

平成 30 年 6 月 24 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K00013

研究課題名(和文) プログラミング言語実装に則した意味論の構築と分析

研究課題名(英文) Semantics for Implementations of Programming Languages

研究代表者

長谷川 真人 (Hasegawa, Masahito)

京都大学・数理解析研究所・教授

研究者番号：50293973

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：プログラミング言語の実装モデルに焦点を当てたプログラム意味論を研究した。特に、圏論的な意味論の整備を行った。主な結果は以下のとおりである。(1) 計算資源の共有・複製を表現する線形冪余モナドを非可換なテンソル圏において定式化した。(2) 巡回共有や再帰計算、および相互作用の幾何の実装レベルの意味論に必要なトレース付きテンソル圏の理論を研究し、トレース付きテンソル圏への埋め込み可能性等について、新しい結果を得た。(3) トレース付きテンソル圏からコンパクト閉圏への埋め込みに関する新しい定理を示し、それをを用いて古典線形論理に対応する線形ラムダ計算から巡回共有構造を持つラムダ計算への翻訳を与えた。

研究成果の概要(英文)：We studied semantics of programming languages focussing on the implementation models. In particular, we developed categorical approach to such semantics and obtained the following results. (1) We introduced linear exponential comonads on non-symmetric monoidal categories. (2) We studied fundamental properties of traced monoidal categories and gave a partial solution to the embeddability into traced categories. (3) We gave a new theorem for the embedding from traced categories into compact closed categories and applied it to derive a new translation from the linear lambda calculus for classical linear logic to the lambda calculus with cyclic sharing.

研究分野：理論計算機科学

キーワード：プログラミング言語 意味論 圏論 位相的量子計算

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 古典的なプログラム意味論においては、興味を中心は高水準プログラミング言語を用いて書かれたプログラムの挙動の分析にあり、プログラミング言語の実装方法について議論することは主要な課題とはされていない。しかし、現実の多くの高水準プログラミング言語は、抽象機械や中間コードへのコンパイルなど、ある程度抽象化された実装モデルを前提に設計されることが多く、エンドユーザ(プログラマ)も実装モデルの適切な理解を持つことがしばしば要求される。従来のプログラム意味論は、これら実装モデルの設計・分析に対して十分な道具を提供できていない。

例えば、Haskell等の関数型プログラミング言語の意味論は、おおむね名前呼びラムダ計算とその操作的意味論・表示の意味論に立脚しているといわれているが、実際の言語の実装は、効率面で劣る名前呼びラムダ計算の操作的意味論は用いず、STG機械で実現される、計算資源を共有し計算結果を再利用する必要呼び意味論を採用している。必要呼びを用いた実装を定式化・分析するための意味論の重要性はすでに1990年代から認識され先駆的な研究がなされているが、それらは本質的に操作的・構文的なものであり、構文論に依存しない表示の意味論については、未だにほとんど解明されていない。この問題に代表される、プログラミング言語実装の意味論の構築は、現在のプログラム意味論研究における重要な課題の一つである。

一方、圏論を用いたプログラム意味論は、抽象機械など適度に抽象化された言語実装モデルと親和性が高く、古くは圏論的抽象機械、より最近ではゲーム意味論や相互作用の幾何に関する研究が知られている。研究代表者自身も、これまでに、プログラミング言語における計算資源の共有、相互作用、また再帰や継続などの制御構造の分析を行うためのプログラム意味論を、圏論、特にテンソル圏(モ

ノイダル圏)を用いて構築し、プログラミング言語の型システムや等式理論の分析を行ってきた。その多くは言語実装モデルと圏論的意味論の親和性の高さに着目したものである。

(2) これまでの研究で、研究代表者は、テンソル圏を媒介に、プログラム意味論と量子トポロジーの橋渡しとなる圏論的モデルを発見した。具体的には、量子群の構成技法である量子二重化を用いて、プログラム意味論で用いられる圏から、非自明な結び目の不変量を与え、かつ計算資源の共有や再帰プログラムの解釈もできるようなりボン圏を具体的に構成した。この成果を出発点として、ロバストな量子計算の実現方式として盛んに研究されている位相的量子計算に対応するプログラム意味論の可能性が高まった。これもまた、位相的量子場の理論を用いて(2次元の系における準粒子の挙動として)抽象的に設定された言語実装モデルのためのプログラム意味論ということができる。一見、先に述べた、関数型プログラミング言語の実装の意味論とはかけ離れた話題に見えるが、構成された実例は、もともと巡回共有データ構造の意味論のために研究してきたテンソル圏を量子化したものであり、これらふたつの研究の流れは、共通の出発点を持つ兄弟関係にあるものである。技術的にも、共通する圏論的構造(テンソル圏、特にトレース付きテンソル圏)を用いており、極めて親和性が高い。

## 2. 研究の目的

研究代表者がプログラム意味論の研究によって得てきた成果の核心に位置する、プログラミング言語の実装モデルに焦点を当てたプログラム意味論の構築と分析を行う。特に、圏論的なアプローチを中心に、

(A) 詳細化: 古くより盛んに用いられてきたが意味論の整備が進んでいない遅延評価による言語実装に則したプログラム意味論、

および

(B)量子化:近年急速に発展しつつある位相的量子計算に基づく言語実装のためのプログラム意味論

に集中的に取り組み,同時に両者の有機的な関係の構築を目指す.

### 3. 研究の方法

本研究はプログラミング言語の理論と関連する圏論の手法を中心とするものであり,基本的に研究代表者が個人で遂行する.基礎的な理論の構築から,具体例の構成,実際的な応用の可能性まで含めた,広がりのある研究を展開する.本研究は,プログラミング言語の構文論・操作的意味論・表示の意味論,また圏論・テンソル圏の理論・表現論や低次元トポロジー,そして位相的量子計算などの多岐にわたる分野に深く関連しており,そのために,国内外のこれらの分野の研究者との研究打ち合わせや討論を多く持つ.さらに,本研究で得られた成果を国際会議および国際学術雑誌などで積極的に発表し,計算の理論の基礎研究における新しい大きな流れを作り出すことを目指す.

### 4. 研究成果

(1)プログラム意味論の量子化の技術的基礎となる非可換(非対称)なテンソル圏およびそれに基づく意味論の研究を行った.成果は以下のとおりである.

(1A)線形論理やそれに基づく計算モデルで計算資源の共有・複製を制御する線形冪様相演算子の圏論的モデル(線形冪余モナド)を,従来必須と考えられてきた対称性を仮定せずに定式化することに成功した.これにより,計算資源に関する議論を非可換化・量子化した意味論で展開する基礎が得られた.例えば,研究代表者が以前の研究で構成した,非自明なブレイドを持つリボン圏上の線形冪余モナド(Hasegawa 2012)はこの定式化の一例となっている.この成果は論文1とし

て発表された.

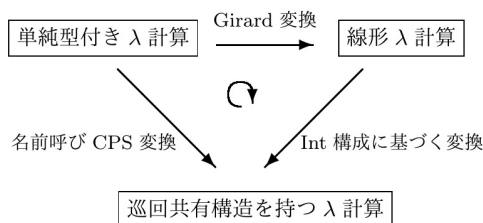
(1B)古典線形論理の圏論的モデルとなる\*-自律圏(Grothendieck-Verdier 圏)は,相互作用の幾何や再帰・巡回構造の圏論的モデルに必要なトレース演算子の存在を仮定すると,すべての対象が双対を持つ圏(コンパクト閉圏)につぶれてしまうことが,対称性を前提とした場合については研究代表者の先行研究で示されていた(Hajgato and Hasegawa 2013).これと同じことが対称性なしに起きるかどうかは未解決問題であるが,いくつかの条件を追加した場合については肯定的に解決できた.

(1C)Hopf 代数の自然な拡張である Hopf モナド(Bruguières, Lack and Virelizier)は,モノイダル閉圏の構造やコンパクト閉圏の構造をモナドの代数(モジュール)の圏に持ち上げるという著しい性質を持つことが知られている.しかし,\*-自律圏の構造について同様のことが成り立つかどうかは,これまで特殊な場合(Hopf 代数に由来する Hopf モナドの場合など)についてしかわかっていなかった.この問題に対し簡潔だが非自明な(\*-自律圏の構造を持ち上げないような Hopf モナドの)反例を与えた.この反例から,Hopf モナドが\*-自律圏を持ち上げるための必要条件を見出し,それが十分条件であることを予想した.今後,必要十分性を確立し,この結果を具体的な\*-自律圏の構成に応用していくことが期待できる.

(2)プログラム実装の意味論および位相量子計算の意味論の両方の基礎となる,トレース演算子を持つテンソル圏の基礎理論の研究を行った.特に,対称テンソル圏がトレース付きテンソル圏に埋め込めるための条件について,Plotkin (1997)や Selinger (2014)が予想した条件では十分ではないことを,具体的な反例を構成して示した.また,彼らの条件を改善した条件が無数にあることを示

し、同時にそれらもまた埋め込み可能性の十分条件にはならないことを示した。一方、埋め込み可能性が、自由生成されたトレース付きテンソル圏への埋め込み可能性に帰着できることに着目し、自由生成されたトレース付きテンソル圏の正確な定式化を与えると同時に、埋め込み可能性への十分条件をいくつか見出した。これは星野直彦氏、Marc Bagnol 氏及び Leo Stefanescu 氏との共同研究である（論文準備中）。

(3) トレース付きテンソル圏  $D$  からコンパクト閉圏  $\text{Int}(D)$  への埋め込みを与える  $\text{Int}$  構成について、その埋め込み関手  $N:D \rightarrow \text{Int}(D)$  と別の関手  $F:C \rightarrow D$  の合成  $NF:C \rightarrow \text{Int}(D)$  が右随伴を持つための必要十分条件を発見した。これは、トレース付きテンソル圏  $D$  が閉であることと埋め込み  $N:D \rightarrow \text{Int}(D)$  が右随伴を持つことが同値であることを示した、研究代表者の以前の成果 (Hasegawa 2009) の拡張となっている。この結果を、巡回共有構造を持つラムダ計算のトレース付きテンソル圏を用いたモデル (トレース付き閉 Freyd 圏) に適用することにより、古典線形論理のモデルを構成することができる。このことから、古典線形論理に対応する線形ラムダ計算 (Hasegawa 2002) から巡回ラムダ計算 (Hasegawa 1997) への健全な翻訳が導かれる。この翻訳を定式化するとともに、その非線形な部分の翻訳が、関数型プログラミング言語の実装に用いられる継続渡し方式 (CPS) 変換に一致することを示した (下図)。



すなわち、単純型付きラムダ計算から線形ラムダ計算への翻訳 (Girard 翻訳) と、今回得

られた線形ラムダ計算から巡回ラムダ計算への翻訳を合成した翻訳が、名前呼び CPS 変換と一致していることが証明できた。これはトレース付きテンソル圏に関する純粋に圏論的な結果がプログラム実装の意味論を導く明快な例を与えるものである。この成果は論文 2 としてまとめ、近日出版予定である。

(4) コンパクト閉圏やリボン圏においては、各対象が双対を持つことからトレース演算子が (一意に) 定義される。このことが、各対象が弱い双対 (準双対) しか持たない場合にも成立することを見出し、準コンパクト閉圏や準リボン圏を定式化した。応用として、準双対しか存在しないようなテンソル圏でトレースを用いたプログラム意味論を展開することが考えられる。特に、そのような具体例として、平行プロセス計算の意味論への応用が考えられる。これは塚田武志氏と酒寄健氏との共同研究に基づく成果である (論文準備中)。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 2件)

Masahito Hasegawa, Linear exponential comonads without symmetry.

In: Proceedings of LINEARITY 2016, Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science 238, pp. 54-63

<http://dx.doi.org/10.4204/EPTCS.238>

.6

Masahito Hasegawa, From linear logic to cyclic sharing.

To appear in Proceedings of LINEARITY/TLLA 2018,

[学会発表](計 8件)

Masahito Hasegawa, A conjecture on traced monoidal categories.

JSPS Bilateral Program CRECOGI Annual Meeting, Kyoto, 2015.

長谷川真人, Linear exponential comonads without symmetry.

計算機科学と圏論研究集会, 理化学研究所計算科学センター, 2016.

Masahito Hasegawa, Linear exponential comonads without symmetry. LINEARITY 2016, Porto, 2016.

Masahito Hasegawa, Traced \*-autonomous categories are compact closed. Seminar at Université Paris Denis Diderot, Paris, 2016.

長谷川真人, On traced \*-autonomous categories. 計算機科学と圏論研究集会, 群馬大学, 2017.

長谷川真人, Free traces on symmetric monoidal categories. 代数、論理、幾何と情報科学研究集会, 鹿児島大学, 2017.

Masahito Hasegawa, On semi-duals in monoidal categories. JSPS Bilateral Program CRECOGI Annual Meeting, Ito, 2017.

長谷川真人, From linear logic to cyclic sharing. 計算機科学と圏論研究集会, 国立情報学研究所, 2018.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
取得年月日:  
国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~hassei/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

長谷川 真人 (HASEGAWA, Masahito)  
京都大学・数理解析研究所・教授  
研究者番号: 5 0 2 9 3 9 7 3

(2) 研究分担者

該当なし

(3) 連携研究者

該当なし

(4) 研究協力者

該当なし