

令和元年6月21日現在

機関番号：62603

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K00061

研究課題名(和文)弱い事前情報の利用：ベイズ尤度と複数情報の統合

研究課題名(英文)Efficient Use of a Weakly Informative Prior: Bayesian Likelihood and the Unification of Multiple Sources of Information

研究代表者

柳本 武美 (Yanagimoto, Takemi)

統計数理研究所・ - ・名誉教授

研究者番号：40000195

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円

研究成果の概要(和文)：当初の構想の中心であった e-混合ベイズ尤度についての性質と情報の統合に必要な信用領域の具体化から研究の研究は、想定通りに進んだ。Jeffreys' prior あるいは reference prior の性能が予想以上である、逆に見ると最尤推定量の欠点大きい、事実が幸いした。最終年度では、必要なりスク比較を実施した。

この実施の過程で新しい着想を得ることが出来た。Laplace 分布の利用は多くの研究者の関心を惹いてきた。中央値と最尤推定量に魅力的な関係があるかである。今回の研究の構想の枠組みで、この分布の新しい有効利用の方法を構築出来ることが分かってきた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究は、今日に必要とされる証拠に基づいた医療・行政などを支える基礎技術の発展を支える。別の面から見るとビッグデータの収集方法についての議論についても精密なデータが筆であるとの示唆を与える。但し、現在の成果が直接に役立つレベルに達していない。

研究成果の概要(英文)： The proposed research subject was to obtain properties of the e-mixture Bayesian likelihood and its implications to the unification of multiple sources of information. This task was performed in a satisfactory way. This success is fortunately supported by the fact that Jeffreys' or the reference prior implies favorable estimators. In other words, the maximum likelihood estimator behaves poorly. In the last scheduled year necessary risk comparison studies were conducted.

In this process we obtain a new idea of our further studies. The Laplace distribution has been attracted researchers' attentions, because of its favorable relationship between the median and the maximum likelihood estimator. It becomes clear that our approach can be extended to covering this distribution, which allows us the efficient use of this promising distribution.

研究分野：Theoretical Statistics

キーワード：Bayesian theory Estimation e-divergence Informative prior

## 1. 研究開始当初の背景

近年に得られるデータの精密化と複雑なモデルの推論に必要な計算装置の発展普及により、ベイズ法の優位性が確認されている。当初は新しい方法としての独自性が強調されたが、統計学の枠組みの中で理科することが、ベイズ法の発展を支える視点であることが認識されている。明示的な仮定と導出した推測法の客観的な基準による評価である。

こうした流れの中で、指数分布あるいは指数拡散分布族を標本分布としたときの弱い情報しか持たない事前密度を仮定したときの推測法の開発の必要性を認識した。無情報事前分布を仮定した推測と、正当な事前分布を仮定した推測を段差のない推測法を構築する。この結果の一つは、尤度法の限界を明瞭にさせることになる。

## 2. 研究の目的

ベイズ推測の拡大させるために、弱い事前情報を有効に利用するための方法の進展をさせる。無情報事前密度のより厳密な理解の上に、より強い事前密度の仮定を可能にさせる。この試みを実現させるための二つのシーズは、ベイズ推論においてはあくまで事後密度を重視する視点を貫くことと統計推論において確率密度空間に見られる双対構造に即した理論構成を図ることである。実際に即した柔軟な推論を行うことを通じて、幅広く受け入れられる手法を提案することを目的とした。

具体的には、事前密度を評価するために旧来の  $m$ -混合に拘泥した視点から双対的な  $e$ -混合をも加えてベイズ尤度を定義する。尤度の幅広い定義はベイズ統計に尤度推論を可能にする。モデルの最適化とモデルの評価を明瞭に区別することが必要で、現在のベイズ統計理論に見られる混同を整理する。また、統計量の結合問題に代わる、複数情報の統合問題について信用水準の視点から改善を図る。

## 3. 研究の方法

まず  $e$ -混合ベイズ尤度の定義を、 $m$ -混合ベイズ尤度の関連において柔軟に定式化する。現状の理論と関連を明確にするために、標本密度族を混合する二つの密度を導入する。その上で、定義したベイズ尤度の性質を明確にする。双対な混合については予測子の構成を通じてこれまでも研究の経験があるので、その蓄積との統合を図る。予測子の構成は事後密度に基づくから、事前密度による変換された標本密度の混合を考えれば良い。従って、本件研究では拡張は容易である。問題はベイズ尤度に関する構造あるいは性能の比較にある。定義が大きく異なるベイズ因子と DIC との間にも、潜在的な共通性を見いだせる筈である。幸い統計数理研究所では挑戦の内容を理解できる研究者がいるので、協力を得て議論を進めることにした。

一方で、これまで進めてきた事後密度の下での指定された領域の確率を用いることで、検定手法を拡大させることの研究をまとめる。この研究は複数情報の統合についての研究の基礎となる。情報の統合では該当する領域が多次元になり評価すべき領域の選択により、次元の場合とは領域の信用度の意味が異ってしまう。その結果、先に提案したように信用水準検定を構成するためにはとして信用確率を  $p$ -値として扱う必要が生じる。この点の詳細を見極めて研究を進める。

## 4. 研究成果

本研究の当初の構想の中心は  $e$ -混合ベイズ尤度についての性質と情報の統合に必要な

信用領域の具体化から研究の研究であった。この構想は想定通りに進んだ。ある程度の成果を得たが関係研究者を納得させるための詰めの作業に手こずっている。研究の対象が極めて基本的で独創性の高いテーマであったためある程度の困難は予想されたが、当初の予想以上である。時間をかけて内容を充実させるしかない。

複数情報の統合問題とすると実用的な手法の提案が期待できる。複数の検定統計量とか  $p$ -値の統合よりも柔軟で高い視野からしかも論理的に議論できるからである。小椋(三重大)と行ってきた McNemar 検定のベイズ版の研究の中で試みの計算を行っている。接近法は大量計算に止まらず近似法からの接近も見込むことが分かった。

その後に Jeffreys' 事前分布の利用に関して進展を見た。事後平均を求めることが、最尤推定量と深い関係を持つ事実があるからである。この点を具体的に追究する中で、同時に参照事前分布の利用が併合したアイデアとして生じてくる。一般には参照事前分布の方が望ましい無情報事前分布と考えられているので、この違いは興味深い。また、昨年度終わりから始まり、本年度にかけて順調に進んだ点として関連研究者から関心を持たれて共同研究が行えたことにある。研究の構想が明確であった点が功を奏した理由である。作村(法政大)、田畑(東京理大)と院生を加えての共同研究を始めている。

研究開始当初には見えていなかった関連テーマとして、急速な展開を見せている研究対象が、深層学習の推論構造がある。特に活性化関数と評価関数に関連した問題である。この報告を書いている時点では、Laplace 分布との深い関係が見えてきた。正規分布対 Laplace 分布、標本平均対中央値の見えない関係が、我々の認識過程の複雑さと意外に関連していそうであるとの官職である。新しい成果を生む視点であると期待している。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 3 件)

[1] 柳本 武美: 尤度法はベイズ法無き里の蝙蝠か、RIMS Kokyuroku No.2047 "Bayes Inference and Its Related Topics" 査読無 2017年, 89-100

[2] Ogura, T. and Yanagimoto T.: Powerful test of two proportions by assuming a registered prior density. Communication In Statistics - Simulation and Computation, 45, 査読有, 2016年 1936-1949.

[3] Ogura, T. and Yanagimoto, T.: Improving and extending the McNemar test using the Bayesian method. Statistics in Medicine, 35, 査読有, 2016年, 2455-2466.  
May

〔学会発表〕(計 18 件)

[1] Yanagimoto, T. and Ohnishi, T. (Kyushu University) Conjugate analysis under Jeffreys' prior with its implications to likelihood inference  
Pioneering Workshop on Extreme Value and Distribution Theories in honor of Prof. Sibuya, 2019年.

[2] 柳本武美, 大草孝介, 災害認知: リスク認知と DNN から科研費研究集会「災害と時空間統計」, 2019年.

[3] 柳本武美 RCT と DNN が医療水準の向上を駆動する, 科研費研究集会「多変量データ解析法における理論と応用」, 2018年.

[4] 高見遼太 柳本武美, 田畑耕治 多項分布における自然母数の事後平均 2018年度日本分類学会シンポジウム, 2018年.

[5] 小椋透, 柳本武美 複数のポアソン分布の平均値の経験ベイズ推定における対数変換を用いた工夫, 2018 年度統計関連学会連合大会, 2018 年.

[6] 柳本武美 活性化関数と回帰関数の性能と人の認知からの評価 2018 年度統計関連学会連合大会, 2018 年.

[7] 柳本武美: リスク認知と深層学習: 活性化関数から科研費研究集会「災害と時空間統計」, 2018 年.

[8] 柳本武美: 多項出現確率の推定法としての深層学習分類器、科研費研究集会「高次元複雑データの理論と方法論」, 2017 年.

[9] Toru Ogura and Takemi Yanagimoto Performance of Bayesian credible interval for binomial proportion using logit transformation IASC-ARS/NZSA, 2017 年.

[10] Yuta Kamiya, Toshinari Kamakura, and Takemi Yanagimoto Innovative estimation in the von-Mises distribution IASC-ARS/NZSA, 2017 年.

[11] 柳本武美 事前分布の利用と受容を促す工夫 2017 年度統計関連学会連合大会企画セッション「ベイズ統計学の発展と新展開」2017 年

[12] 小椋透 柳本武美 対応のある  $3 \times 3$  分割表の検定方法に対するベイズ法を用いた改善 2017 年度統計関連学会連合大会, 2017 年

[13] 柳本武美: 尤度法はベイズ法無き里の蝙蝠か, 京都大学数理解析研究所・共同研究"Bayes Inference and Its Related Topics" 2016 年

[14] 柳本武美 突発事象の初発例を評価するため予測的視点 科研費研究集会「災害と時空間統計」2016 年

[15] Yanagimoto, T. and Ogura, T. Dual Bayesian estimators of the incidence probability of a rare event. 23rd Australian Statistical Conference. 2016 年

[16] 柳本武美・大西俊郎: ベイズモデルの比較による Lindley パラドックスの解消 2016 年度

[17] 小椋透・柳本武美: 二項確率のロジット変換値における信用区間の構成とその適用例 2016 年度 統計関連学会連合大会, 2016 年

[18] T. Ogura and T. Yanagimoto: Combining evidences from multiple binary matched-pairs data using a Bayesian approach 24, ICSB 37th Annual Conference, 2016 年

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕  
出願状況(計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年:  
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:

番号：  
取得年：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号（8桁）：

### (2) 研究協力者

研究協力者氏名：小椋透

ローマ字氏名：Toru Ogura

研究協力者氏名：田畑耕治

ローマ字氏名：Kouji Tahata

研究協力者氏名：大草孝介

ローマ字氏名 Kosuke Ohkusa

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。