

令和 3 年 5 月 12 日現在

機関番号：32606

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2015～2019

課題番号：15H03622

研究課題名(和文) 超局所解析的・半古典解析的手法によるスペクトル・散乱理論の研究

研究課題名(英文) Microlocal and semiclassical methods in spectral and scattering theory

研究代表者

中村 周 (Nakamura, Shu)

学習院大学・理学部・教授

研究者番号：50183520

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 12,800,000円

研究成果の概要(和文)：この研究課題の研究成果は、量子力学の数学的構造の理解に関わるいくつかの数学的諸問題について、数学的に厳密な構造定理を証明したことである。具体的な研究成果としては、(1) 1体の電子の挙動を記述するシュレディンガー方程式を含む、長距離型相互作用を持つ量子力学系の散乱現象を記述する散乱行列の構造を古典力学の性質を用いて書き下し、そのスペクトルの性質を得ることに成功したこと、(2) 結晶格子中を運動する量子力学的粒子を記述する離散シュレディンガー作用素を考え、格子幅を小さくする極限で連続変数のシュレディンガー作用素に収束することの証明、など多数の成果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子力学は、物性物理学、原子核物理学、素粒子物理学を通して、現在の科学技術の根幹を成している。科学技術の進展とともに、応用が広がっているのみならず、教科書的なモデルをはみ出した量子力学系が広く用いられており、そのような物理系の現象を理解、解析、活用するためには、高度で厳密な数学的解析が必須となってきている。それは、特に量子計算、超微細構造を持つ半導体などにおいて顕著である。そのような理論、解析の基礎をなす数学的理論を積み重ねることは、理論的な興味だけでなく、既に量子化学の分野での数学的枠組みの活用に見られるように、長期的には応用上も重要になると考えられる。

研究成果の概要(英文)：The main contributions of this research project are proof of mathematically rigorous proof on mathematical description of the quantum phenomena. We have obtained varied research results, including (1) we have given an explicit representation of the scattering matrix for Schroedinger equation with long-range perturbation, including model which describes one-body electron, (2) The discrete Schroedinger operators with describe quantum particles moving in crystal lattice, converges to Schroedinger operator with continuous variables as the lattice separation tends to 0.

研究分野：偏微分方程式論、数理物理学

キーワード：シュレディンガー作用素 半古典解析 超局所解析 散乱理論 離散シュレディンガー作用素

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

量子力学は、現代の科学技術の根幹をなす基礎理論であり、特に物性物理学、量子化学、量子生物学などを通じて現代社会を支える技術の基礎であるとともに、量子計算、量子暗号などの新しい応用も生まれつつある。また、20世紀の数学に対するインパクトは極めて大きいものがあり、解析学、幾何学の多くの研究分野は量子力学の影響を抜きにしては考えられない。その中でも、フォン・ノイマンによる「ヒルベルト空間と量子力学の基礎」に始まる、シュレディンガー方程式を中心とする量子力学の数学的枠組みは本質的であり、それに基づいた量子力学の数学的に厳密な理論が20世紀中葉より大きく発展してきている。その画期を成した業績の一つは、フォン・ノイマンが極めて困難な未解決問題として提示した、クーロン・シュレディンガー作用素の自己共役性の証明の加藤敏夫による解決である。加藤敏夫を源流として、日本のシュレディンガー作用素 / 量子力学の数学的研究は世界の研究を牽引する研究成果を挙げ続けている。

量子力学自体は、1930年代に物理学としての枠組みは確定し、上記のフォン・ノイマン、加藤敏夫の業績により、数学的な問題としての量子力学の枠組みも、1950年代には確定したと考えられる。しかしながら、古典力学と大きく異なる量子力学の数学的構造の理解には多くの困難がある。例えば、プランク定数が0に収束する時の漸近解析は半古典解析、あるいは半古典近似と呼ばれ、広く物理学、科学、工学において利用されてきているが、その基本的な数学的構造が理解され始めたのは、1980年代からであると考えられる。また、初期の量子力学は素粒子物理、原子核物理のモデルとして発展したが、量子物性物理学の発展は、膨大な新しい問題領域を切り開いており、半導体技術への応用とも結びついて、新しい数学的な研究分野として活発に研究されている。

当研究課題は、上記のような科学・技術的な発展を背景として、量子力学の数学的構造の理解を深め、新しい数学理論の開拓を目指す試みの一つと位置付けられる。

2. 研究の目的

上記の「背景」の述べたように、量子力学の数学的理論は、膨大な領域であるが、当該研究計画においては、ヒルベルト空間上に定義された量子力学系、特にシュレディンガー方程式で記述される非相対論的量子力学系を中心に、偏微分方程式としての解の性質の研究、あるいは方程式の解の漸近挙動を特徴付けるスペクトルの研究を、中心的な課題としている。特に、伝統的な量子力学の数学理論の中心課題である散乱理論、半古典解析の研究を深めることが主要な目的の一つである。しかし、研究対象自体はシュレディンガー方程式に限定せず、格子状の量子力学系である離散シュレディンガー作用素、グラフェンなどをモデルとする無限グラフ上の量子力学系、量子重力理論にも関係するリーマン多様体上の量子力学系、あるいは不定計量をもつローレンツ多様体上の量子力学系の数学的研究も視野に入れている。これらの研究対象については、基本的な散乱理論の枠組み、連続極限の解析、自己共役性などの基礎的な問題群に関しても、未だ十分に理解されているとは言えない。道を探りながら進む、開拓的な研究を進める必要がある研究領域である。

上記の研究目的は、無関係な幾つもの研究課題を寄せ集めたように聞こえるかもしれないが、実は数学的構造としては、相互に密接な関係を持っている。これらの研究対象 / 研究課題に共通しているのは、様々なパラメータに関する漸近解析の重要性である。半古典解析は、プランク定数に関する漸近解析であることは分かりやすいが、半古典解析の理論は、偏微分方程式論において発達した超局所解析の理論を包含する広い枠組みであり、偏微分方程式、特にシュレディンガー方程式の解の特異性の解析においても極めて強力な道具である。解の特異性はフーリエ変数(運動量変数)の空間における無限遠での解の漸近挙動の解析と考えられるが、散乱理論は座標空間での解の無限遠での漸近解析であると解釈すれば、これらはフーリエ変換で結びつく類似の理論であることが理解できる。このように、半古典解析・超局所解析は、漸近解析が本質的な多くの問題領域において極めて有効な解析手法である。当該研究課題の主要目的は、このような手法を用いて量子力学の数学的構造に関する諸問題を解決するとともに、理論自体の拡張、深化を図ることにある。

また、若手研究者を育成し、研究分野の発展を図ることは、長期的に見れば、個々の研究課題の解決以上に重要であり、様々な方法で若手研究者の育成を補助したい。

3. 研究の方法

数学理論としての「方法」は、「目的」の項に述べたように、半古典解析・超局所解析の理論的道具立てを中心にして、参加研究者の持つ技法、知見を総動員して、量子力学の諸問題の理解を

深め、解決していくことにある。

数学的理論の研究の通例通り、研究課題の目標実現において重要なのは、個々の参加研究者が研究に集中するとともに、相互の研究交流を行い、また国際交流、研究会発表などを通じて研究を発展させていくことである。また、若手研究者との共同研究、研究活動の促進のための研究会開催、研究のための旅費の援助を行う。

4. 研究成果

上記の「目的」の項に述べたように、この研究課題においては、研究代表者、研究分担者を中心として、多様な量子力学の諸問題を研究した。ここでは、研究計画年度内に達成された研究成果のいくつかを紹介する。

中村（研究代表者）：(1) 散乱行列は量子力学の散乱現象を記述する主要な研究対象の一つであり、短距離型の場合のスペクトルについては多数の研究があるが、その超局所的な表現、また長距離型散乱の場合については極めて限定された研究結果しかなかった。2016年の論文(Comm. P.D.E.)においては、シュレディンガー作用素、離散シュレディンガー作用素を含む広いクラスの短距離型散乱モデルに関して、散乱行列は擬微分作用素として表現できることを証明した。また、2021年の論文(Analysis and P.D.E.)においては、長距離型散乱の場合に、古典力学系の詳細な解析、アイコナル方程式の解の構成などを行った上で、散乱行列がフーリエ積分作用素として表現できることを証明した。さらに、この結果を基にして、2020年の論文(Ann. Henri Poincare)においては、クーロン系を含む臨界的な長距離型摂動に関して、散乱行列が絶対連続スペクトルを持つ場合、稠密な点スペクトルを持つ場合など、短距離型とは大きく異なる現象があることを示した。(2) 平良晃一（東京大学・立命館大学）との共同研究として、漸近的に平坦なミンコフスキー計量を持つ空間上のシュレディンガー作用素を含む広いクラスの非楕円型偏微分作用素に関して、本質的自己共役性の証明を与えた(2021年、Ann. Henri Lebesgue)。この問題は相対論的宇宙の上のファインマン・プロパゲーターの存在と結びついて開拓されつつある研究領域であり、研究を継続中である。(3) 只野之英(京都大学・学振PD)との共同研究で、離散的シュレディンガー作用素の連続極限について研究し、一般的な過程の下でノルム・レゾルベント収束という強い意味での収束を証明した。(2021年、J. Spectral Theory)。離散量子力学系の連続極限については、量子グラフの場合などについても、継続的に研究中である。(4) 亀岡健太郎(東京大学・博士課程)との共同研究で、無限遠で振動しながら減衰する Wigner-Von Neumann 型のポテンシャルを持つシュレディンガー作用素の量子力学的共鳴理論を構成し、消散極限による量子力学的共鳴の定義との整合性を示した。(2020年、Pure & Applied Analysis)。

藤家（研究分担者）：(1) Spyridon Kamvissis (Crete University) との共同研究で非自己共役な Dirac 作用素の固有値の漸近分布、反射係数の漸近挙動を完全 WKB 法を用いて解析した(2020年、J.Math.Phys.)。特にポテンシャルの遠方での減衰漸近挙動と0の近傍の固有値、反射係数の漸近挙動の関係を調べた。この研究は、focusing な非線形シュレディンガー式の初期値問題に対する逆散乱法を厳密に正当化することに寄与する。(2) Andre Martinez (Universita di Bologna), 渡部拓也(立命館大学)との共同研究では、単井戸型ポテンシャルと非捕捉的なポテンシャルを対角成分を持つ行列値ポテンシャルのシュレディンガー作用素の量子共鳴の漸近分布を研究した(2021年、J.Funct.Anal.)。対応する古典軌道が横断的に交わるとき、単井戸型ポテンシャルが生成する量子共鳴の虚部が、半古典パラメータの2乗のオーダーとなることを示した。(3) Marouane Assal (Universite Toulouse) との共同研究では、(2)と同様の行列値作用素、ただし二つのポテンシャルがともに単井戸型である場合を考えた。2つの周期閉軌道が作る作用積分が等しく、ともに交差するとき、半古典パラメータの h の分数べきの固有値分離が起きることを示し、その漸近挙動を交差に関する幾何学的な量を用いて明示した(2021年、Comm.Math.Phys.)。(4) Jean-Francois Bony (Universite Bordeaux), Thierry Ramond (Universite Paris 11), Maher Zerzeri (Universite Paris 13)との共同研究では、量子共鳴の不安定性について研究した(投稿中)。作用素に $o(h)$ の摂動を加えて、量子共鳴のギャップ(虚部の最小値)が h のオーダーで変化する様な例を構成した。

足立（研究分担者）：(1) 板倉恭平(神戸大学)、伊藤健一(東京大学)、Erik Skibsted (Aarhus 大学)との共同研究で、Rellichの定理、極限吸収原理、超局所レゾルベント評価など、多体シュレディンガー作用素のスペクトル理論における重要な題材に対して、それらの証明の新たな枠組を開発した(Reviews in Mathematical Physicsに掲載予定)。(2) 清瀬周(神戸大学)との共同研究で、定電場と定磁場双方が印加されている空間内にある多体量子力学系に対して、その運動を支配するハミルトニアンによって生成される時間発展作用素に対する Avron-Herbst 型の公式の、簡便な導出法を開発し、その公式を応用して、1個の粒子のみ荷電しており、他の粒子は非荷電であるような系に対する漸近完全性を証明した(2019年、New Horizons in Mathematical Physics)。(3) 清瀬との共同研究で、時間周期的ポテンシャルをもつ2体シュレディンガー作用素に付随する Floquet Hamiltonian に対する新たな conjugate operator を提

唱し、Mourre 評価を得た (2019 年、Letters in Mathematical Physics)。これまでは 1998 年に横山耕一郎によって提唱されたものしか知られていなかった。(4) 足立単独での研究で、時間周期的ポテンシャルをもつ 3 体シュレーディンガー作用素に付随する Floquet Hamiltonian に対する conjugate operator を構成し、Mourre 評価を得た (投稿中)。その conjugate operator は、前述の、横山の仕事、足立と清瀬との共同研究で提唱された 2 体 Floquet Hamiltonian に対する 2 種類の conjugate operator を貼り合わせることで構成されるもので、これまでに発見されてはいなかったものである。(5) 板倉、伊藤、Skibsted との共同研究で、1 体 Stark Hamiltonian に対して、(1) の対応物を構築した (2020 年、Journal of Differential Equations)。(6) 辻井佑太 (京都大学) との共同研究で、時間に依存して変動する、空間的に一様な電場の影響下での量子散乱逆問題のうち、散乱作用素から短距離型ポテンシャルが一意的に定まるかどうかという一意性の問題を Enss-Weder の方法を基に考え、先行研究の結果を改良した (投稿中)。この改良は、量子散乱順問題で通常考えられている短距離型ポテンシャルは、散乱作用素により一意的に決定されることを示唆している。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計26件（うち査読付論文 26件 / うち国際共著 15件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Nakamura Shu	4. 巻 -
2. 論文標題 Long-range scattering matrix for Schrodinger-type operators	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Analysis and PDE	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nakamura, S., Taira, K.	4. 巻 -
2. 論文標題 Essential self-adjointness of real principal type operators	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Ann. Henri Lebesgue	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nakamura Shu, Tadano Yukihide	4. 巻 11
2. 論文標題 On a continuum limit of discrete Schrodinger operators on square lattice	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Spectral Theory	6. 最初と最後の頁 355 ~ 367
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/JST/343	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nakamura Shu	4. 巻 21
2. 論文標題 Remarks on Scattering Matrices for Schrodinger Operators with Critically Long-Range Perturbations	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Annales Henri Poincare	6. 最初と最後の頁 3119 ~ 3139
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00023-020-00943-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kameoka Kentaro, Nakamura Shu	4. 巻 2
2. 論文標題 Resonances and viscosity limit for the Wigner-von Neumann-type Hamiltonian	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Pure and Applied Analysis	6. 最初と最後の頁 861 ~ 873
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/paa.2020.2.861	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Behrndt Jussi, Gesztesy Fritz, Nakamura Shu	4. 巻 268
2. 論文標題 A spectral shift function for Schrodinger operators with singular interactions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Oper. Theory Adv. Appl.	6. 最初と最後の頁 89 ~ 110
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-75996-8_4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Behrndt Jussi, Gesztesy Fritz, Nakamura Shu	4. 巻 371
2. 論文標題 Spectral shift functions and Dirichlet-to-Neumann maps	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 1255 ~ 1300
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-017-1593-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Nakamura, Shu	4. 巻 24
2. 論文標題 Microlocal Resolvent Estimates, Revisited	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 J. Math. Sci. Univ. Tokyo	6. 最初と最後の頁 239-257
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Matsuta Takuro, Koma Tohru, Nakamura Shu	4. 巻 18
2. 論文標題 Improving the Lieb-Robinson Bound for Long-Range Interactions	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Annales Henri Poincare	6. 最初と最後の頁 519 ~ 528
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00023-016-0526-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nakamura Shu	4. 巻 41
2. 論文標題 Microlocal properties of scattering matrices	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Communications in Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 894 ~ 912
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03605302.2016.1167082	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Adachi T., Itakura K., Ito K., Skibsted E.	4. 巻 268
2. 論文標題 Spectral theory for 1-body Stark operators	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 5179 ~ 5206
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2019.11.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Adachi Tadayoshi, Kiyose Amane	4. 巻 109
2. 論文標題 On the Mourre estimates for Floquet Hamiltonians	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Letters in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 2513 ~ 2529
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11005-019-01191-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Adachi Tadayoshi、Kiyose Amane	4. 巻 3
2. 論文標題 Remarks on the Avron-Herbst Type Formula for N-body Quantum Systems in Constant Electric and Magnetic Fields	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 New Horizons in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 1-12
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.22606/nhmp.2019.31001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Adachi Tadayoshi、Kawamoto Masaki	4. 巻 17
2. 論文標題 Quantum Scattering in a Periodically Pulsed Magnetic Field	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Annales Henri Poincare	6. 最初と最後の頁 2409 ~ 2438
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00023-016-0457-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fujiie S.、Martinez A.、Watanabe T.	4. 巻 280
2. 論文標題 Widths of resonances above an energy-level crossing	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Functional Analysis	6. 最初と最後の頁 108918 ~ 108918
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2020.108918	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujiie Setsuro、Kamvissis Spyridon	4. 巻 61
2. 論文標題 Semiclassical WKB problem for the non-self-adjoint Dirac operator with analytic potential	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 011510 ~ 011510
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/1.5099581	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Setsuro Fujiie, Jens Wittsten	4. 巻 38
2. 論文標題 Quantization conditions of eigenvalues for semiclassical Zakharov-Shabat systems on the circle	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 3851-3873
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2018167	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Jean-Francois Bony, Setsuro Fujiie, Thierry Ramond, Maher Zerzeri	4. 巻 405
2. 論文標題 Resonances for homoclinic trapped sets	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Asterisque	6. 最初と最後の頁 1-314
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.24033/ast.1055	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Jean-Francois Bony, Setsuro Fujiie, Thierry Ramond, Maher Zerzeri	4. 巻 9
2. 論文標題 Barrier-top resonances for non globally analytic potentials	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Spectral Theory	6. 最初と最後の頁 315-348
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/JST/249	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Marouane Assal, Mouez Dimassi, Setsuro Fujiie	4. 巻 2019
2. 論文標題 Semiclassical trace formula and spectral shift function for systems via a stationary approach	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Int. Math. Res. Not.	6. 最初と最後の頁 1227-1264
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rnx149	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 J.-F.Bony, S.Fujiie, T.Ramond, M.Zerzeri,	4. 巻 355
2. 論文標題 Propagation des singularites et resonances	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Comptes Rendus Mathematique	6. 最初と最後の頁 887-891
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.crma.2017.06.008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 S.Fujiie, A.Martinez, T.Watanabe	4. 巻 262
2. 論文標題 Molecular predissociation resonances near an energy-level crossing II: Vector field interaction	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 5880-5895
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2017.02.017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Setsuro Fujiie, Andre Martinez, Takuya Watanabe	4. 巻 B61
2. 論文標題 Quantization condition of resonances at energy-level crossing	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku Bessatsu	6. 最初と最後の頁 9-21
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Jean-Francois Bony, Setsuro Fujiie, Thierry Ramond, Maher Zerzeri	4. 巻 B67
2. 論文標題 Quantization condition for multi-barrier resonances	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku Bessatsu	6. 最初と最後の頁 43-53
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Setsuro FUJIE, Andre Martinez and Takuya WATANABE	4. 巻 260
2. 論文標題 Molecular predissociation resonances near an energy-level crossing I: Elliptic interaction	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 4051-4085
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2015.11.015	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Mouez DIMASSI and Setsuro FUJIE	4. 巻 40
2. 論文標題 A time-independent approach for the study of the spectral shift function and an application to Stark Hamiltonians	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Communications in Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 1787-1814
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03605302.2015.1053567	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

[学会発表] 計53件 (うち招待講演 49件 / うち国際学会 27件)

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 Essential self-adjointness of real principal type operators
3. 学会等名 Faculty of Physics, University of Warsaw, "Relativity Seminar" (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 Essential self-adjointness of real principal type operators
3. 学会等名 Paris Cergy "analysis and PDEs" seminar (online) (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 Microlocal structure of the scattering matrix with long-range perturbations
3. 学会等名 Riken iTHEMS Seminar (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 On a Continuum Limit of Discrete Schroedinger Operators on Square Lattices
3. 学会等名 Aalborg University, Analysis Seminar (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 Long-range scattering matrix for Schroedinger-type operators
3. 学会等名 "QMath 14", Aarhus, Denmark (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤家雪朗
2. 発表標題 Methode BKW exacte appliquee a un operateur de Dirac non-auto-adjoint
3. 学会等名 Groupe de travail semi-classique) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤家雪朗
2. 発表標題 Eigenvalue splitting for a system of Schroedinger operators with an energy-level crossing
3. 学会等名 Seminaire EDP et Physique Mahematique (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤家雪朗
2. 発表標題 Eigenvalue splitting for a system of Schroedinger operators
3. 学会等名 The 17th Linear and Non Linear Waves (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤家雪朗
2. 発表標題 Double well problem for a system of Schroedinger operators
3. 学会等名 「ハミルトン系とその周辺」研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤家雪朗
2. 発表標題 Eigenvalues and resonances created by energy-level crossings
3. 学会等名 Schroedinger Operators and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 足立 匡義
2. 発表標題 On the Mourre estimates for Floquet Hamiltonians
3. 学会等名 解析学研究特別セミナー 2019年4月20日 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 足立 匡義
2. 発表標題 On the Mourre estimates for three-body Floquet Hamiltonians
3. 学会等名 Schroedinger Operators and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 中村 周
2. 発表標題 Schrodinger operators with long-range potentials
3. 学会等名 Workshop "Analytical and Numerical Methods in Quantum Transport", Aalborg University 2018年5月28日 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 中村 周
2. 発表標題 長距離型散乱の散乱行列について
3. 学会等名 研究集会「2018 夏の作用素論シンポジウム」徳島 2018年9月1日
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 中村 周
2. 発表標題 Remarks on scattering matrices for long-range perturbation
3. 学会等名 第28回「数理物理と微分方程式」函館 2018年11月2日
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 中村 周
2. 発表標題 Properties of scattering matrix with long-range perturbations
3. 学会等名 “ International Conference Spectral Theory and Mathematical Physics 2018 ”, Pontificia Universidad Catolica de Chile 2018年12月3日 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 中村 周
2. 発表標題 Topics on Microlocal Scattering Theory for Discrete Schrodinger Operators
3. 学会等名 “ Spectra of Random Operators and Related Topics ”, 2019, January 9-11, Kyoto University 2019年1月9日 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中村 周
2. 発表標題 長距離型散乱の散乱行列の超局所的構造とスペクトルについて
3. 学会等名 京都大学・作用素論セミナー 2019年1月25日 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中村 周
2. 発表標題 量子力学の数学的構造と古典力学
3. 学会等名 東京大学・数理科学研究科・談話会 2019年3月22日(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 足立 匡義
2. 発表標題 Remarks on the Avron-Herbst type formula for N-body quantum systems in constant electric and magnetic fields
3. 学会等名 神楽坂解析セミナー 2018年11月23日(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 足立 匡義
2. 発表標題 Quantum scattering in spatially homogeneous electromagnetic fields
3. 学会等名 研究会「微分方程式の総合的研究」 2018年12月22日(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 足立 匡義
2. 発表標題 On the Mourre estimates for Floquet Hamiltonians
3. 学会等名 解析学研究特別セミナー 2019年4月20日(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shu Nakamura
2. 発表標題 Remarks on long-range scattering
3. 学会等名 Aarhus University, Denmark (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shu Nakamura
2. 発表標題 Properties of scattering matrix with long-range perturbations
3. 学会等名 Universidad Politecnica de Madrid, Spain (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 足立匡義
2. 発表標題 定電磁場内の量子力学系に対する Avron-Herbst 型 公式について
3. 学会等名 第2回ひこね解析セミナー, 大学サテライト・プラザ彦根 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 足立匡義
2. 発表標題 定電磁場内の量子力学系に対する Avron-Herbst 型 公式について
3. 学会等名 応用解析研究会, 早稲田大学 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Tadayoshi Adachi
2. 発表標題 On quantum scattering in time-dependent electromagnetic fields
3. 学会等名 Tosio Kato Centennial Conference, University of Tokyo (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Tadayoshi Adachi
2. 発表標題 On quantum scattering in time-dependent electromagnetic fields
3. 学会等名 Workshop on Spectral and Scattering Theory, 京都大学 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Setsuro, Fujiie
2. 発表標題 Resonances semiclassiques aux sommets
3. 学会等名 Seminaire Math-Physique, Institut Mathematique de Bourgogne (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Setsuro, Fujiie
2. 発表標題 Propagation of singularities at a non analytic hyperbolic fixed point and application to the quantization of resonances
3. 学会等名 Tosio Kato Centennial Conference, University of Tokyo (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Setsuro, Fujiie
2. 発表標題 Microlocal method for the semiclassical distribution of quantum resonances
3. 学会等名 Summer School: Various aspects of mathematical physics, Euler International Mathematical Institute (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shu Nakamura
2. 発表標題 Microlocal Scattering Theory for Discrete Schroedinger Operators and Related Topics
3. 学会等名 Workshop "Solid Math 2016" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Shu Nakamura
2. 発表標題 Microlocal Scattering Theory for Discrete Schroedinger Operators and Related Topics
3. 学会等名 研究会「保存則をもつ偏微分方程式に対する解の正則性, 特異性および長時間挙動の研究」(招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 散乱理論における超局所的手法についての話題
3. 学会等名 共同研究「微分方程式に対する散乱理論の展開」(招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 磯崎・北田modifiersについて
3. 学会等名 研究集会 第27回「数理物理と微分方程式」
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 足立匡義
2. 発表標題 時間周期的電磁場内での量子散乱について
3. 学会等名 大談話会（理学研究科数学教室・数理解析研究所）（招待講演）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 足立匡義
2. 発表標題 時間周期的電磁場内での量子散乱について
3. 学会等名 作用素論セミナー（招待講演）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 S. Fujiie
2. 発表標題 Microlocal method for the semiclassical distribution of resonances Workshop on the Boltzmann Equation
3. 学会等名 Workshop on the Boltzmann Equation, Microlocal Analysis and Related Topics（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 藤家雪朗
2. 発表標題 共鳴極の量子化則--超局所的見地から
3. 学会等名 首都大学東京理工学研究科大学院集中講義 (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 Microlocal properties of scattering matrices
3. 学会等名 Workshop: "Almost- periodic and other ergodic problems" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 Microlocal properties of scattering matrices and related topics
3. 学会等名 King 's College Analysis Seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 Microlocal analysis of scattering matrix, and related topics
3. 学会等名 Cardiff University, Analysis Seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 High energy asymptotics of scattering matrices
3. 学会等名 Conference “Topics in Analysis and Mathematical Physics” (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 High energy asymptotics of the scattering matrices for Schroedinger-type operators and Dirac operators
3. 学会等名 Workshop: “Semiclassical Analysis, Spectral Theory and Resonances” (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 中村周
2. 発表標題 High energy asymptotics of the scattering matrices for Schroedinger and Dirac operators
3. 学会等名 Conference “Semiclassical Analysis and Non-Self- adjoint Operators” (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 足立匡義
2. 発表標題 Remarks on quantum scattering in a periodically pulsed magnetic field
3. 学会等名 Conference “Topics in Analysis and Mathematical Physics” (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 足立匡義
2. 発表標題 時間周期的パルス磁場内での量子散乱
3. 学会等名 神楽坂解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 足立匡義
2. 発表標題 Quantum scattering in a periodically pulsed magnetic field
3. 学会等名 研究集会「微分方程式の総合的研究」（招待講演）
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 足立匡義
2. 発表標題 Remarks on quantum scattering in a periodically pulsed magnetic field
3. 学会等名 解析セミナー
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 藤家雪朗
2. 発表標題 Quantization of resonances in the semiclassical limit
3. 学会等名 Topics in Mathematic（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 藤家雪朗
2. 発表標題 Resonances near an energy-level crossing
3. 学会等名 第2回 解析学の耳袋(招待講演)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 藤家雪朗
2. 発表標題 Resonances near an energy-level crossing
3. 学会等名 研究集会「Microlocal Analysis and Singular Perturbation Theory」(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 藤家雪朗
2. 発表標題 捕捉された古典軌道と量子共鳴極の漸近分布
3. 学会等名 研究集会「共鳴極と測地線の幾何の再解釈と新展開」(招待講演)
4. 発表年 2015年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	藤家 雪朗 (Fujiie Setsuro) (00238536)	立命館大学・理工学部・教授 (34315)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分 担 者	足立 匡義 (Tadayoshi Adachi) (30281158)	京都大学・人間・環境学研究所・教授 (14301)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会	開催年
Mathematics of Schrodinger Equations and Related Topics, 2019 Jan 6-8, 土肥	2019年～2019年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
フランス	ボルドー大学・数学研究所	パリ11大学（オルセイ）・数学研究所	パリ13大学・解析,幾何,応用研究所
デンマーク	オーフス大学・数学科	オールボー大学・数学科	
スペイン	マドリード工科大学		
イタリア	ボローニャ大学		
オーストリア	グラーツ大学		
アメリカ合衆国	ベイラー大学		
連合王国	ロンドン大学キングス・カレッジ		