

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 1 日現在

機関番号：15301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K00035

研究課題名(和文) 多様な指標に対応可能なネットワークシステム構造最適化手法の開発

研究課題名(英文) Development of Efficient Methods for Optimizing the Structure of Networked Systems Based on Various Measures

研究代表者

高橋 規一 (Takahashi, Norikazu)

岡山大学・自然科学研究科・教授

研究者番号：60284551

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：代数的連結度・クラスタ係数・媒介中心性・平均頂点間距離等の特徴量に基づくネットワーク構造最適化問題を考察した。代数的連結度最大または極大グラフ、平均局所クラスタ係数極大グラフ、大域クラスタ係数最大グラフなどを理論解析によって導出するとともに、媒介中心性や平均頂点間距離に基づくネットワーク構造最適化のための様々なアルゴリズムを開発した。また、ネットワークの代数的連結度の分散計算法や、ネットワークのコミュニティ検出のための非負値行列因子分解の高速計算法の開発を行った。

研究成果の概要(英文)：We studied the problem of optimizing the network topology based on various measures such as the algebraic connectivity, the clustering coefficient, the betweenness centrality, the average shortest path length, and so on. We not only derived the algebraic connectivity maximizing (or locally maximizing) graphs, the clustering coefficient locally maximizing graphs, and the global clustering coefficient maximizing graphs through theoretical analysis, but also developed various algorithms for optimizing the network topology based on the betweenness centrality and the average shortest path length. We also developed some decentralized algorithms for computing the algebraic connectivity, and some fast methods for nonnegative matrix factorization to solve the problem of community detection.

研究分野：情報数理工学

キーワード：ネットワーク 構造最適化 代数的連結度 クラスタ係数 媒介中心性 平均頂点間距離 コミュニティ検出 非負値行列因子分解

1. 研究開始当初の背景

代数的連結度に基づくネットワーク構造最適化に関する研究が広い分野で注目を集めている。代数的連結度はグラフの連結度を表す指標の一つであり、ラプラシアン行列の2番目に小さい固有値として定義される。例えば、制御工学の分野ではマルチエージェントネットワークにおける合意問題が精力的に研究されており、代表的な合意形成アルゴリズムの収束速度が代数的連結度によって決まることから、何らかの制約条件の下で代数的連結度を最大にするネットワーク構造を求めることが重要な課題となっている。また、計算機科学や交通工学の分野では、事故や攻撃に対して頑健な計算機ネットワークや航空路線網を設計するのに代数的連結度を利用する試みが行われている。さらに、応用数学や離散数学の分野でも、各種グラフの代数的連結度の理論解析や、辺の張り替えによる代数的連結度の最大化に関する研究が数多く行われている。

一方、インターネット、World Wide Web、電力線網、友人関係のネットワーク、神経回路網、遺伝子ネットワークなどの現実社会に存在する大規模かつ複雑なネットワークを対象とする複雑ネットワーク科学の分野では、平均頂点間距離、直径、クラスタ係数、次数分布等の指標を用いてネットワークの構造を解析したり、中心性とよばれる指標によって各頂点の重要度を決定したりすることが行われてきた。また、多くのネットワークに共通する性質としてスモールワールド性やスケールフリー性といった概念が提唱され、それらの性質を有するモデルも数多く提案されてきた。しかしながら、ネットワークの構造最適化という観点から見ると、多くの基本的問題が未だに解決されていない。

2. 研究の目的

本研究の目的は、多様な指標に対応可能なネットワーク構造最適化手法を開発することである。ネットワーク構造の微小な変化（例えば1頂点の削除、1頂点の追加、1辺の削除、1辺の追加、1辺の張り替え、2辺の同時張り替え等）に対する各指標の変化量を理論解析によって明らかにし、そこで得られた知見を利用して指標ごとのネットワーク構造最適化手法を開発する。また、各手法の計算量や提案手法によって得られる構造の特徴を理論解析によって明らかにする。最後に、指標ごとの最適化手法を融合させて統一的なネットワーク構造最適化手法を構築する。そのためには、指標間の関係解明や各構造最適化手法に共通する普遍原理の抽出が重要となる。

3. 研究の方法

代数的連結度、平均頂点間距離、クラスタ係数、媒介中心性等の各指標について、ネットワーク構造の微小な変化に対する変化量を理論解析によって明らかにするとともに、それを利用したネットワーク構造最適化手法を開発する。具体的なテーマは以下の通りである。

- (1) 代数的連結度最大グラフの解析と設計
- (2) 代数的連結度の分散計算法の開発
- (3) クラスタ係数最大または極大グラフの解析と設計
- (4) 構造変化に対応可能な媒介中心性の効率的計算法の開発
- (5) 短い平均頂点間距離をもつ正則グラフの解析と設計
- (6) コミュニティ検出のための非負値行列因子分解の高速計算法の開発

4. 研究成果

研究の方法で述べた6個のテーマのそれぞれについて、本研究によって得られた成果を述べる。

(1) 代数的連結度は、グラフの結びつきの強さを表す指標の一つであり、ラプラシアン行列の2番目に小さい固有値として定義される。本テーマでは、頂点数、辺数、次数列等に関する条件の下で代数的連結度を最大または極大にするグラフを求める問題について考察した。ここで極大とは、頂点数と辺数が指定された場合には、一辺をどのように張り替えても代数的連結度が増えないことを意味し、次数列が指定された場合には、次数列を一定にしたまま二辺をどのように張り替えても代数的連結度が増えないことを意味する。第一の成果は、星グラフ、星グラフに少数の辺を追加したグラフ、ある条件を満たす完全2部グラフが代数的連結度最大グラフであることと、閉路グラフ、完全2部グラフ、ある条件を満たす巡回グラフが代数的連結度極大グラフであることを証明したことである。この成果は IEEE Transactions on Control of Network Systems に掲載された。第二の成果は、正則な完全多部グラフとそれに少数の辺を追加したグラフが代数的連結度最大グラフであることを証明したことである。尚、完全2部グラフが代数的連結度最大グラフであるという予想が他の研究者によって与えられており、上記の成果はこの予想と密接な関係をもっている。

(2) 本テーマでは、各エージェントが自身の属するネットワークの代数的連結度を分散的に計算する方法を開発した。これを用いれば、多数のエージェントが連結性を保ったまま（すなわち群れを形成したまま）移動することが可能になる。先行研究として、Yangらによって提案された連続時間計算法があるが、この方法では各エージェントが他のすべ

てのエージェントの状態値の平均を瞬時に求められるという仮定が用いられているため、真に分散的とはいえない。本研究の第一の成果は、Yang らの方法と Spanos らの動的平均合意アルゴリズムを組み合わせた真に分散的な代数的連結度計算法を提案し、その妥当性を理論的に証明したことである。第二の成果は、離散時間で動作する真に分散的な代数的連結度計算法を提案し、その妥当性を数値実験で確認したことである（理論解析によっても多くの成果が得られたが、妥当性の完全な証明には至っていない）。第三の成果は、Yang らの方法の離散時間版を理論的に解析し、代数的連結度が正しく求められるための十分条件を導出したことである。

(3) クラスタ係数はネットワークがどの程度クラスタ化されているかを表す特徴量であり、ネットワークに含まれる三角形が多いほど 1 に近い値をとり、少ないほど 0 に近い値をとる。クラスタ係数の定義には、Watts と Strogatz によって提案された平均局所クラスタ係数と、Newman らによって提案された大域クラスタ係数の 2 種類がある。本研究では、まず、指定された次数列をもつグラフの中で平均局所クラスタ係数を極大にするものを求める問題について考察し、次数列を変えずに二辺を張り替えるときのクラスタ係数の変化量を陽に与えるとともに、それを利用して上記の性質を有するグラフの具体例をいくつか示した。木の各辺を同じ頂点数からなるクリークに置き換えて得られるグラフはその一例である。これらの成果は Discrete Applied Mathematics に掲載された。次に、指定の頂点数と辺数をもつグラフの中で大域クラスタ係数を最大にするグラフを求める問題を理論的に考察した。特に、辺数と頂点数の差が小さい場合に着目し、差が 6 以下の場合については問題を完全に解決した。例えば、差が 6 の場合には、5 頂点からなるクリークと三角形（3 頂点からなるクリーク）が道でつながったグラフが大域クラスタ係数最大グラフとなる。

(4) ネットワークの各頂点の重要度を測る指標の一つに媒介中心性がある。ある頂点の媒介中心性は、ネットワーク内のすべての 2 頂点間の最短経路のうち、その頂点を通るものの割合が高いほど高い値をとる。故障や攻撃に対する頑健性の観点から、すべての頂点の媒介中心性は近い値をとることが望ましい。そこで本テーマでは、指定頂点の媒介中心性を最も大きく減少させる辺挿入位置を求める問題について考察し、挿入位置を求めるための高速アルゴリズムを開発した。まず、1 辺の挿入による任意の 2 頂点間の最短経路長と最短経路数の変化量を解析し、その陽な表現式を導出した。次に、その結果を用いて上記の問題を解くアルゴリズムを開発した。ランダムグラフとスケールフリーグラフに

それを適用したところ、媒介中心性の代表的な高速計算法である Brandes の方法を単純に利用する場合に比べ、計算時間が大幅に短いことが判った。

(5) 本テーマでは、与えられた頂点数と次数の下で平均頂点間距離を最小にする無向正則グラフを求める問題に取り組んだ。高性能計算に利用される計算機ネットワークはしばしば無向正則グラフでモデル化され、その平均頂点間距離はデータ通信の遅延と密接に関係する。したがって、上記の問題は低遅延計算機ネットワークを実現するための重要な課題となる。本研究の第一の成果は、一般化 de Bruijn グラフに基づく無向 3 正則グラフおよび無向 4 正則グラフの構成法を提案し、その妥当性を理論的に証明したことである。一般化 de Bruijn グラフは短い平均頂点間距離をもつ有向グラフであるから、その考えを利用すれば短い平均頂点間距離をもつ無向正則グラフが構成できると期待されたが、得られたグラフの平均頂点間距離や直径を調べたところ、ランダム正則グラフよりも長いことが判った。構成法の一部を変更するなどの改良が必要である。本研究の第二の成果は、一般化 Moore グラフを求める効率的なアルゴリズムを開発し、それを利用して多くの一般化 Moore グラフを発見したことである。一般化 Moore グラフとは平均頂点間距離が理論的下界に等しいグラフのことであるが、頂点数と辺数の値の組によっては存在しないことがわかっている。本研究では次数が 7 で頂点数が 50 の一般化 Moore グラフを発見した。

(6) 複雑ネットワークの分析において、与えられたネットワークからコミュニティを自動的に検出することは重要な課題である。この問題は非負値行列因子分解として定式化できることが知られており、その反復解法も他の研究者によって提案されている。本テーマでは、コミュニティ検出のための非負値行列因子分解の高速解法を開発した。本研究の第一の成果は、無向ネットワークから導出される非負値行列因子分解に対し、階層的交互最小二乗法に基づく高速解法を開発したことである。第二の成果は、有向ネットワークから導出される非負値行列因子分解に対し、Cardano の公式に基づく高速解法を開発したことである。いずれの方法も計算時間が既存の解法に比べて大幅に短いことが実験的に確認されている。尚、このテーマに関連する成果として、階層的交互最小二乗法の大域収束性条件を導出した。これは IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences に掲載された。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計3件)

Takumi Kimura and Norikazu Takahashi, Gauss-Seidel HALS algorithm for nonnegative matrix factorization with sparseness and smoothness constraints, IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 査読有, vol.E100-A, no.12, 2017, pp.2925-2935, DOI:10.1587/transfun.E100.A.2925

Kohnosuke Ogiwara, Tatsuya Fukami and Norikazu Takahashi, Maximizing algebraic connectivity in the space of graphs with fixed number of vertices and edges, IEEE Transactions on Control of Network Systems, 査読有, vol.4, no.2, 2017, pp.359-368, DOI:10.1109/TCNS.2015.2503561

Tatsuya Fukami and Norikazu Takahashi, Graphs that locally maximize clustering coefficient in the space of graphs with a fixed degree sequence, Discrete Applied Mathematics, 査読有, vol.217, no.3, pp.525-535, 2017, DOI:10.1016/j.dam.2016.10.002

〔学会発表〕(計39件)

石井涼也, 高橋規一, 一般化 de Bruijn グラフに基づく単純無向正則グラフ構成法, 電子情報通信学会非線形問題研究会, 2018年1月26日, 北九州学術研究都市産学連携センター(福岡県北九州市),

遠藤拳人, 高橋規一, 代数的連結度推定のための真に分散的な離散時間アルゴリズムの平衡点解析, 電子情報通信学会非線形問題研究会, 2018年1月26日, 北九州学術研究都市産学連携センター(福岡県北九州市)

Tomohisa Urakami and Norikazu Takahashi, Analysis of a pseudo-decentralized discrete-time algorithm for estimating algebraic connectivity of multiagent networks, 2017 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications, 2017年12月6日, カンクン(メキシコ)

浦上朋久, 高橋規一, マルチエージェントネットワークの代数的連結度を推定する離散時間アルゴリズムの収束性解析, 平成29年度(第68回)電気・情報関連学会中国支部連合大会, 2017年10月21日, 岡山理科大学(岡山県岡山市)

栗城亮夏, 高橋規一, 辺数が頂点数に近い場合の大域クラスター係数最大グラフ, 電子情報通信学会非線形問題研究会, 2017年10月6日, まちなかキャンパス長岡(新潟県長岡市)

難波俊行, 高橋規一, 重み付き無向グラフの媒介中心性の更新式, 2017年電子情報通信学会ソサイエティ大会, 2017年9月13日, 東京都市大学(東京都世田谷区)

Kento Endo, Norikazu Takahashi and Sang-Gu Lee, Equilibrium point analysis of a decentralized discrete-time system for algebraic connectivity estimation, 2017 Taiwan and Japan Conference on Circuits and Systems, 2017年8月22日, 岡山コンベンションセンター(岡山県岡山市)

浦上朋久, 高橋規一, マルチエージェントネットワークの代数的連結度推定のための擬似分散的離散時間アルゴリズム, 電子情報通信学会非線形問題研究会, 2017年5月11日, 岡山理科大学(岡山県岡山市)

栗城亮夏, 高橋規一, 辺数と頂点数の差が4以下の場合の大域クラスター係数最大グラフ, 電子情報通信学会2017年総合大会, 2017年3月22日, 名城大学天白キャンパス(愛知県名古屋市)

Toshiyuki Namba, Tatsuki Kohno and Norikazu Takahashi, A fast method for finding the edge to be added to minimize betweenness centrality of a specified vertex, 2016 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications, 2016年11月30日, ニューウェルシティ湯河原(静岡県熱海市)

Ryoya Ishii and Norikazu Takahashi, Extensions of a theorem on algebraic connectivity maximizing graphs, 2016 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications, 2016年11月30日, ニューウェルシティ湯河原(静岡県熱海市)

Kento Endo and Norikazu Takahashi, A new decentralized discrete-time algorithm for estimating algebraic connectivity of multiagent networks, 2016 IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems, 2016年10月27日, 済州(大韓民国)

難波俊行, 高橋規一, 指定頂点の媒介中心性を最小にする辺挿入位置の高速探索法, 電子情報通信学会非線形問題研究会, 2016年9月15日, 甲南大学(兵庫県神戸市)

遠藤拳人, 高橋規一, マルチエージェントネットワークにおける代数的連結度推定のための新しい分散的離散時間アルゴリズム, 電子情報通信学会非線形問題研究会, 2016年9月15日, 甲南大学(兵庫県神戸市)

石井涼也, 高橋規一, 頂点数と辺数の制約下で代数的連結度が最大となる完全多部グラフに関する考察, 電子情報通信学会非線形問題研究会, 2016年9月15日, 甲南大学(兵庫県神戸市)

石井涼也, 高橋規一, 代数的連結度最大グラフに関する一定理の拡張, 電子情報通信学会 2016年総合大会, 2016年3月17日, 九州大学伊都キャンパス(福岡県福岡市)

藤原拓郎, 高橋規一, 完全多部グラフの代数的連結度最大性と 2-switch に基づく代数的連結度極大グラフ探索法, 電子情報通信学会高信頼制御通信研究会, 2016年1月29日, 関西大学うめきたラボラトリ(大阪府大阪市)

Takuro Fujihara and Norikazu Takahashi, Complete multipartite graphs maximize algebraic connectivity in the neighborhood based on 2-switch, 2015 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications, 2015年12月2日, 香港(中華人民共和国)

Kazuma Yamane and Norikazu Takahashi, Proposal of a truly decentralized algorithm for estimating algebraic connectivity of multi-agent networks, 2015 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications, 2015年12月2日, 香港(中華人民共和国)

山根一馬, 高橋規一, マルチエージェントネットワークの代数的連結度推定アルゴリズムにおける正規化法の拡張, 第58回自動制御連合講演会, 2015年11月15日, 神戸大学(兵庫県神戸市)

②1 栗城亮夏, 高橋規一, 2-switch 近傍に基づく大域クラスター係数極大グラフに関する一考察, 平成27年度(第66回)電気・情報関連学会中国支部連合大会, 2015年10月17日, 山口大学常盤キャンパス(山口県宇部市)

②2 山根一馬, 高橋規一, マルチエージェントネットワークにおける真に分散的な代数的連結度推定アルゴリズムの提案, 電子情報通信学会非線形問題研究会, 2015年6月12日, 早稲田大学(東京都新宿区)

{図書}(計0件)

{産業財産権}

出願状況(計0件)
取得状況(計0件)

{その他}

ホームページ等

<http://www.momo.cs.okayama-u.ac.jp/~takahashi/index.ja.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高橋 規一 (TAKAHASHI, Norikazu)

岡山大学・大学院自然科学研究科・教授

研究者番号: 60284551