

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 16 日現在

機関番号：24403

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2017

課題番号：25730022

研究課題名(和文) クラスタ点過程の漸近論の解析と点過程解析に関するRパッケージのGUI実装化

研究課題名(英文) Analysis for asymptotic theory of cluster point processes and GUI implementation of R package on point process analysis

研究代表者

田中 潮 (Tanaka, Ushio)

大阪府立大学・理学(系)研究科(研究院)・助教

研究者番号：60516897

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円

研究成果の概要(和文)：クラスタ点過程に対する尤度解析に関する研究成果として、拡張Neyman-Scottクラスタ点過程に対するNND型最尤法を提案し、漸近論に関する研究成果として、NND型最尤推定量の強一致性を証明した(Tanaka, Ogata, 2014)。点過程解析に関する研究は、本研究計画を超えた研究課題へ発展し、R package: NSclusterを開発したことにより結実した(Tanaka, Nakano, Saga, 2018)。

さらに、本研究課題を微分幾何学の視点から深め、M. GromovによるGreen Bookに掲載されている問題へ解答を与え、有界な測度距離空間の直径に対する評価を得た。

研究成果の概要(英文)：We have proposed the nearest neighbor distance maximum likelihood (NND-likelihood for short) estimation procedure for superposed spatial point patterns of Neyman-Scott cluster processes of different distance scales and cluster sizes. We have proven the strong consistency of the maximum NND-likelihood estimator (Tanaka, Ogata, 2014). We have established an R package: NScluster for simulation and parameter estimation for Neyman-Scott cluster point process models and their extensions (Tanaka, Nakano, Saga, 2018). We have studied Gromov's problem, which concerns the expansion coefficient and the observable diameter of a metric measure space. We have obtained an answer to the problem. Furthermore, we have determined the novel bounds for the diameter of a bounded metric measure space.

研究分野：Theory of point processes, Differential Geometry

キーワード：cluster point process Palm-likelihood NND-likelihood NScluster OpenMP metric measure space expansion coefficient observable diameter

1. 研究開始当初の背景

(1) Tanaka, Ogata, Stoyan (2008, Biom. J, DOI:10.1002/bimj.200610339.) は, Neyman-Scott クラスタ点過程に対して, Palm 型強度に基づく尤度解析: Palm 型最尤法を確立した. Palm 型強度は, 歴史的には, ドイツの通信技術者である Palm C. (1907-1951) による電話の待ち時間 (telephone traffic) に関する研究に端を発す. 同論文では, モデルパラメータのサイズが異なる 2 種類の Neyman-Scott クラスタ点過程の重ね合わせにより拡張される重ね合わせ Neyman-Scott クラスタ点過程も提案された. ところが, この点過程モデルのパラメータを Palm 型最尤法により推定すると, クラスタ点過程に対する同定問題が生じる. これは, 同論文に端を発す研究課題として残されていた.

(2) Palm 型最尤法において重要な役割を果たす Palm 型強度を理論的に考察した. Palm 型強度は, Neyman-Scott クラスタ点過程を幾何学的に特徴づける 2 次特性量としても知られていたが, それに関する性質は定式化されていなかった.

(3) Tanaka, Ogata, Katsura (2008, CSM, URL <http://www.ism.ac.jp/editsec/csm/>) によるクラスタ点過程解析のための software を R package へ展開する研究が, 本研究課題の先行研究として, 中野純司教授 (統計数理研究所) と嵯峨優美氏との共同研究として遂行していた.

(4) 本研究課題を多角的に考察することにより充実するべく, 微分幾何学に関する問題も考察した.

2. 研究の目的

(1) 重ね合わせ Neyman-Scott クラスタ点過程に対して, Palm 型最尤法に付随的にはたらく新しい尤度解析を提案することにより, クラスタ点過程に対する同定問題を回避することが研究目的である.

(2) Neyman-Scott クラスタ点過程の Palm 型強度の原点における pole と, Palm 型強度の range of correlation を解析的に記述することが研究目的である.

(3) クラスタ点過程に対する尤度解析を, Tanaka et al. (2008, CSM) による software で実行するとき, 数日単位の計算時間を要する. 計算時間を短縮することにより尤度解析を効率化し, software を汎用化することが研究目的である.

(4) M. Gromov による 'Green Book' に掲載されている測度距離空間に関する問題: 測度距離空間上の (Gromov's) expansion

coefficient を, 測度距離空間の observable diameter により下から評価せよ', へ解答を与えることが研究目的である.

3. 研究の方法

(1) 重ね合わせ Neyman-Scott クラスタ点過程の最近接距離分布の確率密度を, Palm 型最尤法と同様に, 等方非一樣 Poisson 点過程の強度関数とみなし, これに基づく疑似最尤法を提唱する.

(2) Neyman-Scott クラスタ点過程の Palm 型強度に対して, 同じ親点に属する相異なる子点間の距離に関する確率分布の解析的表現とそれに対する評価を与える.

(3) Palm 型最尤推定値 (MPLE) を, より速く求めるために, 共同研究をとおして開発した R package: NScluster は, OpenMP による並列計算を実装している.

(4) 測度距離空間上に測度集中を引き起こし, 測度集中を記述する concentration function を, Gromov と独立に提唱された (M.) Ledoux's expansion coefficient により上から評価する. concentration function は, observable diameter と双対な概念である. Ledoux's expansion coefficient は, 例えば, コンパクト Riemann 多様体に対して, それの Cheeger's isoperimetric constant に類似した概念とみなせる. 一方, observable diameter は, 距離空間上に与えられた Borel 確率測度をとおして, 測度距離空間の直径を記述する概念である.

4. 研究成果

(1) 重ね合わせ Neyman-Scott クラスタ点過程に対して NND 型最尤法を提唱し, NND 型最尤推定量の強一致性を証明した.

(2) Neyman-Scott クラスタ点過程の Palm 型強度が, 原点において pole をもつための十分条件と, Palm 型強度の range of correlation に対する評価を得た. range of correlation に関する結果の応用として, 以下を考察した:

各クラスタが有界な Neyman-Scott クラスタ点過程が, connected component Markov 点過程になるための十分条件に関する注意を与えた.

Tanaka, Ogata (2014, AISM) は, NND 型最尤法を導入することにより, 重ね合わせ Neyman-Scott クラスタ点過程に対する Palm 型最尤法による同定問題 (Tanaka et al. (2008, Biom. J)) を回避した.

この問題がいつ生じるか, この問題に対する十分条件に対して, 重ね合わせ Neyman-Scott クラスタ点過程の Palm

型強度の原点における pole と Palm 型強度の range of correlation による注意を与えた。

(3) 中野教授と嵯峨氏との共同研究をとおして, R package: NScluster (その他[1])を CRAN へ upload した .NScluster により, MPLE を, より速く求めることが可能になった。NScluster と, それに関連する R package: palm に対して, MPLE の計算速度を比較した。数値実験の結果, NScluster は, MPLE を, palm より約 6 倍速く計算することを確認した。以上の研究成果を学術論文(Tanaka, Saga, Nakano)として執筆し, 投稿中である。

(4) 前述した`Green Book`に掲載されている問題へ解答を与えた。加えて, 有界な測度距離空間の直径に対する評価を得た。特に, 距離空間が doubling 測度をもつならば, 距離空間の直径に対する上からの評価を, Ledoux's expansion coefficient により与えた。この評価を, 非負 Ricci 曲率をもつコンパクト連結 Riemann 多様体へ適用した。Riemann 多様体の直径に対する上からの評価は, それ Laplacian の第一固有値と doubling 定数によりあらわされる。一方, それに対する下からの評価を, 測度距離空間上の測度の Laplace functional により与えた。測度距離空間の直径に関する結果と, 関連する先行研究を比較検討した。さらに, 本研究に関する諸結果において引用している Ledoux's expansion coefficient に対する十分条件: 距離空間上の測度が doubling ならば, Ledoux's expansion coefficient は有限であり, 測度距離空間上, Poincaré の不等式が成り立つならば, `Ledoux's expansion coefficient` > 1, を得た。以上の研究成果を学術論文(単著)として執筆し, 投稿中である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者および連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

- [1] Ushio Tanaka, Yoshihiko Ogata, Identification and estimation of superposed Neyman-Scott cluster processes, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 66, 687-702, 2014. (査読付)
DOI:10.1007/s10463-013-0431-z
- [2] Ushio Tanaka, Remark on the Palm intensity of Neyman-Scott cluster point processes, International Journal of Applied Mathematics, 26, 433-445, 2013. (査読付)
DOI:10.12732/ijam.v26i4.3

[学会発表](計4件)

- [1] 田中潮, Gromov's problem: Bound the expansion coefficient from below in terms of the observable diameter of a metric measure space, and its diameter bounds. 研究会「測地線および関連する諸問題」, 2017年, 熊本大学。
- [2] Ushio Tanaka, Remark on the Palm intensity of Neyman-Scott cluster point processes, 石垣統計国際会議, 2013年, 沖縄県。
- [3] Ushio Tanaka, Remark on the Palm intensity of Neyman-Scott cluster point processes, Probability, Statistics and Applications, 2013, Braunschweig, Germany.
- [4] 田中潮, クラスタ点過程の Palm 型強度の幾何学的性質とその疑似最尤法に対する漸近論, 統計関連学会連合大会, 2013年, 大阪大学。

[図書](1件)

- [1] 矢島美寛, 田中潮, 時空間統計解析(近刊), 共立出版。
【概要】時空間統計解析の理論に関する文献の多くが洋書である。本書は, 「理論統計学教程」シリーズの趣旨に沿い, 特に, 時空間統計解析に関する様々なモデルの性質および推測理論を, 数学的に厳密かつ端的に解説した和書である。時空間統計解析への興味を惹起する文献となることを目指している。

[その他]

- (1) Ushio Tanaka, Junji Nakano, Masami Saga (2018). NScluster: Simulation and Estimation of the Neyman-Scott Type Spatial Cluster Models. R package version 1.2.0, URL <https://CRAN.R-project.org/package=NScluster>.
【概要】上記 URL は, R package: NScluster に関する共著論文(Tanaka, Saga, Nakano, 投稿中)に先立つ。同 URL より, NScluster の実行結果等を確認することができ, 同 package の reference manual を download することも可能である。
- (2) 田中潮, 中野純司, 綿森葉子, R package: NScluster によるクラスタ点過程のパラメータ推定, 一般研究 2, 29-共研-2016, 情報・システム研究機構 統計数理研究所。
【研究目的】NScluster をとおして, 点過程論と関連する方向統計学による, クラスタ点過程解析の発展の可能性を

探る .

6 . **研究組織**

(1) 研究代表者

田中 潮 (TANAKA, Ushio)

大阪府立大学・大学院理学系研究科・助教

研究者番号 : 60516897