

令和 2 年 6 月 15 日現在

機関番号：32683

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2019

課題番号：15K03362

研究課題名(和文) 一般均衡モデルの理論的研究

研究課題名(英文) Theoretical Study on General Equilibrium Models

研究代表者

鈴木 岳 (Suzuki, Takashi)

明治学院大学・経済学部・教授

研究者番号：80251734

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：飽和測度空間の概念を応用することによって、選好の凸性を仮定せずに上記のモデルの均衡とコアを論ずることが可能となった。このことは特にそうしたモデルで非分割財を取り扱う際に威力を発揮する。具体的には財差別と非分割財を含み $ca(K)$ を財空間とするモデルの均衡の存在を証明し、また同様の問題を有界数列空間を財空間とするモデルについて論じている。主論文(forthcoming in Pure and Applied Functional Analysis)は、有界数列空間と $ca(K)$ の双方について均衡とコアの同値性を統一的に論じている。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の学術的意義は以下の点に求められる。(1)有限次元におけるアトムレス測度空間を消費者の空間とする交換モデルの均衡の存在及びコアとの同値性を選好の凸性の仮定なしに証明したAumannの古典的な定理の経済学的な意義を無限次元財空間モデルにおいて回復した。(2)同時にこれらのモデルにおいて非分割財をも扱えるようになった。(3)経済を消費者の測度空間から消費特性空間への写像として定義するアプローチ(Individualized approach)と経済を消費特性の空間上の分布と捉えるアプローチ(Distributionalized approach)が同値であることを明らかにした。

研究成果の概要(英文)：Applying saturated measure spaces, we will prove the existence and core equivalence of competitive equilibrium for exchange economies with continuum of consumers and the commodity spaces of bounded sequences and the space of signed measures without assuming the convexity of preferences.

研究分野：数理経済学

キーワード：飽和測度空間 一般均衡モデル 無限次元財空間

1. 研究開始当初の背景

有限次元空間における古典的 Fatou の補助定理は積分演算と極限演算の順序の変更を保証する命題であるが、これは一般の無限次元空間では成立しないことは良く知られている。ところで無限次元ベクトル空間を財空間とし、アトムレス測度空間を消費者の空間として持つ一般均衡理論の交換モデルにおいては、均衡の存在証明の途中でこうした積分と極限の順序変更が必要になるが、そうした設定における Fatou の補助定理の不成立のために、従来有限次元財空間のモデルでは必要とされなかった選好の凸性という追加的な仮定をもうけなければならなかった。これは有限次元財空間においてアトムレス測度空間を消費者の空間とする交換モデルの均衡の存在及びコアとの同値性を、選好の凸性なしに証明した Aumann の定理の経済学的な意義を甚だしく損ねる仮定であると言わねばならない。

そこで無限次元財空間の設定において Aumann の古典的定理に類似する結果を求める模索が続けられてきたが、一方ではこうしたモデルにおける存在定理においてはやむなく選好の凸性を仮定するか、さもなければそれに代わる数学的に非常に複雑な条件を課すかのいずれかであった。また他方でコアの同値定理を無限次元空間へ拡張する研究においては Fatou の補助定理が必要ないので、Aumann の結果は選好の凸性の条件についてはほぼそのままの形式でかなり一般の無限次元空間において成立することが知られており、これについて数多くの論文が発表されている。

しかしコア同値定理は、それが証明される設定で少なくともコアの非空性が示されていないければ、それが単なる「空集合どうしの一致を示すのみ」という無意味な結果である可能性を排除できない。選好の凸性を仮定しないコアの同値定理の証明は、それに伴う均衡(コアに含まれる)の存在証明が示されなければ、その意味で理論的意義は乏しいと言わなければならぬ。

さらにもし均衡の存在を示すために選好の凸性が欠かせないならば、そうしたモデルにおいては非分割財、即ち整数単位でしか生産・消費されない財を明示的に扱うことができない。現代の経済で取引されている財の大多数が現実には非分割財であることを考えると、このことは連続体経済を考えるに際して、その理論論的長所が大きく損なわれることを意味する。

以上が本研究の開始当初のこの分野における数理経済学研究の背景である。

2. 研究の目的

本研究は飽和測度空間を用いることでこうした研究の現状を打開することを目的とする。飽和測度空間は確率過程の数学的研究の途上で発見されたアトムレス測度空間を一般化する測度空間の概念であり(そのために superatomless 測度空間とも呼ばれる)その空間上では Fatou の補助定理も相当に一般的に成立することも知られていた。本研究はこうした数学的研究の成果を踏まえてそれを経済学に応用するものである。それによって上記の Aumann による古典的結果の経済学的意義が無限次元空間モデルにおいても回復されることになる。さらにこれのおかげで我々は上に述べた非分割財を巡る困難から解放され、そうした財を理論的に満足な形で論じることができる。この成果については第4節で説明する。

飽和測度空間の応用は既にゲーム理論にはかなり豊富な研究が行われてきているが、一般均衡理論には未だ殆どその例が見られず、本研究は今後のそうした本格的な研究の流れを作るきっかけとなることが期待される。特に論文[4]は、均衡の存在とコア同値定理について体系的かつ統一的に論じているという点において、こうした基礎研究の出発点となるものであると考えられる。

ところで、無限次元財空間上に設定された連続体の消費者空間を持つ一般均衡モデルにおいては、従来二通りの定式が知られていた。すなわち、経済を消費者の空間から消費者への特性空間への写像として定義するアプローチ (Individualized approach) と、経済を消費者の特性空間上の分布として定義するアプローチ (Distributionalized approach) である。個人アプローチはまた写像アプローチとも呼ばれ、経済が消費者個々人の特性を完全に特定することによって決まると考える。これが Aumann などによる古典的な連続体経済の定式であったのだが、消費者が無限人存在する連続体経済のモデルでは、経済を特定するために無限の情報量を要求していることになる。分布による定式では、個々の消費者の経済行動を記述することはできないが、個々人に関する情報なしに経済全体の(需要などに関する)集計量を適切に扱うことができるという点で、こうした連続体経済においてはより適切な観点を与えているとも言い得る。一般にはこの二つの観点は同値ではない。写像アプローチは分布アプローチを導くが、逆は言えない。しかし飽和測度空間上に定式化されたモデルでは両者は数学的に同値となり、それらの関係はすこぶる透明なものとなることを証明できる(後述)。

3. 研究の方法

我々の研究対象とする経済モデルは無限期間の取引を許容する財空間 ℓ^∞ (有界数列の集合)及び財差別を表現する財空間として $ca(K)$ (コンパクト距離空間 K を消費特性の空間とする測度の集合)を考えそれらに弱*位相を付与し、財の集計を表現する積分概念として Gelfand 積分を用いるモデルである。我々は先ず論文[1]において Gelfand 積分に対する Fatou の補助定

理を証明する。これがこの研究の主たる方法的道具である。そしてその結果をこれらの市場モデルに応用する。具体的には、存在定理の証明については従来の方法を踏襲する。その論証の途上でこの Fatou の補助定理が有効に用いられる。また上述の写像アプローチと分布アプローチの同値性もまた、存在定理の証明に対して有効に働く我々の見出した方法である。これについては次節で更に説明する。

コアの同値定理についても基本的な証明の道筋は従来のそれに従って行われる。良く知られている通り Aumann による有限次元におけるこの定理は、総需要が凸集合になることを保証する Liapunov 型の定理及び Hahn-Banach 定理（超平面分離定理）に訴えて証明されるが、幸いにも、飽和測度空間上の Gelfand 積分に対する Liapunov 型の定理はすでに Podczeck 及び Sun-Yannnelis らによって確立されている。我々の証明においてはこれらの結果が有効に用いられる。

4. 研究成果

論文[1]については3節に述べた通りであり、この論文で証明された飽和測度空間上の Gelfand 積分に対する Fatou の補助定理は本研究における最も基本的な方法的道具であり、その結果によって、選好の凸性を仮定せずに上記のモデルの均衡とコアを論ずることが可能となった。このことは特にそうしたモデルで非分割財を取り扱う際に威力を発揮する。

論文[2]では財差別と非分割財を含み $ca(K)$ を財空間とするモデルの均衡の存在を証明し、また第2節に述べた連続体経済の二つの定式、すなわち、Individualized approach と Distributionalized approach とが飽和測度空間モデルにおいては同値となることをも証明している。証明の方法について注釈すると、この論文における写像アプローチで定式化された交換経済の均衡の存在は、Mas-Colell (1975) による分布アプローチで定式化されたモデルで存在することが証明されている均衡を、この結果に基づいて写像アプローチの均衡に引き戻すことによって証明される（従って Fatou の補助定理は用いられない）。

論文[3]では同様の問題を l^∞ を財空間とするモデルについて論じている。先ず分布アプローチによって、非分割財を含む無限期間モデルの均衡の存在を証明し、それを論文[2]と同様の仕方写像アプローチの均衡に引き戻してその存在が証明される。

論文[4]は本研究の主結果と見なし得るものであって、 l^∞ と $ca(K)$ の双方について均衡の存在とコアの同値性を統一的に論じている。これらの経済は初めから写像アプローチによって定式化され、それらの均衡の存在定理は論文[1]で証明された Fatou の補助定理に訴えて証明される。またこれらのモデルにおけるコア同値定理が第3節で述べた方法に従って系統的に示される。これらの成果は第2節で述べた、「Aumann による古典的結果の経済学的意義を無限次元空間モデルにおいても回復する」ものであることを再び強調したい。つまりこの論文では、選好の凸性を仮定しない設定で均衡（コア）の存在と均衡=コア（同値性）がともに証明されており、第1節で説明されたこの分野の従来の研究状況を大きく改善しているのである。

ところで Khan-Sun (1991) は非協力ゲームでの分布アプローチにおいて対照的均衡と呼ばれる、同一の特性を持つプレイヤーが同一の戦略を選択している均衡（分布）を定義した。この論文ではまた、この対照的均衡の概念を交換経済モデルにおいて定義し、消費者の集合が非飽和測度空間のときにこの均衡が写像アプローチの均衡として実現されることを明らかにした。

さらに近刊の著書[5]の第5章は以上の諸結果の本質的な部分を取り扱っている。

[1] Khan, M.A, Sagara, N, and T. Suzuki (2016) "An exact Fatou's lemma for Gelfand integrals: a characterization of the Fatou property", *Positivity* 20, 343--354.

[2] Khan, M.A, and T. Suzuki (2016) "On differentiated and indivisible commodities: an expository re-framing of Mas-Colell's 1975 model", *Advances in Mathematical Economics* 20, 103--128.

[3] Suzuki, T. (2016) "A coalitional production economy with infinitely many indivisible commodities", *Economic Theory Bulletin* 4(1), 35 -- 52.

[4] Suzuki, T. (2020) "On large individualized and distributionalized exchange economies with infinitely many commodities", forthcoming in *Pure and Applied Functional Analysis*.

[5] Suzuki, T. (2020) *Fundamentals of General Equilibrium Analysis*, World Scientific, Singapore and New Jersey, forthcoming.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 9件 / うち国際共著 4件 / うちオープンアクセス 8件）

1. 著者名 Takashi Suzuki	4. 巻 8
2. 論文標題 A Simple Model of the Difference Principle	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Theoretical Economics Letteres	6. 最初と最後の頁 1869-1888
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.4236/tel.2018.810123	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Takashi Suzuki	4. 巻 2(4)
2. 論文標題 On Well-Ordered Societies Fulfilling the Difference Principle	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Archaeology and Anthropology:Open Access	6. 最初と最後の頁 1-5
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.31031/AAOA.2018.02.000545	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 鈴木 岳	4. 巻 155
2. 論文標題 国際正義と人権	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 明治学院大学「経済研究」	6. 最初と最後の頁 13-45
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Takashi Suzuki	4. 巻 -
2. 論文標題 A Simple Model of the Difference Principle	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Theoretical Economics Letteres	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Takashi Suzuki	4. 巻 7
2. 論文標題 Welfare Analysis of a Market Model with External Increasing Returns and Differentiated Commodities	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Theoretical Economics Letters	6. 最初と最後の頁 63-78
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4236/tel.2017.71007	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Takashi Suzuki	4. 巻 1
2. 論文標題 Market Equilibrium as a Constrained Optimal Solution	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 International Journal of Applied and Experimental Mathematics	6. 最初と最後の頁 1-10
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.15344/ijaem/2016/110	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Takashi Suzuki	4. 巻 4
2. 論文標題 A Coalitional Production Economy with Infinitely Many Indivisible Commodities	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Economic Theory Bulletin	6. 最初と最後の頁 35-52
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40505-015-0067-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Ali Khan, N. Sagara and Takashi Suzuki	4. 巻 20
2. 論文標題 An Exact Fatou Lemma for Gelfand Integrals: A Characterization of the Fatou Property	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Positivity	6. 最初と最後の頁 1-12
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11117-015-0539-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Ali Khan and Takashi Suzuki	4. 巻 20
2. 論文標題 On Differentiated and Indivisible Commodities: An Expository Re-Framing of Mas-Colell's 1975 Model	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Economics	6. 最初と最後の頁 1-28
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Takashi Suzuki	4. 巻 20
2. 論文標題 On large individualized and distributionalized exchange economies with infinitely many commodities	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Pure and Applied Functional Analysis	6. 最初と最後の頁 1-30
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 Takashi Suzuki
2. 発表標題 A Reconsideration of Justice as Fairness
3. 学会等名 Japanes Philosophical Association
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 鈴木 岳
2. 発表標題 格差原理の簡単な模型
3. 学会等名 日本哲学会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 鈴木 岳
2. 発表標題 Axiomatic Approach to Justice as Fairness
3. 学会等名 日本数理経済学会：方法論分科会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Takashi Suzuki
2. 発表標題 An Exchange Economy with Differentiated Commodities and a Saturated Measure Space of Consumers
3. 学会等名 European Workshop on General Equilibrium Theory (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Takashi Suzuki
2. 発表標題 An Exchange Economy with Infinitely Many Indivisible Commodities
3. 学会等名 15-th SAET Conference (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 鈴木 岳
2. 発表標題 国際正義と人権
3. 学会等名 日本哲学会
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Takashi Suzuki	4. 発行年 2020年
2. 出版社 World Scientific	5. 総ページ数 400
3. 書名 Fundamentals of General Equilibrium Analysis	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----