

令和 3 年 6 月 5 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(A) (一般)

研究期間：2015～2019

課題番号：15H02058

研究課題名(和文) 偏微分方程式における漸近解析と形状解析の融合と革新

研究課題名(英文) Fusion and evolution of asymptotic analysis and geometric analysis in partial differential equations

研究代表者

石毛 和弘 (Ishige, Kazuhiro)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：90272020

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 31,800,000円

研究成果の概要(和文)：楕円型方程式、放物型方程式の解の形状解析、漸近解析を発展・融合させ、解の冪凹性や爆発現象等の特異現象の解析を行った。さらに、分数冪熱方程式へ適応可能な新しい漸近解析理論の構築等を行った。研究成果の主なものは以下の通り：

- (1) 解の冪凹性
- (2) 動的境界条件付き非線形楕円型方程式の可解性
- (3) 非線形拡散方程式の解の初期条件の特徴付け
- (4) 非線形熱方程式系等の爆発集合の特徴付け
- (5) ポテンシャル項付き熱方程式の漸近解析とその応用
- (6) 分数冪熱方程式の解の高次漸近展開理論の構築

研究成果の学術的意義や社会的意義

偏微分方程式、特に楕円型方程式や放物型方程式の解の形状解析、漸近解析は解が記述する現象について基本的な情報を与える。本研究課題では、近年、研究の必要性が問われている動的境界条件や分数冪拡散方程式も対象にしながら、当該研究グループ独自の形状解析及び漸近解析の手法を確立し、様々な解の形状解析、漸近解析を行ってきた。また、それらを応用・発展させ、従来では為し得なかった非線形現象の解明や新しい現象の発見も行っており、それらの学術的価値は高いと考える。また、当該研究は、動的境界条件や分数冪拡散方程式の研究に対する社会的必要性もあり、数学に限らない関連研究分野の基礎的知見を与えるものと考えられる。

研究成果の概要(英文)：We developed the arguments in geometric analysis and asymptotic analysis, and studied power concavity properties of solutions and singular phenomena such as blow-up phenomena. Furthermore, we established a new method to study asymptotic analysis which is applicable to fractional heat equations. More precisely, we studied the following topics:

- (1) Power concavity of solutions;
- (2) Solvability of nonlinear elliptic equations with dynamical boundary conditions;
- (3) Initial trace of solutions to nonlinear diffusion equations;
- (4) Blow-up set for systems of nonlinear heat equations;
- (5) Asymptotic analysis for the heat equation with a potential and its applications;
- (6) Higher order asymptotic analysis for fractional heat equations.

研究分野：偏微分方程式論

キーワード：漸近解析 形状解析 非線形問題 拡散方程式

### 1. 研究開始当初の背景

ラプラス方程式や熱方程式、さらにより一般に偏微分方程式の解の形と一口に言っても、その捉え方は多種多様である。その中でも解のグラフの最大点・最小点や臨界点の個数とその位置、解の凸性、さらには解の等高面の凸性等を調べることは、解の形状を知る上で基本的な情報をもたらす。解の形状の研究は、関数の再配置理論、Brunn-Minkowski 不等式を基にした実解析学、凸最大値原理、粘性解理論等の様々な数学的議論の発展を伴い発展し続けている。特に当該研究開始以前には、平均曲率流の凸解析、L.Vazquez, K.-A.Lee らによる準線形放物型方程式に対する解の凸性、坂口茂氏らによる時間依存しない解の等位面による領域の特徴付けの研究の他、当該研究代表者らによるポテンシャル項付き熱方程式の解の最大点挙動、解の等位面の凸性崩壊、放物型凸性の研究等の進展が見られた。しかし、熱方程式に限っても、Hot Spots 予想を始めとして多くの未解決問題が存在する。さらに半線形熱方程式等の解の爆発問題や走化性粘菌の胞子生成モデルである Keller-Segel 方程式系における解の凝集といった解の特異性解析の必要性もあり、新たな技術革新を伴った解の詳細な漸近解析および形状解析の進展と開発が強く求められていた。

### 2. 研究の目的

物理学、生物化学、天文学など応用上現れる数理モデルの多くは偏微分方程式として記述され、その解の形状を知ることはその数理モデルの解明に必要不可欠である。特に、拡散現象に関連した数理モデルにおいては、解はある拡散物質の濃度分布を記述することが多く、解の形状を知りたいと思うのは自然な知的欲求である。また、爆発や凝集といった非線形特有の特異現象の詳細な解析において解の形状解析と漸近解析は必要であり有効である。本研究課題では、拡散方程式を中心に偏微分方程式の解の漸近解析及び形状解析の融合と革新を行い、偏微分方程式の解の定性的性質の研究の深化と未到達問題の解明を目指す。

### 3. 研究の方法

様々な線形及び非線形偏微分方程式の漸近解析及び形状解析を行いながら、その解析技術及び知見を融合させ、既存の結果とは一線を画する偏微分方程式の定性的性質を明らかにするまた、その研究過程において新たな問題を発掘し、漸近解析及び形状解析等の解析技法の発展を目指していく。具体的には以下の研究を行う。

- (1) ポテンシャル項付き熱方程式を始めとした様々な放物型方程式の解の最大点挙動の解析を目指し、漸近解析の新たな解析手法の開発を試みる。必要に応じて、Hardy の不等式等の不等式の解析やコンパクト性について詳しい分担者石渡通徳氏と研究連絡を取りながら主に石毛が研究を遂行する。
- (2) 爆発問題、凝集問題等の非線形問題に現れる特異集合の解析を行う。また、研究成果を集積することによって新たな興味深い非線形現象の発見とその解明も目指す。代表者石毛が主に担当するが、必要に応じて、分担者である小川卓克氏や国内外の連携研究者と連絡を取りながら行う。
- (3) 粘性解理論を駆使しながら、放物型方程式(系)に対する放物型方程式系への凸解析、解の等高面の時間挙動、ミンコフスキー和と解の関係、解の放物型凸性等の形状解析を行う。主に石毛が担当するが、粘性解の専門家である分担者小池茂昭氏や共同研究者である Paolo Salani 氏の協力を得ながら進める。
- (4) 高階放物型方程式や分数冪拡散方程式に対する漸近解析の開発を行う。これは石毛および分担者である岡部真也氏および川上竜樹氏と共に行う。
- (5) 共同研究者である Marek Fila 氏と研究連絡をとりながら、動的境界条件下における非線形楕円型方程式の解構造と解の漸近解析を行い、新たな臨界指数の発見や動的境界条件特有の解挙動について研究を行う。これは石毛および分担者川上竜樹氏が担当する。

また、国内外を問わず様々な研究集会を行い、情報収集や様々な研究者と研究討論を行うことにより、研究に柔軟性を加えながら研究を遂行していく。

#### 4. 研究成果

放物型方程式の解の形状解析、漸近解析、それぞれに解析手法を発展、または融合させ、爆発現象等の特異現象の解析、分数冪熱方程式へ適応可能な新しい漸近解析理論の構築等をした。それらの内、主なものは以下の通り：

##### (1) 解の冪凹性

1977年に Brascamp, Lieb の両氏は対数凹性が熱流によって保存されることを示し、偏微分方程式の冪凹性の研究が本格的に始まった。石毛は Paolo Salani 氏 (フィレンツェ大), 高津飛鳥氏 (首都大) との共同研究において、冪対数凹という新しい凹性概念を導入し、熱流が対数凹性より強い凹性である2-対数凸性を保存することを示した。さらに、2-対数凹性は熱流が保存する最も強い凹性であることも示した。

##### (2) 動的境界条件付き非線形楕円型方程式の可解性

Marek Fila 氏 (コメニウス大学, スロバキア)、分担者川上竜樹氏と共に、以前に行った半空間における動的境界条件付き非線形楕円型方程式の研究を発展させ、球の外部領域における動的境界条件付き非線形楕円型方程式の可解性について研究を行い、詳細な解構造を明らかにした。この研究は、半空間における研究を始めた際と同様に、積分方程式を用いて解をどのように定義するのか、ということから研究を始める必要があった。結果として、我々は Kelvin 変換を利用したある解の表示公式の発見に成功した。これを元に解の先験的評価等を得、解の構造について詳細に研究を行った。さらに、境界に特異性をもつ非線形楕円型方程式の解の構成も行った。

##### (3) 非線形拡散方程式の解の初期条件の特徴付け

石毛は指導学生であった比佐幸太郎氏と、半線形分数冪熱方程式の解の初期トレースの存在と一意性、さらにその性質について研究を行った。可解性に関する必要条件の研究は、1985年に半線形熱方程式に対して Baras と Pierre が得た初期トレースの研究を参考にして行われたが、結果として解析手法は全く異なったものになった。本研究を通して、半線形分数冪熱方程式の可解性の必要条件が与えられた。また、石毛、川上、Siergega による 2016年の結果を発展させて可解性の十分条件を与えることにも成功した。これにより、非負値解が存在するためのもっとも強い初期値の特異性が決定され、また、解の大きさや解の最大存在時間について詳細に研究することが可能になった。

その後、石毛は比佐幸太郎氏と、半空間における非線形境界条件付き熱方程式の解の初期トレースの存在と一意性、さらにその性質についても研究を行った。この研究により、初期トレースが許容できる特異性の強さ及び大きさは、特異点と境界との距離によって決まることが解明された。また、この応用として、半空間における非線形境界条件付き熱方程式に対して、初期関数の挙動と解の最大存在時間との関係について詳細な研究を行った。

##### (4) 非線形熱方程式系等の爆発集合の特徴付け

近年、放物型・放物型 Keller-Segel system の解析が進展しているが、本研究では退化型の放物型・放物型 Keller-Segel system の臨界ケースにおいて、解の爆発の早さ、点凝集について溝口紀子氏 (学芸大), P. Laurecot (トゥールーズ大学) と共同研究を行った。退化しない場合、2次元の場合が臨界ケースとなり、永井・仙葉・鈴木 (2000) では、解が点凝集することを証明しているが、この証明は退化型には応用できない。本研究では、新しい正則性評価の方法を確立し、永井・仙葉・鈴木 (2000) の結果と同様な結果が放物型・放物型 Keller-Segel system にも成立することを示した。また、解の爆発は type-II と呼ばれる爆発しか起こりえないことも得た。

また、石毛は共同研究者藤嶋陽平氏 (静岡大学) および指導学生であった前川弘樹氏と共に、ある半線形熱方程式系の爆発問題における解が境界で爆発しないための十分条件を与えた。非線形熱方程式系の爆発問題の爆発集合に関する研究は単独方程式で有効であった解析手法が適用できないために、あまり進んでいなかった。本研究で得られた結果は、比較原理を巧みに利用し方程式系の爆発問題を単独方程式の爆発問題へ単純化、その後、単独方程式の爆発問題における優解を用いて解析するという当該研究グループ独自の解析手法によって可能になった。

##### (5) ポテンシャル項付き熱方程式の漸近解析とその応用

壁谷喜継氏 (大阪府立大) および El Maati Ouhabaz (ボルドー大学) と共同研究を行い、ポテンシャル項付き熱方程式の基本解のガウス型評価を得た。この結果では、劣臨界と臨界の場合について対応する正值調和関数の挙動を分類し、それらを用いて、放物型方程式に対する正則定理および比較原理に基づき基本解の上と下からの評価を与えている。この研究は、石毛が壁谷氏と長年研究してきたポテンシャル項付き熱方程式の解の漸近解析の手法と Ouhabaz 氏のもつ解析手法を合わせて為されたものである。

その後、基本解のガウス型評価を用いて、石毛は当時指導学生であった向井農人氏と共に、ポテンシャル項付熱方程式を適当な重み付熱方程式に方程式を変換し、その重み付き熱方程式に相似変換を施すことによって零臨界シュレーディンガー作用素の場合でも対応可能な解の漸近解析を可能にする新しい解析手法を開発した。さらに、石毛は壁谷氏、向井氏と共にポテンシャル項付き熱方程式の解の最大点挙動について包括的な研究を行った。

ポテンシャル項付き熱方程式の漸近解析の応用として、空間二次減衰するポテンシャル項付き半線形熱方程式に対するコーシー問題の時間大域正值解の存在・非存在について分担者川上竜樹氏と共同研究を行い、ポテンシャル項付き半線形熱方程式に対する藤田臨界指数を決定した。これにより、ポテンシャル項付き半線形熱方程式における藤田臨界指数とシュレーディンガー作用素の臨界性との関係が明らかにされた。

(6) 分数冪熱方程式の解の高次漸近展開理論の構築

初期関数が多項式減衰する分数冪熱方程式の初期値問題は、熱方程式のそれとは異なり、解がその多項式減衰を有するとは限らない。これは、分数冪熱方程式の基本解の多項式減衰性によるものであるが、分数冪熱方程式の解の高次漸近展開の確立の妨げになっていた。石毛は分担者川上竜樹氏および石毛の指導学生であった道久寛載氏と共に、分数冪熱方程式の解の減衰が失われるメカニズムを解明し、それに基づき既存理論では難しかった分数冪熱方程式の解の高次漸近展開理論を構築した。

この他、石毛が分担者岡部真也氏らで行った高階放物型方程式の可解性の研究、分担者石渡通徳氏らによる臨界型関数不等式の包含する非コンパクト性の数理構造等の研究もあるが、これらは当該基盤研究 (A) から継続する基盤研究 (S) 19H05599 に引き継がれた。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計30件（うち査読付論文 30件 / うち国際共著 11件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Ishige Kazuhir、Mukai Asato	4. 巻 38
2. 論文標題 Large time behavior of solutions of the heat equation with inverse square potential	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A	6. 最初と最後の頁 4041 ~ 4069
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2018176	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Hisa Kotaro、Ishige Kazuhiro	4. 巻 175
2. 論文標題 Existence of solutions for a fractional semilinear parabolic equation with singular initial data	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis	6. 最初と最後の頁 108 ~ 132
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2018.05.011	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Hiruko Kurumi、Okabe Shinya	4. 巻 28
2. 論文標題 Stability analysis on a hybrid PDE?ODE system describing intermittent hormonal therapy of prostate cancer	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Mathematical Models and Methods in Applied Sciences	6. 最初と最後の頁 487 ~ 523
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0218202518500136	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Hiruko Kurumi、Okabe Shinya	4. 巻 41
2. 論文標題 Controllability of hybrid PDE ODE systems with structural instability and applications to mathematical models on intermittent hormonal therapy for prostate cancer	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Mathematical Methods in the Applied Sciences	6. 最初と最後の頁 8229 ~ 8247
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/ma.5284	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fila Marek, Ishige Kazuhiro, Kawakami Tatsuki	4. 巻 30
2. 論文標題 An exterior nonlinear elliptic problem with a dynamical boundary condition	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Revista Matematica Complutense	6. 最初と最後の頁 281 ~ 312
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13163-017-0225-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ishige Kazuhiro, Kawakami Tatsuki, Michihisa Hironori	4. 巻 49
2. 論文標題 Asymptotic Expansions of Solutions of Fractional Diffusion Equations	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Mathematical Analysis	6. 最初と最後の頁 2167 ~ 2190
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/16M1101428	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ishige Kazuhiro, Kabeya Yoshitsugu, Ouhabaz El Maati	4. 巻 115
2. 論文標題 The heat kernel of a Schrödinger operator with inverse square potential	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Proceedings of the London Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 381 ~ 410
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1112/plms.12041	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujishima Yohei, Ishige Kazuhiro, Maekawa Hiroki	4. 巻 369
2. 論文標題 Blow-up set of type I blowing up solutions for nonlinear parabolic systems	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 1491 ~ 1525
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-016-1498-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Novaga Matteo, Okabe Shinya	4. 巻 2017
2. 論文標題 Convergence to equilibrium of gradient flows defined on planar curves	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)	6. 最初と最後の頁 87-119
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/crelle-2015-0001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ishiwata Michinori, Magnanini Rolando, Wadade Hidemitsu	4. 巻 56
2. 論文標題 A natural approach to the asymptotic mean value property for the p-Laplacian	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Calculus of Variations and Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 1-22
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00526-017-1188-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ogawa Takayoshi, ,Tohoku University, Mathematical Institute, Sendai 980-8578, Japan, Wakui Hiroshi, ,Mathematical Institute, Tohoku University, Sendai 980-8578, Japan	4. 巻 6
2. 論文標題 Stability and instability of solutions to the drift-diffusion system	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Evolution Equations & Control Theory	6. 最初と最後の頁 587 ~ 597
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/eect.2017029	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Koike Shigeaki, Kosugi Takahiro	4. 巻 160
2. 論文標題 Maximum principle for Pucci equations with sublinear growth in $\mathbb{R}^n$ and its applications	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis	6. 最初と最後の頁 1 ~ 15
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jna.2017.03.018	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fila Marek, Ishige Kazuhiro, Kawakami Tatsuki	4. 巻 105
2. 論文標題 Minimal solutions of a semilinear elliptic equation with a dynamical boundary condition	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal de Mathematiques Pures et Appliques	6. 最初と最後の頁 788 ~ 809
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.matpur.2015.11.014	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ishige Kazuhiro, Nakagawa Kazushige	4. 巻 176
2. 論文標題 The Phragmen-Lindelof theorem for a fully nonlinear elliptic problem with a dynamical boundary condition	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Springer Proceedings in Mathematics & Statistics	6. 最初と最後の頁 159 ~ 171
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-41538-3_10	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ishige Kazuhiro, Laurencot Philippe, Mizoguchi Noriko	4. 巻 367
2. 論文標題 Blow-up behavior of solutions to a degenerate parabolic-parabolic Keller-Segel system	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 461 ~ 499
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-016-1400-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ishige Kazuhiro, Kawakami Tatsuki, Sierzeaga Mikolaj	4. 巻 260
2. 論文標題 Supersolutions for a class of nonlinear parabolic systems	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 6084 ~ 6107
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2015.12.031	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する



1. 著者名 Kawakami Tatsuki、Sugiyama Yoshie	4. 巻 260
2. 論文標題 Uniqueness theorem on weak solutions to the Keller-Segel system of degenerate and singular types	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 4683 ~ 4716
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2015.11.021	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kawakami Tatsuki、Takeda Hiroshi	4. 巻 23
2. 論文標題 Higher order asymptotic expansions to the solutions for a nonlinear damped wave equation	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA	6. 最初と最後の頁 1 ~ 30
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00030-016-0408-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogawa Takayoshi、Wakui Hiroshi	4. 巻 14
2. 論文標題 Non-uniform bound and finite time blow up for solutions to a drift-diffusion equation in higher dimensions	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 145 ~ 183
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0219530515400060	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nagai Toshitaka、Ogawa Takayoshi	4. 巻 59
2. 論文標題 Global existence of solutions to a parabolic-elliptic system of drift-diffusion Type in $R^2$	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Funkcialaj Ekvacioj	6. 最初と最後の頁 67 ~ 112
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1619/fesi.59.67	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kurokiba Masaki、Ogawa Takayoshi	4. 巻 284
2. 論文標題 Finite time blow up for a solution to system of the drift-diffusion equations in higher dimensions	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Mathematische Zeitschrift	6. 最初と最後の頁 231 ~ 253
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00209-016-1654-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ioku Norisuke、Ishiwata Michinori	4. 巻 176
2. 論文標題 A note on the scale invariant dtructure of critical Hardy inequalities	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Springer Proceedings in Mathematics & Statistics	6. 最初と最後の頁 97 ~ 120
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-41538-3_7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Novaga Matteo、Okabe Shinya	4. 巻 136
2. 論文標題 The two-obstacle problem for the parabolic biharmonic equation	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications	6. 最初と最後の頁 215 ~ 233
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2016.02.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiruko Kurumi、Okabe Shinya	4. 巻 176
2. 論文標題 Dynamical aspects of a hybrid system describing Intermittent androgen suppression therapy of prostate cancer	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Springer Proceedings in Mathematics & Statistics	6. 最初と最後の頁 191 ~ 230
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-41538-3_12	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Galise G., Koike S., Ley O., Vitolo A.	4. 巻 441
2. 論文標題 Entire solutions of fully nonlinear elliptic equations with a superlinear gradient term	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 194 ~ 210
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2016.03.083	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ioku Norisuke, Ishige Kazuhiro, Yanagida Eiji	4. 巻 103
2. 論文標題 Sharp decay estimates in Lorentz spaces for nonnegative Schrödinger heat semigroups	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Journal de Mathématiques Pures et Appliquées	6. 最初と最後の頁 900 ~ 923
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.matpur.2014.09.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fila Marek, Ishige Kazuhiro, Kawakami Tatsuki	4. 巻 54
2. 論文標題 Existence of positive solutions of a semilinear elliptic equation with a dynamical boundary condition	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Calculus of Variations and Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 2059 ~ 2078
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00526-015-0856-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fila Marek, Ishige Kazuhiro, Kawakami Tatsuki	4. 巻 1
2. 論文標題 Positive Solutions of a Semilinear Elliptic Equation with Singular Dirichlet Boundary Data	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Journal of Elliptic and Parabolic Equations	6. 最初と最後の頁 335 ~ 362
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/BF03377385	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Kurokiba and T. Ogawa	4. 巻 28
2. 論文標題 Two dimensional drift-diffusion system in a critical weighted space	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Differential Integral Equations	6. 最初と最後の頁 753--776
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ioku Norisuke, Ishiwata Michinori	4. 巻 54
2. 論文標題 On a variational problem associated with a Hardy type inequality involving a mean oscillation	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Calculus of Variations and Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 3949 ~ 3966
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00526-015-0927-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計15件 (うち招待講演 15件 / うち国際学会 13件)

1. 発表者名 Ishige Kazuhiro
2. 発表標題 A supercritical scalar field equation with a forcing term
3. 学会等名 RIMS研究集会 ``偏微分方程式の解の形状解析" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Ishige Kazuhiro
2. 発表標題 放物型方程式の解の冪凸性
3. 学会等名 東京大学大学院数理科学研究科談話会 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Ishige Kazuhiro
2. 発表標題 To Logconcavity and beyond
3. 学会等名 Viscosity Solutions and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 石毛和弘
2. 発表標題 Finsler heat equation with growing initial data
3. 学会等名 5th Italian-Japanese workshop on geometric properties for parabolic and elliptic PDE's (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 石毛和弘
2. 発表標題 Asymptotic expansions of solutions of fractional diffusion equations
3. 学会等名 Equadiff 2017 Minisymposium ``Asymptotic analysis of nonlinear parabolic equations" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 石毛和弘
2. 発表標題 Large time behavior of solutions of the heat equation with inverse square potential
3. 学会等名 Geometric aspects of PDE's (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 石毛和弘
2. 発表標題 The Cauchy problem for the Finsler heat equation
3. 学会等名 Metrics and Measures (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 石毛和弘
2. 発表標題 Supersolutions of nonlinear parabolic systems and their applications
3. 学会等名 第41回偏微分方程式札幌シンポジウム (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 石毛和弘
2. 発表標題 Supersolutions of nonlinear parabolic systems and their applications
3. 学会等名 7th Euro-Japanese Workshop on Blow-up (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 石毛和弘
2. 発表標題 Supersolutions of nonlinear parabolic systems and their applications
3. 学会等名 Partial Differential Equations and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 石毛和弘
2. 発表標題 Solvability of the heat equation with a nonlinear boundary condition
3. 学会等名 Mathematical Analysis on Nonlinear PDEs (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 石毛和弘
2. 発表標題 The heat kernel of a Schrodinger operator with inverse square potential
3. 学会等名 Dirichlet forms and their geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazuhiro Ishige
2. 発表標題 Power concavity in weakly coupled elliptic and parabolic systems
3. 学会等名 パターン生成とダイナミクスの解構造の探求 (招待講演)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Kazuhiro Ishige
2. 発表標題 Minimal solutions of a semilinear elliptic equation with a dynamical boundary condition
3. 学会等名 3rd Chile-Japan Workshop on Nonlinear PDEs (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Kazuhiro Ishige
2. 発表標題 Minimal solutions of a semilinear elliptic equation with a dynamical boundary condition
3. 学会等名 Variational Problems and Nonlinear Partial Differential Equations 2016 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Gazzola Filippo、Ishige Kazuhiro、Nitsch Carlo、Salani Paolo	4. 発行年 2016年
2. 出版社 Springer International Publishing Switzerland	5. 総ページ数 288
3. 書名 Geometric Properties for Parabolic and Elliptic PDE's	

〔産業財産権〕

〔その他〕

<a href="https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/teacher/ishige.html">https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/teacher/ishige.html</a> <a href="http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/teacher/ishige.html">http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/teacher/ishige.html</a>
--

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	川上 竜樹  (Kawakami Tatsuki)  (20546147)	龍谷大学・理工学部・准教授    (34316)	



## 6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	石渡 通徳 (Ishiwata Michinori) (30350458)	大阪大学・基礎工学研究科・教授  (14401)	
研究分担者	岡部 真也 (Okabe shinya) (70435973)	東北大学・理学研究科・准教授  (11301)	
研究分担者	小川 卓克 (Ogawa Takayoshi) (20224107)	東北大学・理学研究科・教授  (11301)	
研究分担者	小池 茂昭 (Koike Shigeaki) (90205295)	東北大学・理学研究科・教授  (11301)	

## 7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計12件

国際研究集会 8th Euro-Japanese Workshop on Blow-up	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Workshop on Nonlinear Parabolic PDEs	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Equadiff 2017 Minisymposium ``Asymptotic analysis of nonlinear parabolic equations"	開催年 2017年～2017年
国際研究集会 Metrics and Measures	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 PDE Workshop at Senda	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 Qualitative properties of solutions of nonlinear PDE's	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 7th Euro-Japanese Workshop on Blow-up	開催年 2016年～2016年

国際研究集会 Geometry of solutions of PDE's and its related reverse problem	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 Mathematical analysis on nonlinear PDEs	開催年 2017年～2017年
国際研究集会 4th Italian-Japanese workshop on geometric properties for parabolic and elliptic PDE's	開催年 2015年～2015年
国際研究集会 第17回北東数学解析研究会	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 楕円型・放物型微分方程式研究集会	開催年 2016年～2016年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
イタリア	Universita degli Studi di Firenze	Politecnico di Milano	