形を記述する非線形偏微分方程式を中心とし、それらに関連する問題について考察した。研究期間中に得られた成果を大きく分類すると、(1)変数係数梁方程式の解の漸近挙動の分類、(2)形状記憶合金ワイヤーの動的変形を記述する偏微分方程式の導出、(3)構造保存型差分法のエネルギー法とその応用、の3点がある。

研究成果の学術的意義や社会的意義

熱弾性や熱弾塑性は既に工学・物理分野の観点からは理論が確立されており、衝突のシミュレーションなど様々な場面で利用されている。一方そこで用いられるのは本来のモデルを簡略化した問題が殆どである。それは、元のモデルは計算コストが高いことと、数学的に厳密な検証などについては数学理論が十分追いついていないことに起因している。

本研究課題では、オリジナル・もしくはそれにできる限り近いモデルに対する方法論の確立を目指しており、より精度が高く安全な最適設計などに繋がる可能性を秘めている。

研究成果の概要(英文)：We studied the problems on nonlinear partial differential equations representing a dynamical transformation for solid materials such as thermoelasticity and thermoelastoplasticity and their related topics. Our results for this research subject are roughly classified as follows: (1) classification of asymptotic behaviors of solutions for the beam equations with variable coefficients, (2) derivation of a model for shape memory alloys wire (3) energy methods for structure-preserving finite difference methods and its applications.

研究分野：数物系科学、数学解析

キーワード：偏微分方程式 固体材料 構造保存型数値解法 漸近挙動

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

固体の弾性変形と熱伝導の関係を表現する熱弾性方程式は、変位についての弾性方程式と温度についての熱方程式との連立偏微分方程式である。熱弾性方程式は変位と温度の相互作用によって放物型と双曲(分散)型の中間的な性質を持つことがあり解の挙動を単純には分類できないということは以前の研究背景でも述べている。

熱弾性に対しては多くの研究業績が知られているが、もっとも単純な一次元線形熱弾性であっても多くの興味深い問題が存在する。ましてより物理的に自然な非線形問題を考える場合は解の存在でさえ条件次第で自明ではない。熱弾性には様々な観点からの研究が知られているが、そこから派生する問題も多種多様である。例えば、非線形項に Ginzburg-Landau 型の非凸型多項式非線形項を採用すると形状記憶合金を表現するモデルが導出されるし、ヒステリシス作用素と呼ばれる多価作用素を採用すると熱弾塑性方程式が導出される。粘性項を付与することで熱粘弾塑性方程式が導出される。等方的でなく異方的な弾性変形を考えることも物理的には自然な要請であるが、数学の観点からは多くの未解決問題が存在する。

2. 研究の目的

本研究の究極的な目標は熱弾塑性変形や損傷など固体の大変形問題に関わる現象を表現するモデルについて数学を用いて解析し、材料の安全性を保証する問題などへと応用することである。その準備として、本研究課題では熱弾性の非線形偏微分方程式の解の挙動や性質を理論数学の立場から調べ、更にその極限モデルと位置づけられる熱弾塑性の方程式の解の挙動などを特定することを目的としている。またこの問題を考察する上で新たな数学理論の発展に寄与すること、および工学分野の研究者と連携しこれらの理論の応用例を見つけることも本研究の目的である。

3. 研究の方法

上記の目的を達成するため、様々な問題の内、本研究課題では熱弾性の温度分布を与えられたものとする弾性問題、熱弾性、関連する固体材料の方程式に目標を定め、それらの初期値問題(全空間)、初期値境界値問題(有界領域)やワイヤー(幾何学的制約条件)などの仮定の下で問題を考察する。問題の解析には関数解析・調和解析・実解析・確率解析といった各種理論および数値解析の理論を用いる。

積極的に国内外の研究者と交流し情報収集と議論を行うことを意識して研究を進める。また研究分野を通じて、工学分野の情報を取り入れるため、工学などの応用分野の研究者とも連携し情報交換および検証実験を依頼する。また研究室の大学院生や学部生には問題の数値実験を依頼する。

4. 研究成果

上記の方法に沿って研究し実際に研究期間中に得られた結果を以下に挙げる。

(1) 変数係数梁方程式の解の漸近形を分類した。摩擦項と Hooke の法則から導かれる振動項(以下 Hooke 項)に変数係数が作用した梁方程式を考察する。この方程式のモデルは、形状記憶合金の温度を既知関数として与えた線形化モデルや梁の伸張を考慮した Woinowsky-Krieger 梁方程式の線形化方程式のモデルである。変数係数の時間についての減衰(または増大)率によって、解の漸近形は異なり、特に摩擦項の係数の減衰率が弱く摩擦項が無視できない場合について、Hooke 項の係数によって熱方程式の基本解が 4 階放物型方程式の基本解に近づくことを示した。証明に用いるのは自己相似変換とエネルギー法である。本研究は若杉勇太氏との共同研究に基づく。

(2) 構造保存型差分解法について研究した。構造保存型差分解法とはエネルギー保存など方程式のもつ構造を引き継ぐように差分方程式を導出する方法である。構造保存型差分解法は数値計算は勿論のこと微分方程式の解の性質を調べる上でも有効である。一方、微分方程式の持つエネルギー構造を利用して解の諸性質を導く方法をエネルギー法と言う。構造保存型差分解法のもつエネルギー構造に微分方程式のエネルギー法を適用すると微分方程式と全く同じ手続きで差分解法の解の諸性質を導出できることがわかった。このことを利用して、本研究期間中に得られた結果は、動力学的境界条件下での Cahn-Hilliard 方程式、小さな初期値に対する時間大域解の存在と誤差評価、準線形偏微分方程式に対する拡張、その他の方程式に対する応用、である。から のそれぞれについてもう少し詳しく説明する。境界条件自体が時間発展するような微分方程式になっている境界条件を動力学的境界条件という。これは領域の方程式と境界の方程式が独立していることから材料を薄膜でコーティングしたような複合材料を記述する方程式などへの応用が期待される。ここではこの動力学的境界条件下での Cahn-Hilliard 方程式に対しても、構造保存型差分解法が有効であり、エネルギー法を用いることでこの問題の差分解法の解の存在および誤差評価を示した。本研究は和田沙織氏と深尾武史氏との共同研究で

ある。では、初期値が小さいという仮定の下でエネルギー則が成り立つ場合に対しても、微分方程式と全く同様に初期値が十分小さいという仮定の下で構造保存型差分解法の解の存在や誤差評価が示せることをまとめた。微分方程式に対しての「小さな初期値に対する時間大域解の存在」については松村-西原による教科書「非線形微分方程式の大域解 - 圧縮性粘性流の数学解析 (日本評論社)」によって簡潔にまとめられているが、これが離散の枠組みでも全く同様に成立することを示したと言い換えることもできる。上記の松村-西原による著書では準線形偏微分方程式に対してもこれらの理論が応用されているが、これも(半)離散の方程式に適用できることを示した。半群の理論を基礎にした加藤の方法の離散版はLubichらによって与えられているが、我々はこの松村-西原のエネルギー法を基礎にしている。本研究は川島秀一氏との共同研究に基づく。相分離を伴う粘弾性・弾性方程式、弾塑性方程式、熱弾性方程式などについて構造保存型差分解法による解析を与えた。相分離を伴う粘弾性・弾性方程式の結果については紫村一輝氏との共同研究である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計12件（うち査読付論文 11件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Yoshikawa Shuji, Kawashima Shuichi	4. 巻 498
2. 論文標題 Global existence for a semi-discrete scheme of some quasilinear hyperbolic balance laws	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 124929 ~ 124929
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2021.124929	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Yoshikawa Shuji, Wakasugi Yuta	4. 巻 272
2. 論文標題 Classification of asymptotic profiles for the Cauchy problem of damped beam equation with two variable coefficients: Effective damping case	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 938 ~ 957
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2020.10.008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kazuki Shimura, Shuji Yoshikawa	4. 巻 82
2. 論文標題 Error estimate for structure-preserving finite difference schemes of the one-dimensional Cahn-Hilliard system coupled with viscoelasticity	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku Bessatsu	6. 最初と最後の頁 159-175
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 吉川 周二	4. 巻 30
2. 論文標題 構造保存型差分法のエネルギー法	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 応用数理	6. 最初と最後の頁 2 ~ 9
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11540/bjsiam.30.2_2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shuji Yoshikawa	4. 巻 2121
2. 論文標題 Conservative finite difference schemes for one-dimensional nonlinear thermoelasticity	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 1-11
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shuji Yoshikawa	4. 巻 341
2. 論文標題 Remarks on energy methods for structure-preserving finite difference schemes - Small data global existence and unconditional error estimate	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Applied Mathematics and Computation	6. 最初と最後の頁 80-92
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.amc.2018.08.030	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Keisuke Yano, Shuji Yoshikawa	4. 巻 35
2. 論文標題 Structure-preserving finite difference schemes for a semilinear thermoelastic system with second order time derivative	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 1213-1244
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-018-0332-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yoshikawa Shuji, Wakasugi Yuta	4. 巻 76
2. 論文標題 Asymptotic profile of solution for the Cauchy problem of beam equation with variable coefficient	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Applied Mathematics Letters	6. 最初と最後の頁 236 ~ 241
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aml.2017.09.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fukao Takeshi, Yoshikawa Shuji, Wada Saori	4. 巻 16
2. 論文標題 Structure-preserving finite difference schemes for the Cahn--Hilliard equation with dynamic boundary conditions in the one-dimensional case	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Communications on Pure and Applied Analysis	6. 最初と最後の頁 1915 ~ 1938
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/cpaa.2017093	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Okabe Shinya, Suzuki Takashi, Yoshikawa Shuji	4. 巻 Chapter 2
2. 論文標題 Shape Memory Wires in R3	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Shape Memory Alloys - Fundamentals and Applications	6. 最初と最後の頁 37 ~ 56
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5772/intechopen.69175	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shuji Yoshikawa	4. 巻 311
2. 論文標題 Energy method for structure-preserving finite difference schemes and some properties of difference quotient	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Computational and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 394-413
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cam.2016.08.008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shuji Yoshikawa	4. 巻 37
2. 論文標題 An error estimate for structure-preserving finite difference scheme for the Falk model system of shape memory alloys	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 IMA Journal of Numerical Analysis	6. 最初と最後の頁 477-504
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imanum/drv072	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計23件（うち招待講演 16件 / うち国際学会 6件）

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 二次元Cahn-Hilliard 方程式の構造保存型差分解法およびそのエネルギー法
3. 学会等名 高専間ネットワークによる微分方程式研究会（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 二次元構造保存型差分解法に対するエネルギー法
3. 学会等名 Okayama Workshop on Partial Differential Equations（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shuji Yoshikawa
2. 発表標題 Classification of asymptotic profiles for the Cauchy problem of damped beam equation with variable coefficients
3. 学会等名 RIMS 共同研究（公開型）“ 偏微分方程式の臨界現象と正則性理論及び漸近解析 ”（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shuji Yoshikawa
2. 発表標題 Classification of asymptotic profiles for the Cauchy problem of damped beam equation with two variable coefficients
3. 学会等名 Workshop on Partial Differential Equations at the University of Konstanz（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 Small data global existence for the semi-discrete scheme of a model system of hyperbolic balance laws
3. 学会等名 東京大学 数値解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 Energy methods for structure-preserving finite difference schemes
3. 学会等名 早稲田大学 応用解析研究会 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shuji Yoshikawa
2. 発表標題 Small data global existence and unconditional error estimate for structure-preserving numerical schemes
3. 学会等名 RIMS Workshop on "Theoretical Developments to Phenomenon Analyses based on Nonlinear Evolution Equations" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 構造保存型数値解法のエネルギー法
3. 学会等名 第139回 日本数学会九州支部例会 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 Remarks on energy decay of elastic-viscoelastic-elastic composite materials
3. 学会等名 第11回 名古屋微分方程式研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 構造保存型差分解法のエネルギー法
3. 学会等名 日本数学会 2018年度年会 応用数学科分會 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 構造保存型差分解法に対するエネルギー法と差分商の性質
3. 学会等名 不連続Galerkin 有限要素法の数学理論とその周辺
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shuji Yoshikawa
2. 発表標題 Asymptotic profile of solution for the Cauchy problem of beam equation with variable coefficients
3. 学会等名 The sixth Japan-China Workshop on Mathematical Topics from Fluid Mechanics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shuji Yoshikawa
2. 発表標題 Asymptotic profiles of solutions for the linearized damped extensible beam equation with variable coefficients
3. 学会等名 The 11th ISAAC Congress (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shuji Yoshikawa
2. 発表標題 Asymptotic prole of solution for the Cauchy problem of beam equation with variable coefficient
3. 学会等名 Ito Workshop on Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 固体力学に関連する数学解析の諸問題
3. 学会等名 第39回発展方程式若手セミナー (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 多次元構造保存型差分法へのエネルギー法の応用について
3. 学会等名 愛媛大学 第155回 解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shuji Yoshikawa
2. 発表標題 Structure-preserving finite difference schemes for the Cahn--Hilliard equation with dynamic boundary conditions
3. 学会等名 九州関数方程式セミナー（招待講演）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 ある半線形熱弾性方程式に対する構造保存型差分法と誤差解析
3. 学会等名 神戸大学 解析セミナー
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 Asymptotic profile of solution for the Cauchy problem of damped beam equation with variable coefficients
3. 学会等名 HMAセミナー・冬の研究会2017
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 Asymptotic prole of solution for the Cauchy problem of beam equation with time dependent coeffecient
3. 学会等名 第3回神楽坂非線形波動研究会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 Structure-preserving finite difference schemes for the Cahn-Hilliard equation with dynamic boundary conditions in the one-dimensional case
3. 学会等名 数学と現象 : Mathematics and Phenomena in Miyazaki 2016
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 A finite difference method for two-dimensional semilinear thermoviscoelastic systems and its error estimate
3. 学会等名 第12回非線型の諸問題
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 吉川周二
2. 発表標題 Structure-preserving numerical scheme for linear stochastic evolution equations with additive noise
3. 学会等名 線形及び非線形分散型方程式に関する最近の進展
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

大分大学理工学部共創理工学科 数理科学コース 吉川研究室
<http://lab.ms.oita-u.ac.jp/yoshikawa/res.html>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	黄木 景二 (Ogi Keiji) (70281194)	愛媛大学・理工学研究科(工学系)・教授 (16301)	
研究分担者	渡邊 紘 (Watanabe Hiroshi) (30609912)	大分大学・理工学部・准教授 (17501)	

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
連携研究者	川島 秀一 (Kawashima Shuichi) (70144631)	早稲田大学・理工学術院・教授 (32689)	
連携研究者	鈴木 貴 (Suzuki Takashi) (40114516)	大阪大学・数理・データ科学教育研究センター・特任教授 (14401)	
連携研究者	堤 誉志雄 (Tsutsumi Yoshio) (10180027)	京都大学・理学研究科・教授 (14301)	
連携研究者	降旗 大介 (Furihata Daisuke) (80242014)	大阪大学・サイバーメディアセンター・教授 (14401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関