様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ３０ 年　 ６ 月 ２１ 日現在

機関番号：１３９０１
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2015～2017
課題番号：１５Ｋ００１２

研究課題名（和文）計算における無限概念と古典論理

研究課題名（英文）Classical logic and infinite phenomena in computation

研究代表者
中澤　巧爾（Nakazawa, Koji）

名古屋大学・情報学研究科・准教授

研究者番号：８０３６２５８１

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,100,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では，ストリームデータなどの無限概念を含む計算と古典論理との関連を明らかにすることを目的とし，そのような計算モデルの一つであるラムダ・ミュー計算をはじめとする計算体系の基本性質を明らかにした．また，とくに合流性の証明のために提案した合成的Z定理が他の多くの計算体系の合流性の簡潔な証明を与えることを示した．さらに，古典論理の対称性を反映したシーケント計算に対応する計算体系に対し，完全かつ強正規化性を特徴付ける交叉型理論を与えた．

研究成果の概要（英文）：The results of this project are the following: (1) We study some fundamental properties of the Lambda-mu calculus, which is a computational model of programming language with stream data. In particular, We propose a new proof technique, called the compositional Z theorem, to prove confluence of the calculus. (2) We show that the compositional Z theorem can be widely applied to prove confluence of several calculi with permutation-like reduction, such as the lambda calculus with direct sum, the lambda calculus with explicit substitutions, and the call-by-value lambda calculus with permutation rules. (3) We propose an intersection-type system for a calculus corresponding to the classical sequent calculus, which reflects the symmetry of classical logic. We show that the system is complete and can characterize the strong normalization.

研究分野：プログラミング言語，数理論理学

キーワード：ラムダ計算　古典論理　合流性

１．研究開始当初の背景

素朴な意味では，計算とは手続の有限の組合せによって実現されるものであるが，計算概念の考察する上で無限の概念を扱う機会は多い．例えば，プログラムの意味を厳密に捉える場合，再帰プログラムの意味は極限操作によって与えられる．また，実際のソフトウェアにおいても，ストリームデータの処理などは無限の現象として捉えることが自然である．これらの無限の概念を扱うために，個々の目的に対応する技術に関する応用的な研究は盛んに行われていたが，無限概念を扱うプログラムに対する形式的な理論基盤を与えるような研究は発展途上であった．
このようなストリーム計算の理論的性質を明らかにするために，本研究代表者はこれまでの研究（「ストリーム計算のための計算モデル」科学研究費，若手研究(B)，課題番号24700011，平成24～26年度）において，ストリーム計算の抽象的計算モデルと見做すことができるラムダ・ミュー計算のいくつかの変種に関する研究を行ない，これらの体系が理論的な良い性質をもつことを証明した．

２．研究の目的

本研究では，上記研究課題を引き継ぐ形で，古典論理とストリーム計算の関連性を明らかにし，とくに上記ラムダ・ミュー計算をはじめとする計算モデルの性質を調べることにより，計算における無限概念と論理との関連性を明らかにすることを目的とする．

３．研究の方法

古典論理に対応する計算体系，とくに，上記のラムダ・ミュー計算をはじめとするラムダ計算モデルの基礎性質を明らかにする．カリー・ハワード同型の意味で古典論理に対応する型付計算体系のみではなく，それらから導かれた型無し体系についても考察する．

とくに,ラムダ計算の基礎性質の一つである合流性に関する研究においては群馬大学の藤田憲悦准教授と，古典シーケント計算に対応する計算体系については東京大学の塚田武志助教との研究討論を行い，それらを通して得られた知見をもとに研究を進めた．

４．研究成果

本研究では主に以下の成果を得た．

(1) ラムダ･ミュー計算の無限木解釈に関する研究．

ベーム木はラムダ計算の無限の振舞いを無限木の構造によって表現したものである．Saurin はこのベーム木をω^2 分岐に拡張することによりラムダ・ミュー計算のための無限木解釈を与えた．

本研究では，一般のω^2 分岐木が，ラムダ・ミュー項の振舞いを表現するための必要充分条件を与え，このような木構造のうちラムダ・ミュー計算のプログラムの解釈となるものを同定した．より具体的には，一般のω^2 分岐木のうち，その構造が計算可能であるような構造を特徴づけ，さらに，ラムダ・ミュー項が任意のそのような構造を表現可能であることを証明することによって，ラムダ・ミュー項によって表現可能な無限木構造を特定した．

この結果は，Nakajima によるラムダ計算とベーム木に関する結果をラムダ・ミュー計算に拡張するものであり，また，Saurin が FLOPS2010 において提示した未解決問題に対する解を与えるものである．この成果は国際会議 HOR 2016 において発表された（学会発表[3])．

(2) ラムダ･ミュー計算の合流性に関する

研究.

計算体系に期待される基本性質である合流性は，ラムダ・ミュー計算に対しても証明されているが，選言による拡張体系に対する合流性証明は非常に複雑であることが安東によって示されている．選言による拡張を行う場合，除去規則と呼ばれる推論規則の順序を入れ替える置換簡約を考える必要がある．通常のβ簡約と置換簡約の組合せについては，通常の並行簡約や高橋変換を用いた手法では合流性を直接証明することができず，安東は一般化された並行簡約や簡約剰余などの複雑な概念を導入することによって合流性を証明している.

本研究では，van Oostrom らによる抽象書き換え系の合流性に関するZ定理を利用することにより，選言と置換簡約を含むラムダ・ミュー計算の合流性のより簡潔な証明を与えた．Z 定理は書き換え系の上のある性質を満たす写像の存在が合流性の充分条件となることを示す定理であるが，選言を含むラムダ・ミュー計算のβ簡約と置換簡約に対してこの写像を直接定義することは困難である．そこで，ある性質を満たす二つの写像の合成がZ定理の条件を満たすための充分条件を与えることにより合成的Z定理を提案した．これにより，β簡約と置換簡約それぞれに対して条件を満たす写像を定義することができ，合成的Z定理を用いて選言と置換簡約をもつラムダ・ミュー計算の合流性を証明することができる.

この成果は雑誌論文[1]，および，学会発表[5]において発表された.

(3) 合成的 Z 定理の応用可能性と合流性のモジュラーな証明に関する研究.

一般に,合流性はモジュラーな証明が難しい性質として知られているが，前項で与えた合成的Z定理は，書き換え関係を二つ(以上)の部分に分割し，それぞれに関してある条件を示すことで全体の合流性を証明することを可能にする．このため，性質の異なる二種類（以上）の書き換え規則をもつ様々な簡約系の合流性証明に合成的Z定理が利用可能であることが期待される.

本研究では，合成的Z定理が，前項で紹介したラムダ・ミュー計算のみならず多くの書き換え系に適用可能であることを示した．雑誌論文[1]，および，学会発表[5]において，選言を含むラムダ計算と明示的代入計算に適用できることを示した．さらに，合流性に関する国際会議である IWC 2017（学会発表[1]）において，Accattoli らによって提案された置換簡約を含む値呼びラムダ計算に適用できることを示した.

これらにより,合成的Z定理が合流性証明のための汎用的に適用可能な技法を与えることを示した.

(4) 合流性の定量的解析への Z 定理の応用.

ラムダ計算の合流性やチャーチ・ロッサー性における合流に必要な計算ステップ数の定量的解析においてZ定理や，合成的Z定理のアイディアが利用できることを示した（学会発表[2]).

(5) 古典シーケント計算の交叉型理論のに関する研究.

Herbelin らは古典シーケント計算の対称性を反映した計算体系を提案しているが，本研究ではこの計算体系に対する交叉型理論を提案した．この交叉型理論は，論理式の極性に応じて交叉型を割り当てることにより，計算体系の対称性を保ったまま，完全性，すなわち簡約の前後で型が保存される性質を持つことを示した．さらにこの型理論において強正規化性を特徴づけることができることを証明した（学会発表[4]).

(6) 古典論理の証明に対する計算論的意味と二重否定変換.

Berardi らによる実現可能性解釈にもとづく古典論理への意味付けと，古典論理の直観主義論理への埋め込みである二重否定変換との関連について調査を行い，とくにその非決定性に関する考察を行った．証明正規化としての計算的側面において，古典論理の非決定性は二重否定変換（もしくは，それに対応する CPS 変換）による正規化戦略の固定によって決定化されるが，この振舞いが実現可能性解釈においてどのように表現されるかについて考察した.

５．主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 1 件）

[1] Koji Nakazawa and Ken-etsu Fujita, Compositional Z: Confluence Proofs for Permutative Conversion. Studia Logica 104, pp.1205-1224, 2016. 査読有.

〔学会発表〕（計 6 件）

[1] Koji Nakazawa, Ken-etsu Fujita, and Yuta Imagawa, Z for Call-by-Value. In 6th International Workshop on Confluence (IWC 2017), Oxford, 2017. 査読有.

[2] Ken-etsu Fujita and Koji Nakazawa, Church-Rosser Theorem and Compositional Z-Property. 第 33 回日本ソフトウェア科学会大会，仙台，2016. 査読無.

[3] Koji Nakazawa, Characterizing Trees for Lambda-mu Terms. In 8th International Workshop on Higher-Order Rewriting (HOR 2016), Porto, Portugal, 2016. 査読有.

[4] Takeshi Tsukada and Koji Nakazawa, Intersection and Union Type Assignment and Polarised lambda-bar-mu-mu-tilde. 第 18 回プログラミングおよびプログラミング言語ワークショップ (PPL2016), 岡山, 2016. 査読有.

[5] Koji Nakazawa and Ken-etsu Fujita, Compositional Z: Confluence Proofs for Permutative Conversion. 第 32 回日本ソフトウェア科学会大会，高橋奨励賞受賞，東京，2015. 査読無.

[6] Koji Nakazawa, Lambda Calculi and Confluence from A to Z. In 4th International Workshop on Confluence (IWC2015), Berlin, Germany, 2015. 招待講演.

〔図書〕（計 0 件）

〔産業財産権〕

○出願状況（計 0 件）

○取得状況（計 0 件）

〔その他〕

６．研究組織

(1)研究代表者

中澤　巧爾（NAKAZAWA, Koji）
名古屋大学・大学院情報学研究科・准教授
研究者番号：80362581

(2)研究分担者

なし

(3)連携研究者

なし

(4)研究協力者

なし