

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 26 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K00062

研究課題名(和文) 超高次元の確率解析手法による統計的推測

研究課題名(英文) Statistical inference by the method of super high dimensional stochastic analysis

研究代表者

西山 陽一 (Nishiyama, Yoichi)

早稲田大学・国際大学院・教授

研究者番号：90270412

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：(1) Dantzig selector は、とりわけ線形回帰モデルにおいては良く研究されてきた。本研究では、いくつかの確率過程モデルにおける Dantzig selector の重要な性質を導いた。特に、Cox の比例ハザードモデルにおける selector の l_q 一致性を証明した。対応する結果は、共変量をもつ拡散過程モデルにおいても得られた。

(2) Z-推定量のモーメント収束を保証するための検証が容易な十分条件を提示した。また、変化点問題において、Z-process method というものを提案し、典型的な場合においてはそれが漸近的分布不変になることを示した。

研究成果の概要(英文)：(1) The Dantzig selector had been well studied for linear regression models. In my study project, some important properties of the Dantzig selector for some models of stochastic processes were studied. In particular, the l_q consistency of the selector in Cox's proportional hazards model was established. The corresponding results for the models of diffusion processes with covariates were also obtained.

(2) Z-estimator is an solution to some estimating equations. In my study project, some important properties of Z-estimators and Z-process methods were studied. As for the former, a program to prove the moment convergence of Z-estimator was presented. As for an application of the latter, a new procedure to detect the change of the structure of stochastic process models was proposed. In some typical cases, the proposed method becomes "asymptotically distribution free", which is important from practical point of view.

研究分野：統計科学

キーワード：マルチンゲール 推定方程式 変化点問題 超高次元統計モデル

1. 研究開始当初の背景

低次元パラメータをもつ統計的推測理論はもはや古典的である。高次元パラメータをもつ線形回帰モデルにおける推測理論の研究は、研究開始当初までに十分になされていた。しかしながら、高次元パラメータをもつ確率過程モデルにおける推測理論の先行研究は極めて少ない状況であった。

この事情をもう少し詳しく説明しよう。独立同一分布にしたがう確率変数列に基づく経験過程に対する中心極限定理は、1978 年に出版された R.M. Dudley 教授による論文を皮切りに、1980 年代に活発に研究された。その当時採用されたアプローチには、uniform エントロピーに基づくものと、bracketing エントロピーに基づくものの二つに大別されていた。これらの結果は、1996 年に出版された van der Vaart and Wellner の著書に詳しくまとめられている。

一方、有限次元空間における中心極限定理については、古典的な研究を受けて、1980 年ごろに連続時間マルチンゲールの場合にまで拡張された。その詳細は 1987 年に出版された Jacod and Shiryaev の著書に体系的にまとめられている。

無限次元空間における中心極限定理を独立性の仮定が緩められた状況で証明する努力が 1990 年代になされた。ミキシング性に基づくアプローチやマルチンゲール性に基づくアプローチが研究されたが、後者については、報告者自身が研究したことであった。そのような無限次元マルチンゲールに対する汎関数中心極限定理を導出するためには、独立同一分布列に対して用いられた bracketing エントロピーによるアプローチのみが、一定の成功を収めている状況であった。

その一方で、統計的推測の枠組みにおいては、いわゆる Lasso と呼ばれる手法が 1990 年代後半に提案され、主として線形回帰モデルの場合に、その性質が精力的に研究されてきた。また、2000 年代の後半には、Dantzig selector と呼ばれる新手法も提案され、線形回帰モデルの場合には、Lasso と漸近的に同等の性質をもつことが示された。

しかしながら、確率過程モデルにおける Lasso および Dantzig selector の研究は、まだあまりなされていない状態であった。

2. 研究の目的

無限次元マルチンゲールに対する最大不等式を導出するステップから再考し、確率場に最大値に対する新しいモーメント不等式

や、より弱い条件のもとでの汎関数中心極限定理を証明することを目標とする。さらに、その統計的応用を研究する。とりわけ、セミパラメトリック Z-推定量の漸近分布の導出や、その生存解析への応用を研究する。

さらに、高次元パラメータをもつ確率過程モデルにおける推測理論 (Lasso および Dantzig selector を含む) を発展させることを主たる目的とする。あわせて、Z-推定法や Z-process 法の研究も深化させる。

3. 研究の方法

主として、研究代表者と研究協力者との直接面談による共同研究によった。

研究協力者の一名 (藤森 洸) とは、毎週一回の研究連絡を定期的に行い、きわめて綿密なディスカッションを行った。

研究協力者のもう一名 (Negri, Ilia) とは、彼女の訪日の機会に集中的なディスカッションを行った。

4. 研究成果

本研究で、次の 4 つの成果が得られた。

- (1) Dantzig selector は、とりわけ線形回帰モデルにおいては良く研究されてきた。本研究では、いくつかの確率過程モデルにおける Dantzig selector の重要な性質を導いた。特に、高次元の Cox の比例ハザードモデルにおいて、Dantzig selector の一致性の証明は、先行研究においては l_2 ノルムにおいてのみが議論されており、かつ直接的に検証するのが困難な仮定が残されていた。そこで本研究では、より一般的に、 l_q 一致性の証明を、より明示的で検証しやすい条件のもとで行った。この成果は下記の雑誌論文 (4) として出版に漕ぎつけた。
- (2) 対応する結果は、共変量をもつ拡散過程モデルにおいても得られた。この成果は下記の雑誌論文 (2) として出版に漕ぎつけた。
- (3) 従来の研究では、M-推定量に関しては、モーメントの収束をするための研究がなされていた。(例えば Nishiyama (2010, Statistica Neerlandica) や Yoshida (2011, Ann. Inst. Statist. Math.) を参照。) 本研究では、Z-推定量のモーメント収束を保証するための検証が容易な十分条件を提示した。この成果は、下記の雑誌論文 (1) として出版に漕ぎつけた。

- (4) 変化点問題において、Z-process method というものを提案し、典型的な場合においてはそれが漸近的分布不変になることを示した。この成果は、下記の雑誌論文 (3) として出版に漕ぎつけた。

その一方で、無限次元マルチンゲールに対する最大不等式を導出する研究は、現在までのところ未完成である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- (1) Negri, Ilia (University of Bergamo), Nishiyama, Yoichi (Waseda University) Moment convergence of Z -estimators. *Statistical Inference for Stochastic Processes* 20(3) 387-397 2017 年 10 月
- (2) Fujimori, Kou (Waseda University), Nishiyama, Yoichi (Waseda University) The Dantzig selector for diffusion processes with covariates. *Journal of Japan Statistical Society* 47(1) 59-73 2017 年 6 月
- (3) Negri, Ilia (University of Bergamo), Nishiyama, Yoichi (Waseda University) Z -process method for change point problems with applications to discretely observed diffusion processes. *Statistical Methods and Applications* 26(2) 231-250 2017 年 6 月
- (4) Fujimori, Kou (Waseda University), Nishiyama, Yoichi (Waseda University) The l_q consistency of the Dantzig selector for Cox's proportional hazards

model. *Journal of Statistical Planning and Inference* 181 62-70 2017 年 2 月

[学会発表] (計 8 件)

- (1) 藤森洸 (早稲田大学)、西山陽一 (早稲田大学) 「高次元・スパースなパラメータを含む拡散過程に対する Dantzig selector」統計関連学会連合大会、2017 年 9 月
- (2) Fujimori, Kou (Waseda University) and Nishiyama, Yoichi (Waseda University) “The Dantzig selector for statistical models of stochastic processes” European meeting of Statisticians、2017 年 7 月
- (3) 藤森洸 (早稲田大学)、西山陽一 (早稲田大学) “The Dantzig selector for diffusion processes with covariates” 日本統計学会春季集会、2017 年 3 月
- (4) Fujimori, Kou (Waseda University) and Nishiyama, Yoichi (Waseda University) “The Dantzig selector for diffusion processes with covariates” Waseda International symposium、2017 年 2 月
- (5) 藤森洸 (早稲田大学)、西山陽一 (早稲田大学) 「Cox 比例ハザードモデルにおける Dantzig selector の一貫性」数理統計ひこね 2017
- (6) Fujimori, Kou (Waseda University) and Nishiyama, Yoichi (Waseda University) “The l_q consistency of the Dantzig selector for Cox's proportional hazards model” Hokkaido International symposium、2016 年 10 月
- (7) 藤森洸 (早稲田大学)、西山陽一 (早稲田大学) 「Cox 比例ハザードモデルにおける Dantzig selector の一貫性」日本数学会秋季総合分科会、2016 年 9 月
- (8) 藤森洸 (早稲田大学)、西山陽一 (早稲田大学) 「Cox 比例ハザードモデルにおける Dantzig selector の一貫性」統計関連学会連合大会、2016 年 9 月

[図書] (計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

なし。

6. 研究組織

(1) 研究代表者

西山 陽一 (Nishiyama, Yoichi) (早稲田大学)

研究者番号：90270412

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：

(5) 研究協力者

藤森 洸 (Fujimori, Kou) (早稲田大学)

Negri, Ilia (ベルガモ大学)