

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 30 日現在

機関番号：13302

研究種目：新学術領域研究(研究領域提案型)

研究期間：2012～2016

課題番号：24106004

研究課題名(和文) 記憶領域制限シナリオにおける計算限界の解明

研究課題名(英文) Exploring the Limits of Computation in the Scenario of Constrained Work Space

研究代表者

浅野 哲夫 (Asano, Tetsuo)

北陸先端科学技術大学院大学・学長

研究者番号：90113133

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 22,100,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、対数領域計算モデルでの非自明な下界と上界の確立に向けて強力な解析技法の開発を行った。与えられた実数値配列上で、各要素の対して、より大きな値をもつ要素の中で直近のものを見つける直近上位要素発見問題を基本問題として考えた。線形の作業領域を許すと線形時間ですべての直近上位要素を求めることができるが、少ない作業領域でどの程度の高速度が達成できるかが問題である。本研究では、定数個のメモリを用いるだけで十分に高速なアルゴリズムを開発することに成功し、その計算時間とメモリ量との間のトレードオフについても成果を得た。同様の研究結果を計算幾何学やグラフ理論の基本的な問題についても得ることができた。

研究成果の概要(英文)：In this research we have developed powerful techniques for analysis toward establishment of nontrivial lower and upper bounds on the constrained work space. The most fundamental problem is to seek for each entry in a given array of real numbers one of nearest greater values. Using linear size of work space we can design a linear time algorithm for solving the problem. Our problem is whether we can solve the problem in an efficient way using less work space. In this research we showed that we have an efficient algorithm using only constant amount of work space. We also had results on time and space tradeoffs on the problem. We obtained other many results in basic problems in computational geometry and graph theory.

研究分野：計算幾何学

キーワード：アルゴリズム 計算量 計算幾何学 グラフアルゴリズム 作業領域

1. 研究開始当初の背景

メモリ素子が安価に製造できるようになって以来、メモリをふんだんに使ったプログラミングが世の中に溢れるようになってきた。しかし、メモリの増大につれ解こうとする問題のサイズの一層の増大を招き、結果的には問題サイズのメモリを使うことができない状況が生じている。ビッグデータ解析などがその典型例で、非常に大きなサイズの問題を想定したときには、入力すらメモリに蓄えることができない。そこで、作業領域を入力サイズの対数程度（その定数倍以内）に制限したシナリオ（対数領域計算モデル）が重要視されるに至った。

対数領域限定モデルでは、アルゴリズムの内部状態が多項式で抑えられるために、計算時間も必ず多項式で抑えられることになる。このような制限された計算モデルでも、その計算能力の解明は十分には進んでおらず、計算複雑さの理論の重要な課題の一つになっていた。

2. 研究の目的

本研究では、対数領域計算モデルでの非自明な下界の確立に向けて強力な解析技法の開発をめざす。また、最短経路問題に代表されるグラフ問題や幾何的最短経路問題などを、計算量下界の解析手法検討の領域全体の共通の課題として提案する。一般のグラフでの最短経路問題には有力な下界が証明されているため、具体的な問題として、どのようなグラフ族を対象にすればよいかを詳細に検討した上で課題提供を行い、他班と共同で様々な解析技法の適用を試みる。

制約されたメモリモデルについても、従来から作業領域を入力サイズの対数程度に制限したシナリオ（対数領域計算モデル）だけに限定することなく、アルゴリズムの実行時に利用可能なメモリを最大限に利用して、そのメモリ制約の下で最も効率の良いアルゴリズムを開発することを目指すというシナリオについても研究を進める。また、作業領域と実行時間の間のトレードオフの問題についても研究を進める。

3. 研究の方法

初年度は計算モデルの確立から始めた。本研究では(1)定数作業領域計算モデル、(2)小領域計算モデル、(3)環境適応型計算モデルの3通りにシナリオを想定している。いずれの計算モデルにも共通に、サイズ n の入力データは読み出し専用の配列に蓄えられた形で与えられるものとする。グラフが与えられる場合には、頂点のリストと隣接点リストが入力として与えられるものとする。また、幾何問題に対しては、点や線分などの幾何的オブジェクトが配列に与えられるものとす

る。

定数作業領域計算モデルでは、サイズ n の入力データに対して、 $O(\log n)$ ビットの作業領域だけが許される。サイズ n の入力配列の各要素を参照するのに $O(\log n)$ ビットが必要であるから、これはアルゴリズムで利用可能な変数の個数を定数個に制限しているのと同値である。

小作業領域計算モデルでは、入力サイズの平方根程度のメモリサイズを仮定する。もちろん、理論的には平方根程度の作業領域に限定するのではなく、線形よりも真に少ない $o(n)$ の作業領域が利用可能とすべきところである。

環境適応型計算モデルは両者の中間的なものであり、 $O(1)$ から $O(n)$ の間の任意の値を取る s に対して、 $O(s)$ の作業領域が利用可能である。多くの作業領域を使える場合には問題を高速に解けて然るべきであるが、常にそうとは言えないのが難しい点である。ソーティングや中央値選択のような基本的な問題については作業領域と計算時間の間のトレードオフが確立されているが、たとえば、重み付きグラフ上での最短経路問題のような代表的な問題に対してもトレードオフは知られていない。

環境適応型計算モデルでは $O(1)$ から $O(n)$ の間の任意の値を取る s に対して $O(s)$ の作業領域を仮定する。 $O(s)$ の作業領域が使えるなら、それと同程度のサイズのデータ構造をあらかじめ構成しておいて、それを用いて効率よく計算を実行するということが可能である。本研究では、上に述べた3つの枠組みの中で研究を進める。

4. 研究成果

[1] 多角形内部の2点間の最短経路発見問題

多角形の中でも特に下辺が1つの辺だけで構成されており、上辺は左から右へと単調に進む点列となっているものをマウンテンと呼ぶ。Hをk個の頂点から構成されるマウンテンとすると、Hの周囲を一度辿るだけでHの内部を三角形に分解するアルゴリズムを構成した、このアルゴリズムを用いると、n個の頂点をもつ多角形の内部に任意に2点が与えられたときに、 $O(s)$ のメモリと $O(n^2)$ の時間を用いて $O(s)$ のサイズのデータ構造を構築し、与えられた2点を結ぶ最短経路を $O(n^2/s)$ の時間で求めるアルゴリズムを構成した。

[2] 最近上位要素発見問題

この論文では次の問題を考える。n個の実数が配列 $A[1..n]$ 上に与えられたとき、各要素 $A[i]$ に対して、 $A[i]$ より大きな要素の中で最も $A[i]$ に近い要素 $A[j]$ を求めよ。

この問題に対しては、 $O(n \log n)$ 時間で解く定数作業領域アルゴリズムが既に知られている。本論文では定数以上のメモリを用いたときにどれだけ高速化が図れるかに注目

した。その結果、 $O(b)$ のメモリを用いると、 $O(\log b)$ 倍だけ高速化ができることが分かった。しかも、どのようなアルゴリズムを考案したとしても、必ず $O(n/b \log n)$ の計算時間はかかることが判明した。

[3] 線分交差列挙問題

平面上に n 本の線分が与えられたときに、 $O(s)$ のメモリだけを用いて効率よくすべての交差線分対を列挙せよ。この問題に対して、まずは線分が垂直線分と水平線分だけから成る場合に $O(n/s \log n)$ 時間で列挙するアルゴリズムを提案した。これを拡張する形で一般の場合も考え、 $O(n^2/s \log s + K)$ の時間で K 個の交差線分対を列挙するアルゴリズムを提案した。

[4] 2値画像処理

2値画像とは2種類の明るさしか持たない画像のことであり、通常は0または1の値をもつ正方形列として与えられることが多い。2値画像は画像処理の基本であり、計算機が出現して以来、長い間研究されてきた。本研究は、従来は考えられなかった省メモリのアルゴリズムを提案するものである。

2値画像は幾つかの連結成分から構成されているのが普通である。連結成分の個数を求めるのに、画素数 n に比例するメモリを使えば線形時間 $O(n)$ で求めることができるが、定数作業領域しか使えない場合にはどれだけの時間がかかるかは知られていなかった。これが $O(n \log n)$ の時間でできることが分かったことが本研究の出発点であった。さらに、この結果を拡張して、最大の連結成分を求めることも可能となった。さらに、各連結成分ごとに異なる整数をラベルとして付与する問題も、平方根程度のメモリを用いるだけでは非常に効率よく解けることも判明した。

[5] 木上での最短経路発見

n 個の頂点をもつ木が与えられているとき、別に2つの頂点を指定して、それらを結ぶ最短経路を求める問題に対しては、 $O(n)$ のメモリを用いて $O(n)$ の時間で求めるアルゴリズムが知られている。この問題に対して定数作業領域でどの程度高速に問題を解決できるかを調べたところ、 $O(n)$ 時間で十分であることを示した。つまり、定数作業領域で十分だということが判明した。

[6] 格子グラフ上での最短経路発見

n 個の頂点をもつ重み付き格子グラフとその上の任意の2頂点が与えられたとき、2頂点を結ぶ最短経路を求めたい。もちろん、 $O(n)$ のメモリを用いて良いなら $O(n \log n)$ 時間で最短経路を求めることができるが、平方根程度のメモリだけで最短経路を求めることができるかどうかの問題である。これに対して、ほぼ平方根程度のメモリだけを用いて、頂点数の2乗にほぼ比例する時間で求め

るアルゴリズムを開発した。この結果をより一般的な平面グラフの場合に拡張もした。示したことは、平方根程度のメモリだけを用いて平面グラフ上で指定された任意の2頂点間の最短経路を見つけるアルゴリズムの開発である。残念ながら、計算時間については多項式時間としか言えないのが現状であるが、最初の省メモリアルゴリズムである。この結果は研究代表者である渡辺治教授のグループとの共同研究の成果である。

[7] 深さ優先探索

n 個の頂点と m 個の辺をもつグラフの上を深さ優先で探索を行うのに、 $O(n \log n)$ ビットを用いれば $O(m+n)$ の時間で十分であることが知られているが、作業領域を減らした場合にも深さ優先探索を実行できるかどうかは分かっていなかった。本研究では、初めて、 $2n + O(\log n)$ ビットだけを用いて $O(mn)$ の時間で深さ優先探索を行うアルゴリズムを開発した。さらに、 $O(n)$ ビットの作業領域を用いれば、 $O(m \log n)$ 時間で深さ優先探索が実行できることも示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 50 件) *全て査読有り
2013 年度以降分のみ記載

1. R. Belmonte, Y. Otachi, P. Schweitzer. Induced minor free graphs: Isomorphism and clique-width. *Algorithmica*, 掲載決定. DOI:10.1007/s00453-016-0234-8
2. P. Klavík, J. Kratochvíl, Y. Otachi, T. Saitoh, T. Vyskocil. Extending partial representations of interval graphs. *Algorithmica*, 掲載決定. DOI:10.1007/s00453-016-0186-z
3. M. Kiyomi, Y. Otachi. Alliances in graphs of bounded clique-width. *Discrete Applied Mathematics*, 掲載決定. DOI:10.1016/j.dam.2017.02.004
4. D. Xu, T. Horiyama, T. Shirakawa, R. Uehara. Common Developments of Three Incongruent Boxes of Area 30. *Computational Geometry: Theory and Applications*, 64, 2017, 1-12. DOI:10.1016/j.comgeo.2017.03.001
5. T. Asano, L. Buzer, S. Bereg. A new algorithmic framework for basic problems on binary images. *Disc. Appl. Mathematics*, 216, 2017, 376-392. DOI:10.1016/j.dam.2016.02.025
6. T. Hayashi, A. Kawamura, Y. Otachi, H. Shinohara, K. Yamazaki. Thin strip graphs. *Disc. Appl. Math.*, 216, 2017, 203-210. DOI:10.1016/j.dam.2015.01.018
7. S. Chaplick, P. Hell, Y. Otachi, T.

- Saitoh, R. Uehara. Ferrers dimension of grid intersection graphs. *Disc. Appl. Mathematics*, 216, 2017, 130-135. DOI:10.1016/j.dam.2015.05.035
8. O. Rifki, H. Ono, S. Kagawa. The robustest clusters in the input-output networks: global CO2 emission clusters. *J. of Economic Structures*, 6:3, 2017, 1-29. DOI:10.1186/s40008-017-0062-2
 9. M. Kiyomi, Y. Otachi. Finding a chain graph in a bipartite permutation graph. *Inf. Process. Lett.*, 116, 2016, 569-573. DOI:10.1016/j.ipl.2016.04.006
 10. T. Ishii, H. Ono, Y. Uno. (Total) Vector domination for graphs with bounded branchwidth. *Discrete Applied Mathematics*, 207, 2016, 80-89. DOI:10.1016/j.dam.2016.03.002
 11. T. Ishii, H. Ono, Y. Uno. Subexponential fixed-parameter algorithms for partial vector domination. *Disc. Optimization*, 22, 2016, 111-121. DOI:10.1016/j.disopt.2016.01.003
 12. A. Haddadan, T. Ito, A. E. Mouawad, N. Nishimura, H. Ono, A. Suzuki, Y. Tebbal. The complexity of dominating set reconfiguration. *Theoretical Computer Science*, 651, 2016, 37-49. DOI:10.1016/j.tcs.2016.08.016
 13. Y. Asahiro, J. Jansson, E. Miyano and H. Ono. Degree-Constrained Graph Orientation: Maximum Satisfaction and Minimum Violation. *Theory of Computing System.*, 58(1), 2016, 60-93. DOI:10.1016/j.dam.2016.03.002
 14. Y. Araki, T. Horiyama, and R. Uehara. Common Unfolding of Regular Tetrahedron and Johnson-Zalgaller Solid. *Journal of Graph Algorithms and Applications*, 20, 2016, 101-114. DOI:10.7155/jgaa.00386
 15. E. D. Demaine, D. Eppstein, A. Hesterberg, H. Ito, A. Lubiw, R. Uehara, and Y. Uno. Folding a Paper Strip to Minimize Thickness. *Journal of Discrete Algorithms*, 36, 2016, 18-26. DOI:10.1016/j.jda.2015.09.003
 16. T. Ito, S.-I. Nakano, Y. Okamoto, Y. Otachi, R. Uehara, T. Uno, Y. Uno. A polynomial-time approximation scheme for the geometric unique coverage problem on unit squares. *COMPUTATIONAL GEOMETRY: Theory and Applications*, 51, 2016, 25-39. DOI:10.1016/j.comgeo.2015.10.004
 17. M. Kiyomi, Y. Okamoto, Y. Otachi. On the treewidth of toroidal grids. *Discrete Applied Mathematics*, 198, 2016, 303-306. DOI:10.1016/j.dam.2015.06.027
 18. M. Konagaya, Y. Otachi, and R. Uehara. Polynomial-time algorithms for Subgraph Isomorphism in small graph classes of perfect graphs. *Discrete Applied Mathematics*, 199, 2016, 37-45. DOI:10.1016/j.dam.2015.01.040
 19. T. Izumi, T. Izumi, H. Ono, K. Wada. Approximability of Minimum Certificate Dispersal with Tree Structures. *Theoretical Computer Science*, 591, 2015, 5-14. DOI:10.1016/j.tcs.2015.01.007
 20. N. Fujinaga, Y. Yamauchi, H. Ono, S. Kijima, and M. Yamashita. Pattern Formation by Oblivious Asynchronous Mobile Robots. *SIAM Journal on Computing*, 44(3), 2015, 740-785. DOI:10.1137/140958682
 21. Y. Asahiro, J. Jansson, E. Miyano and H. Ono. Graph Orientations Optimizing the Number of Light or Heavy Vertices. *Journal of Graph Algorithms and Applications*, 19(1), 2015, 441-465. DOI:10.7155/jgaa.00371
 22. D. Dereniowski, H. Ono, I. Suzuki, L. Wrona, M. Yamashita and P. Zylinski. The searchlight problem for road networks. *Theoretical Computer Science*, 591, 2015, 28-59. DOI:10.1016/j.tcs.2015.04.026
 23. E. D. Demaine, M. L. Demaine, E. Fox-Epstein, D. A. Hoang, T. Ito, H. Ono, Y. Otachi, R. Uehara, and T. Yamada. Linear-Time Algorithm for Sliding Tokens on Trees. *Theoretical Computer Science*, 600, 2015, 132-142. DOI:10.1016/j.tcs.2015.07.037
 24. P. Klavík, J. Kratochvíl, Y. Otachi, T. Saitoh. Extending partial representations of subclasses of chordal graphs. *Theoretical Computer Science*, 576, 2015, 85-101. DOI:10.1016/j.tcs.2015.02.007
 25. O. Aichholzer, J. Cardinal, T. Hackl, F. Hurtado, M. Korman, A. Pilz, R. Silveira, R. Uehara, P. Valtr, B. Vogtenhuber, E. Welzl. Cell-Paths in Mono- and Bichromatic Line Arrangements in the Plane. *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, 16, 2014, 317-332. <https://dmtcs.episciences.org/2088>
 26. J. Chun, T. Horiyama, T. Ito, N. Kaothanthong, H. Ono, Y. Otachi, T. Tokuyama, R. Uehara, T. Uno. Base-Object Location Problems for Base-Monotone. *Theoretical Computer Science*, 555, 2014, 71-84.

- DOI:10.1016/j.tcs.2013.11.030
27. E. D. Demaine, M. L. Demaine, N. J. A. Harvey, R. Uehara, T. Uno, Y. Uno. UNO is hard, even for a single player. *Theoret. Computer Science*, 521, 2014, 51-61. DOI:10.1016/j.tcs.2013.11.023
 28. T. Hasunuma, T. Ishii, H. Ono, Y. Uno. Algorithmic aspects of distance constrained labeling: a survey. *Int. J. of Networking and Computing*, 4, 2014, 251-259.
 29. T. Ito, K. Kawamura, H. Ono, X. Zhou. Reconfiguration of list $L(2,1)$ -labelings in a graph. *Theoret. Computer Science*, 544, 2014, 84-97. DOI:10.1016/j.tcs.2014.04.011
 30. T. Ito, S.-I. Nakano, Y. Okamoto, Y. Otachi, R. Uehara, T. Uno, Y. Uno. A 4.31-Approximation for the Geometric Unique Coverage Problem on Unit Disks. *Theoret. Computer Science*, 544, 2014, 14-31. DOI:10.1016/j.tcs.2014.04.014
 31. M. Li, Y. Otachi, T. Tokuyama. Efficient algorithms for network localization using cores of underlying graphs. *Theoretical Computer Science*, 553, 2014, 18-26. DOI:10.1016/j.tcs.2014.02.020
 32. Y. Otachi, T. Saitoh, K. Yamanaka, S. Kijima, Y. Okamoto, H. Ono, Y. Uno, K. Yamazaki. Approximating the path-distance-width for AT-free graphs and graphs in related classes. *Disc. Appl. Math.*, 168, 2014, 69-77. DOI:10.1016/j.dam.2012.11.015
 33. R. Uehara. The graph isomorphism problem on geometric graphs. *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, 16, 2014, 87-96. <https://dmtcs.episciences.org/2076>
 34. K. Kozawa, Y. Otachi, and K. Yamazaki. Lower bounds for treewidth of product graphs. *Disc. Appl. Math.*, 162, 2014, 251-258. DOI:10.1016/j.dam.2013.08.005
 35. S.-I. Nakano, R. Uehara, and T. Uno. Efficient algorithms for a simple network design problem. *Networks*, 62, 2013, 95-104. DOI:10.1002/net.21500
 36. T. Shirakawa and R. Uehara. Common Developments of Three Incongruent Orthogonal Boxes. *International Journal of Computational Geometry and Applications*, 23(1), 2013, 65-71. DOI:10.1142/S0218195913500040
 37. T. Uno, R. Uehara, and S.-I. Nakano. Bounding the Number of Reduced Trees, Cographs, and Series-Parallel Graphs by Compression. *Discrete Mathematics, Algorithms and Applications*, 5(2), 2013, 1360001-1350014. DOI:10.1142/S179383091360001X
 38. T. Hasunuma, T. Ishii, H. Ono, Y. Uno. A Linear Time Algorithm for $L(2,1)$ -Labeling of Trees. *Algorithmica*, 66(3), 2013, 654-681. DOI:10.1007/s00453-012-9657-z
 39. Y. Asahiro, E. Miyano, T. Murata, H. Ono. Optimal approximability of bookmark assignments. *Disc. Appl. Math.*, 161(16-17), 2013, 2361-2366. DOI:10.1016/j.dam.2013.05.018
 40. T. Asano, K. Buchin, M. Buchin, M. Korman, W. Mulzer, G. Rote, A. Schulz. Memory-constrained algorithms for simple polygons. *Comput. Geom.*, 46(8), 2013, 959-969. DOI:10.1016/j.comgeo.2013.04.005
- [学会発表] (計 44 件) 2016 以降のみ掲載
1. T. Hanaka, H. L. Bodlaender, T. van der Zanden, H. Ono. On the Maximum Weight Minimal Separator. The 14th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation (TAMC 2017). 2017/4/20-22. Bern, Switzerland.
 2. K. Ouchi and R. Uehara. Efficient Enumeration of Flat-Foldable Single Vertex Crease Patterns. The 11th International Conference and Workshops on Algorithms and Computation (WALCOM 2017). 2017/3/29-31. Hsinchu, Taiwan.
 3. D. A. Hoang, E. Fox-Epstein and R. Uehara. Sliding tokens on block graphs. WALCOM 2017. 2017/3/29-31. Hsinchu, Taiwan.
 4. K. Yamanaka, E. D. Demaine, T. Horiyama, A. Kawamura, S.-I. Nakano, Y. Okamoto, T. Saitoh, A. Suzuki, R. Uehara and T. Uno. Sequentially Swapping Colored Tokens on Graphs. WALCOM 2017. 2017/3/29-31. Hsinchu, Taiwan.
 5. R. Águeda, N. Cohen, S. Fujita, S. Legay, Y. Manoussakis, Y. Matsui, L. Montero, R. Naserasr, Y. Otachi, T. Sakuma, Z. Tuza, R. Xu. Safe sets in graphs: Graph classes and structural parameters. The 10th Annual International Conference on Combinatorial Optimization and Applications (COCO A 2016). 2016/12/16-18. Hong Kong, China.
 6. H. L. Bodlaender, H. Ono, Y. Otachi. Degree-constrained orientation of maximum satisfaction: Graph classes and parameterized complexity. The 27th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2016).

- 2016/12/12-14, Sydney, Australia.
7. P. Klavík, Y. Otachi, and J. Šejnoha. On the classes of interval graphs of limited nesting and count of lengths. The 27th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2016). 2016/12/12-14, Sydney, Australia.
 8. D. A. Hoang and R. Uehara. Sliding Tokens on a Cactus. The 27th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2016). 2016/12/12-14, Sydney, Australia.
 9. H. L. Bodlaender, H. Ono, Y. Otachi. A faster parameterized algorithm for Pseudoforest Deletion. The 11th International Symposium on Parameterized and Exact Computation (IPEC 2016). August 24-26, Aarhus, Denmark.
 10. A. Kawamura, S. Moriyama, Y. Otachi, J. Pach. A lower bound on opaque sets. The 32nd International Symposium on Computational Geometry (SoCG 2016). 2016/6/14-18. Boston, USA.
 11. T. Horiyama, R. Uehara and H. Hosoya. Convex Configurations on Nana-kin-san Puzzle. The 8th International Conference on Fun with Algorithms (FUN 2016). 2016/6/8-10. La Maddalena, Italy
 12. T. Yamada and R. Uehara. Shortest Reconfiguration of Sliding Tokens on a Caterpillar. The 10th International Workshop on Algorithms and Computation (WALCOM 2016). 2016/03/29-31. Kathmandu, Nepal.

〔図書〕(計7件)

1. マーティン・ガードナー著, 岩沢宏和・上原隆平訳, 日本評論社, ガードナーの予期せぬ絞首刑, 2017年4月刊行予定.
2. マーティン・ガードナー著, 岩沢宏和・上原隆平訳, 日本評論社, ガードナーの新・数学娯楽 球の充填・4色定理・差分法, 2016, 371ページ.
3. M. Kiyomi, Springer, “Reverse Search; Enumeration Algorithms”, 2016, 1840-1842.
4. Koryo Miura, Toshikazu Kawasaki, Tomohiro Tachi, R. Uehara, Robert J. Lang, and Patsy Wang-Inverson (Editors), American Mathematical Society, ORIGAMI 6, 2016, 368 pages.
5. マーティン・ガードナー著, 岩沢宏和・上原隆平訳, 日本評論社, ガードナーの数学娯楽, 2015, 320ページ.
6. マーティン・ガードナー著, 岩沢宏和・上原隆平訳, 日本評論社, ガードナーの数学パズル・ゲーム, 2015, 288ページ.

7. 上原隆平, 近代科学社, 「はじめてのアルゴリズム」, 2013, 183ページ.

〔産業財産権〕

○出願状況 (計0件)

○取得状況 (計0件)

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

浅野 哲夫 (ASANO, Tetsuo)

北陸先端科学技術大学院大学・学長

研究者番号: 90113133

(2) 研究分担者

垂井 淳 (TARUI, Jun)

電気通信大学・情報理工学研究科・准教授

研究者番号: 00260539

上原 隆平 (UEHARA, Ryuhei)

北陸先端科学技術大学院大学・

先端科学技術研究科・教授

研究者番号: 00256471

小野 廣隆 (ONO, Hirotaka)

九州大学・経済学研究院・准教授

研究者番号: 00346826

清見 礼 (KIYOMI, Masashi)

横浜市立大学・国際総合科学部・准教授

研究者番号: 30447685

大舘 陽太 (OTACHI, Yota)

北陸先端科学技術大学院大学・

先端科学技術研究科・助教

研究者番号: 80610196

(3) 連携研究者

(4) 研究協力者

Guenter Rote

Freie Universität Berlin・

Institut für Informatik・Professor

Wolfgang Mulzer

Freie Universität Berlin・

Institut für Informatik・Professor

Ovidiu Daescu

University of Texas at Dallas・

Department of Computer Science・

Professor