

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 5月31日現在

機関番号：12608

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2010～2012

課題番号：22654020

研究課題名（和文） 非線形発展方程式における動的特異点の解析

研究課題名（英文） Analysis of dynamic singularities in nonlinear evolution equations

研究代表者

柳田 英二 (YANAGIDA EIJI)

東京工業大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：80174548

研究成果の概要（和文）：

本研究では、各種の非線形放物型偏微分方程式における移動特異点を持つ解について定性的な研究を行った。まず、特異性を保持する解が大域的に存在するための条件について調べた。次に、適当な条件の下で、解が特異定常解に収束することを示した。さらに、初期値の空間的減衰レートと特異定常解への収束レートの関係について明らかにした。その結果、収束レートの違いにより、特異定常解には二つのタイプに分類されることが判明した。

研究成果の概要（英文）：

In this project, we studied the qualitative properties of solutions with moving singularities for various nonlinear parabolic partial differential equations. First, we investigated conditions for the global existence of solutions with singularities. Next, under certain conditions, the solution converges to a singular steady state. Furthermore, we showed that the convergence rate depends on the decay rate of initial values. This implies that there are two types of singular steady states that are characterized by the convergence rate.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	700,000	0	700,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
2012年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			0
年度			0
総計	2,600,000	570,000	3,170,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：関数方程式の大域理論

1. 研究開始当初の背景

藤田型方程式はべき乗の形の非線形項を持つ優線形放物型偏微分方程式であり, 特異性を持つ球対称定常解を持つことが知られている. 特異点を持つ非線形楕円型方程式については以前からいくつかの研究がなされていたが, 放物型方程式においては解の爆発などのように特異性の発現に興味が集まっており, 特異点を保持する解の存在はこれまでまったく議論されてこなかった. 最近になって, 藤田型の放物型偏微分方程式に対し, 時間とともに移動する特異点を保持する解の存在が示され, 新たな研究対象として動的な特異点を保持する解が認知されるようになった.

2. 研究の目的

本研究の目的は, 各種の非線形発展方程式に対し, 動的な特異点を保持する解の存在と一意性について調べるとともに, このような解の性質を明らかにすることにある.

3. 研究の方法

まずは, 藤田型方程式についてこれまでの研究における問題点を明らかにし, 動的な特異点の定性的な性質についての研究を進める. また, 空間非一様性の影響や非線形項の摂動についても考察していく.

他の非線形発展方程式については, 特異定常解の存在と安定性について考察を加え, 特異定常解の摂動として動的な特異点を保持する解が存在するかどうかについて調べる. より具体的には, 指数型の反応項を持つ反応拡散方程式あるいは吸収項を持つ非線形放物型方程式について動的な特異点の解析を試みる.

4. 研究成果

特異解の性質について以下のような研究成果が得られた.

(1) 藤田型方程式と呼ばれる放物型偏微分方程式に対し, 特異性を保持する解が大域的に存在するための条件について明らかにした. 解が大域的であるため一つの十分条件は, 初期値が特異定常解の下側にあることであるが, この場合には特異点における解の漸近展開の第2項の係数を任意に指定できることを明らかにした.

(2) 展開式の第2項の係数が定数の場合に, 特異解が定常解に存在することを示すとともに, その収束レートを決定した.

(3) 初期値の空間的減衰レートと特異定常解への収束レートの関係について調べた. その結果, ある範囲では初期値の減衰レートと収束レートの関係は線形の関係にあるが, ある臨界値で飽和することが示された. さらに, 特異定常解には2種類のタイプがあり, これらが飽和する臨界値の違いで特徴付けられることを示した.

(4) 特異性の強さが標準的なものから突然変化するような解 (特異性の変性) を構成し, その性質を調べた.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

- ① S. Sato and E. Yanagida, Appearance of anomalous singularities in a semilinear parabolic equation, Commun. Pure Appl. Anal. 11 (2012), no. 1, 387-405, 査読有
doi:10.3934/cpaa.2012.11.387
- ② S. Sato and E. Yanagida, Asymptotic behavior of singular solutions of a semilinear parabolic equation, Disc. Cont. Dyn. Systems 32 (2012), 4027-4043, 査読有

doi:10.3934/dcds.2012.32.4027

③ S. Sato and E. Yanagida, Singular backward self-similar solutions of a semilinear parabolic equation, DCDS-S 4 (2011), 897-906, 査読有
doi:10.3934/dcdss.2011.4.897

④ S. Sato and E. Yanagida, Forward self-similar solution with a moving singularity for a semilinear parabolic equation, Disc. Cont. Dyn. Systems 26 (2010), 313-331, 査読有
doi:10.3934/dcds.2010.26.313

[学会発表] (計 14 件)

① E. Yanagida, Singular solutions of a semiilinear parabolic equation, UK-Japan Winter School “Nonlinear Analysis”, January 10, 2013, Royal Academy of Engineering, London, UK (Invited talk)

② E. Yanagida, Asymptotic behavior of singular solutions for a semilinear parabolic equation, IMA Annual Programs: Infinite Dimensional and Stochastic Dynamical Systems and Their Applications, Workshop: Dynamical Systems in Studies of Partial Differential Equations, September 25, 2012, University of Minnesota, USA (Invited talk)

③ E. Yanagida, Asymptotic behavior of singular solutions for a semilinear parabolic equation, 9th AIMS International Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and

Applications, July 5, 2012, Orlando, USA (Invited talk)

④ E. Yanagida, Asymptotic behavior of singular solutions for a semilinear parabolic equation, 7th European Conference on Elliptic and Parabolic Problems, May 21, 2012, Gaeta, Italy (Invited talk)

⑤ E. Yanagida, Asymptotic behavior of singular solutions for a semilinear parabolic equation, The 8th East Asia PDE Conference, December 19-22, 2011, Pohang University of Science and Technology, Korea (Invited talk)

⑥ 柳田 英二、藤田方程式の特異解について、研究集会「微分方程式の総合的研究」、2011年12月17日、東京大学大学院数理学研究科（東京都）

⑦ E. Yanagida, Behavior of singular solutions of the Fujita equation, Read Conference, 2011年11月30日、東京大学（東京都）（招待講演）

⑧ E. Yanagida, Singular solutions of a superlinear parabolic equation, A Conference in Honor of the 60th Birthday of Dr. Chang-Shou Lin, July 9, 2011, National Taiwan University, Taiwan

⑨ E. Yanagida, Asymptotic behavior of singular solutions for a semilinear parabolic equation, Second Italian-Japanese Workshop, Geometric

Properties for Elliptic and Parabolic PDE's, INdAM Workshop, June 20, 2011, Cotrona, Italy

Applications, May 28, 2010, Dresden University of Technology, Dresden, Germany

⑩ E. Yanagida, Appearance of anomalous singularities in a semilinear parabolic equation, 1st Sino-Chilean Conference on Nonlinear Elliptic and Parabolic PDE, December 6, 2010, Wuhan University, Wuhan, China

6. 研究組織

(1) 研究代表者

柳田 英二 (YANAGIDA EIJI)
東京工業大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：80174548

(2) 研究分担者

なし

⑪ E. Yanagida, Singular solutions of a semilinear parabolic equation, Nonlinear Analysis and Integrable Systems, 非線形解析と可積分系数理, 2010年11月19日, 龍谷大学セミナーハウス「ともいき荘」, 京都府

(3) 連携研究者

なし

⑫ E. Yanagida, Anomalous singularities of solutions for a semilinear parabolic equation, 早稲田大学 非線形偏微分方程式研究所 設立研究集会, 2010年11月10日, 早稲田大学西早稲田キャンパス (東京都)

⑬ E. Yanagida, Appearance of anomalous singularities in a semilinear parabolic equation, 4th Euro-Japan Workshop on Blow-up, September 8, 2010, Lorentz Center, Leiden University, Netherland

⑭ E. Yanagida, Appearance of anomalous singularities in a semilinear parabolic equation, Special session on Reaction Diffusion Systems, The 8th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and