科研費

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 元年 6月13日現在

機関番号: 12608

研究種目: 基盤研究(B)(一般)

研究期間: 2015~2018

課題番号: 15H02757

研究課題名(和文)超複素信号処理アルゴリズムの深化と応用に関する研究

研究課題名(英文)A Study on Mathematical Foundations of Hypercomplex Signal Processing and Their Applications

研究代表者

山田 功(Isao, Yamada)

東京工業大学・工学院・教授

研究者番号:50230446

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 12,400,000円

研究成果の概要(和文):これまで信号処理の分野では、多次元情報の複素(または実)ベクトル表現や複素(または実)行列(またはテンソル)表現を利用することが前提となっており、信号処理の多くの課題は事実上、実線形代数や複素線形代数の数理や最適化の数理を駆使して解決されてきた。本研究は多次元情報を「超複素数(ケーリー・ディクソン数)を成分に持つ行列やテンソル」で表現することによって実現される全く新しい信号処理の数理的基盤の確立と応用を目的としており、超複素低ランクテンソル補完問題、超複素ロバスト主成分分析問題、非負値制約付き低ランク超複素行列補完問題、および、関連する多様な最適化の課題に取り組み、多くの研究成果を得ている。

研究成果の学術的意義や社会的意義 複素数は1つの数で2つの実数(実部と虚部)を表現できるばかりでなく四則演算が自由に行えるため、科学技術 の全域で利用されてきた。本研究プロジェクトはこれまで、データサイエンスの領域でほとんど有効に活用され てこなかったCayley-Dickson数(実部の他に複数個の虚部を持つ超複素数)を広く応用していくために、超複素行 列のランクや特異値分解に関する未解決問題を解明するとともに、超複素低ランクテンソル補完問題、超複素ロ バスト主成分分析問題、非負値制約付き低ランク超複素行列補完問題等に対する強力なアルゴリズムを開発して いる。また、関連する多様な最適化問題にも挑戦し、革新的アルゴリズムを実現している。

研究成果の概要(英文): In this study, we have achieved variety of novel mathematical ideas on the innovative signal processing applications of the Cayley-Dickson number systems which were not exploited soundly in the existing signal processing. Major contributions achieved in this project are summarized in publications (i) Hyper complex tensor completion (IEEE Transactions on Signal Processing 2019, in press), (ii) Hypercomplex principal component pursuit (Robust PCA) (Proc. APSIPA ASC 2018), (iii) Hypercomplex low rank matrix completion with nonnegative constraints (Proc. IEEE ICASSP 2019). Moreover, we also investigated various related optimization problems and achieved many new results.

研究分野: 信号処理、最適化、データサイエンス

キーワード: 信号処理 超複素数 凸最適化 逆問題

1.研究開始当初の背景

信号処理の発展には非自明な数学を効果的に活かすための情報表現法の開拓が不可欠である。複数の虚部を持つ超複素数は一般に体(Field)の性質を満足しないが、実ベクトルにはない四則演算が備えられているため、多次元情報を効率表現する数体系として大きな可能性を秘めている。近年、超複素数を信号処理の問題に効果的に応用することを目的としたアルゴリズムの開発競争が世界中で行われている。ところが超複素数の数理(超複素線形代数の基本問題)には未解決な議論が多く残されているため(例えば[Z07])、本プロジェクト開始当初、超複素数の効果的な応用法は未だ手探りの状態にあった。今後、超複素数の表現能力を最大限に活用し、強力な信号処理の手法を開発していくためには、非自明なアイディアで超複素線形代数の基本問題の解決に道を拓くことが不可欠であり、さらには、超複素線形代数の知見を活かせる強力な最適化アルゴリズムや信号処理アルゴリズムの開発が待望されていた。

[Z07] F. Zhang, Gersgorin type theorems for quaternionic matrices, Linear Algebra Appl., 424, pp.139-153, 2007.

2.研究の目的

本プロジェクトでは次世代信号処理の重要な基盤となることが予想される「超複素数 (Cayley-Dickson 数:以下 CD 数)の応用価値の高い数理」を解明するとともに、強力な超複素数 信号処理アルゴリズムを系統的に作りだすための新しいメカニズムを構築し、世界をリードすることを目的としている。

3.研究の方法

研究代表者らは CD 数を成分に持つ行列とベクトルによって表現される超複素線形システムを等価な高次元実線形システムとして表現するための同型変換を具体的に与えることに成功している[N-Y14]。本プロジェクトではこの等価変換を利用することにより、CD 数を成分に持つ行列に関する超複素線形代数の基本問題(ランクや固有値や特異値の定義と計算法: 例えば四元数行列の左固有値問題は長年の未解決問題になっている)の解明に取り組んだ。また、新しく解明された超複素線形代数の基本性質を多次元信号処理に応用するために、等価翻訳された世界における最適化問題を定式化し、これを解決するために必要な逐次近似アルゴリズムの開発を行った。また、超複素行列の低ランク近似法を活用するために、実行列に関する新しい低ランク推定法とそれらの性能解析を行った。さらに、これらの成果を融合することにより、次世代信号処理の重要な基盤となることが期待される全く新しい問題(例「超複素低ランクテンソル補完問題」「超複素ロバスト主成分分析問題」「非負値制約超複素行列補完問題」等)を定式化し、それらを解決するアルゴリズムの開発に取り組んだ。

[N-Y14] T. Mizoguchi, I. Yamada, An algebraic translation of Cayley-Dickson linear systems and its applications to online learning, IEEE Trans. Signal Process., 62, pp.1438-1453, 2014.

4. 研究成果

「超複素線形代数の基本問題(ランクや固有値や特異値の定義と計算法)の解明」については等価翻訳法[N-Y14]を最大限応用することによって、実用性の高い定式化と解明に成功した(雑誌論文: /学会発表: ,)

「超複素テンソルの低ランク補完問題、超複素ロバスト主成分分析問題、非負値制約超複素行列の低ランク補完問題への応用」については数学的に矛盾のない定式化を与え、最適解への収束性を保証するアルゴリズムの開発に成功している(雑誌論文: /学会発表: ,)。

「本プロジェクトのさらなる発展に不可欠な実行列の低ランク推定法とその性能解析」については、理論と応用双方で大きな成果を上げることができた(雑誌論文: , /学会発表:)。 更に,以上のアイディアを実現するために不可欠な各種最適化技術や信号処理技術の高度化にも取り組み、大きな成果を得ている(学会発表: など)。

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文](下記 11 件を含む計 13 件)

Shunsuke Ono, <u>Isao Yamada</u>, Signal Recovery with Certain Involved Convex Data-Fidelity Constraints, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 63, no.

22, pp. 6149-6163, 2015, 查読有

Patrick L. Combettes, <u>Isao Yamada</u>, Compositions and Convex Combinations of Averaged Nonexpansive Operators, Journal of Mathematical Analysis and Applications, vol. 425, pp. 55-70, 2015, 査読有

Isao Yamada, Recent Advances in Convex Optimization with Fixed Pint Expression of Noneexpansive Operators and Signal Processing Applications, RIMS Kokyuroku, vol.4-5, pp.1-22, 2015, 查読無(招待論文)

Daichi Kitahara, <u>Isao Yamada</u>, Algebraic phase unwrapping based on two-dimensional spline smoothing over triangles, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 64, no.8, pp. 2103-2118, 2016, 查読有

Tomasz Piotrowski, <u>Isao Yamada</u>, Reduced-Rank Estimation for III-Conditioned Stochastic Linear Model with High Signal-to-Noise Ratio, Journal of the Franklin Institute, vol. 353, no.13, pp.2898-2928, 2016, 查読有

Shunsuke Ono, <u>Isao Yamada</u>, Color-line regularization for color artifact removal, IEEE Transactions on Computational Imaging, vol. 2, no.3, pp. 204-217, 2016, 查読有

Daichi Kitahara, <u>Isao Yamada</u>, Algebraic phase unwrapping based on two-dimensional spline smoothing over triangles , IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 64, no.8, pp. 2103-2118, 2016, 查読有

Masao Yamagishi, <u>Isao Yamada</u>, Nonexpansiveness of linearlized augmented Lagrangian operator for hierarchical convex optimization, Inverse Problems, 35pp, 2017, 查読有

<u>Isao Yamada</u>, Do Androids Dream of Henri Poincare with Hierarchical Optimization?, APSIPA 10th Anniversary Magazine, 121-122, 2018, (Invited Paper)查読有

Takehiko Mizoguchi, <u>Isao Yamada</u>, Hypercomplex tensor completion via convex optimization, IEEE Trans. Signal Process., vol.67, 2019(in Press), 查読有 <u>Masahiro Yukawa</u> and Hideaki Kagami, Supervised nonnegative matrix factorization via minimization of regularized Moreau-envelope of divergence function with application to music transcription, Journal of the Franklin Institute, Special Issue on Recent Advances in Machine Learning for Signal Analysis and Processing, Volume 355, Issue 4, pp. 2041-2066, March 2018. (Invited by Prof. Zhiping Lin of NTU, Singapore), 查読有

[学会発表](下記16件を含む計42件)

Masao Yamagishi, <u>Isao Yamada</u>, A nonexpansive operator for computationally efficient hierarchical convex optimization, APSIPA ASC 2018.

Shunsuke Ono, Itsuo Kumazawa, <u>Isao Yamada</u>, Total Generalized Variation for Graph Signals, IEEE ICASSP 2015.

Tomonori Fujiwara, Masao Yamagishi, <u>Isao Yamada</u>, Reduced-rank modeling of time-varying spectral patterns for supervised source separation, IEEE ICASSP 2015.

Daichi Kitahara, Masao Yamagishi, <u>Isao Yamada</u>, A virtual resampling technique for algebraic two-dimensional phase unwrapping, IEEE ICASSP 2015.

Daichi Kitahara, <u>Isao Yamada</u>, Probability density function estimation by positive quadratic C2-spline functions, IEEE ICASSP 2015.

<u>Isao Yamada</u>, Two spices of convex optimiztaion for certain inverse problems, The 4th International Workshop on Mathematical Issues in Information Sciences (MIIS 2015) 招待講演

Masao Yamagishi, <u>Isao Yamada</u>, A FAST DUAL ITERATIVE ALGORITHM FOR CONVEXLY CONSTRAINED SPLINE SMOOTHING, IEEE ICASSP 2016.

Daichi Kitahara, <u>Isao Yamada</u>, TWO-DIMENSIONAL POSITIVE SPLINE SMOOTHING AND ITS APPLICATION TO PROBABILITY DENSITY ESTIMATION, IEEE ICASSP 2016.

Konstantinos Slavakis, <u>Isao Yamada</u>, Shunsuke Ono, ACCELERATING THE HYBRID STEEPEST DESCENT METHOD FOR AFFINERY CONSTRAINED CONVEX COMPOSITE MINIMIZATION TASKS, IEEE ICASSP 2017.

Masao Yamagishi, <u>Isao Yamada</u>, GLOBAL BEHAVIOR OF PARALLEL PROJECTION METHOD FOR CERTAIN NONCONVEX FEASIBILITY PROBLEMS. IEEE ICASSP 2017.

Masao Yamagishi, Masahiro Yukawa, <u>Isao Yamada</u>, AUTOMATIC SHRINKAGE TUNING BASED ON A SYSTEM-MISMATCH ESTIMATE FOR SPARSITY-AWARE ADAPTIVE FILTERING, IEEE ICASSP 2017.

Takehiko Mizoguchi, <u>Isao Yamada</u>, Hypercomplex Principal Component Pursuit via Convex Optimization, APSIPA ASC 2018.

Masahiro Yukawa, Isao Yamada, A Fixed-Point Analysis of Regularized Dual

Averaging Under Static Scenarios, APSIPA ASC 2018.

Takehiko Mizoguchi, <u>Isao Yamada</u>, HYPERCOMPLEX TENSOR COMPLETION WITH CAYLEY-DICKSON SINGULAR VALUE DECOMPOSITION, IEEE ICASSP 2018.

山田 功、凸集合精密表現言語としての非拡大写像と不動点近似-信号処理・最適化への応用の広がり、電子情報通信学会ソサイエティ大会(チュートリアルセッション「AT-2.確率的最適化と信号処理」)(招待講演).

Hideaki Kagami, Hirokazu Kameoka, and <u>Masahiro Yukawa</u>, Joint separation and dereverberation of reverberant mixtures with determined multichannel non-negative matrix factorization, IEEE ICASSP 2018.

[図書](計1件)

<u>Isao Yamada</u> and Masao Yamagishi. Hierarchical convex optimization by the hybrid steepest descent method with proximal splitting operators - Enhancements of SVM and Lasso. In H. Bauschke, D. Luke, and R. Burachik, editors, *Splitting Algorithm, Modern Operator Theory and Applications*, 74pp, Springer, 2019 (in press).

〔産業財産権〕

出願状況(計 件)

名称: 発明者: 権類: 種類: 番陽年: 国内外の別:

取得状況(計件)

名称: 発明者: 権利者: 種類: 種号: 取得外の別:

〔その他〕 ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究分担者

研究分担者氏名:湯川 正裕

ローマ字氏名: Yukawa Masahiro 所属研究機関名: 慶應義塾大学

部局名:理工学部

職名:准教授

研究者番号(8桁):60462743

(2)研究協力者 研究協力者氏名: ローマ字氏名:

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。