

平成 30 年 6 月 18 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K03391

研究課題名(和文) モデル不確実性回避度の計測と異質性の国際比較

研究課題名(英文) Measurement of Model Uncertainty Aversion and International Comparison in Heterogeneity

研究代表者

大久保 正勝 (Okubo, Masakatsu)

筑波大学・システム情報系・准教授

研究者番号：30334600

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、モデル不確実性を計測するための新たな手法を提案し、その手法を先進国や発展途上国を含む国際データに応用することで、モデル不確実性に異質性が存在するかを検証した。本研究が提案する方法は、先行研究で広く用いられた対数消費モデルのうち、ランダムウォーク、トレンド定常、長期リスク、固有リスクモデルに応用可能であることを示した。また、モデル不確実性の程度には、先進国と発展途上国間でかなりのばらつきが存在することを明らかにした。

研究成果の概要(英文)：This study proposed a new method for measuring model uncertainty and investigated the existence of heterogeneity in model uncertainty by applying it to international data including developed and developing countries. The method is applicable to a class of models widely used in the literature, including the random walk, trend-stationary, long-run risk, and idiosyncratic risk models. The empirical results show that there is considerable variation in the extent of model uncertainty among developed and developing countries.

研究分野：マクロ経済学、計量経済学

キーワード：モデル不確実性

## 1. 研究開始当初の背景

(1) マクロ経済学や資産価格の実証研究で用いられた初期のモデルの多くは、人々の予測がモデルと整合的であるという仮定や予測が人々に入手可能な情報に基づく条件付き期待値に等しいという仮定(合理的期待)を課していた。しかしながら、こういった仮定と整合性を欠く実証結果が多く報告されたことを受け、その後、さまざまな方向で拡張が試みられてきた。この流れの一つとして、近年、Lars Peter Hansen 教授と Thomas J. Sargent 教授を中心とする研究グループが、合理的期待の枠組みを超えた「経済を描写する真のモデルが分からない」というモデル不確実性(model uncertainty)を導入した新たな枠組みを提唱し、その後も盛んに研究が進められている。

(2) この一連の研究の中で、Barillas et al. (2009)と Hansen and Sargent (2008)は、モデル不確実性を考慮した枠組みをもとに、株式プレミアム・パズル(株式プレミアムを説明するために代表的個人の選好パラメータである危険回避係数に極端に大きな値を仮定しなければならないという問題)を再評価した結果、通常の枠組みでは異常に大きいと考えられる 50 程度の危険回避係数は、実はモデル不確実性回避の観点から、むしろ経済主体の妥当な態度と整合的であるという肯定的な見解を報告した。Mehra and Prescott (1985)に端を発する株式プレミアム・パズルは資産価格の実証研究において最も重視されてきた問題の一つであり、この問題を解決しようとする試みが、近年マクロ経済学の一分野に発展した不完備市場・異質主体モデルに基づく分析の契機になったという側面がある。この観点からも Barillas et al. (2009)と Hansen and Sargent (2008)の結果は注目に値する。加えて、彼らはマクロ経済学の実証研究で重視されてきたもう一つの問題、景気循環の厚生費用は小さい(例えば Lucas (2003)を参照)という問題に対しても、主体のモデル不確実性を取り除くという観点から、むしろ厚生費用は、従来考えられていたものよりも大きい可能性があることを指摘した。

(3) このように、モデル不確実性を考慮した枠組みに基づく研究結果は、従来とは異なる重要な含意を持つものが含まれており、今後、マクロ経済学や資産価格研究の方向性に強い影響力を持つことが予想される。実際、既に大学院レベルの標準的な教科書の一つである Ljungqvist and Sargent (2012)では、その改訂に際して、以上の研究成果を盛り込むために新たな章が追加されている。しかしながら、Barillas et al. (2009)や Hansen and Sargent (2008)の結論を受け入れるには、少なくとも 2 つの視点から再検討が必要と考えられる。第 1 に、彼らのモデルでは代表的個人が外生的

に与えられた消費過程を評価すると仮定し、その消費過程としてランダムウォークとトレンド定常過程を想定している。Bansal and Yaron (2004)に端を発する資産価格の一連の研究では、モデル不確実性のない通常の枠組みのもとで、消費過程に長期リスク(long-run risks)を考慮した場合、株式プレミアム・パズルをかなりの程度、解決できることを示している。つまり、彼らの結果が、長期リスクを考慮した消費過程のもとでも成立するかは検討の余地がある。第 2 に、彼らの結果は米国のマクロデータのみに基づいている。つまり、その結果の普遍性、とりわけ他の国への適用可能性については更なる検証が必要である。しかしながら、こういった疑問に答えることのできる研究は、国内外を問わず存在しない。

## 2. 研究の目的

以上を踏まえ、本研究の目的は大きく分けて 2 つある。

(1) Barillas et al. (2009)や Hansen and Sargent (2008)によって提案されたモデル不確実性を考慮した分析手法の簡素化・精緻化と彼らの実証結果の再評価を行う。特に、本研究では、彼らの研究で重要な役割を果たすモデル不確実性回避の尺度(detection error probability と呼ばれる)の計測手法の簡素化・精緻化とその拡張可能性を明らかにすることに主眼を置く。これにより、彼らの分析枠組みの利用や追試を妨げていると考えられる分析手法の複雑さを緩和し、実証的な実行可能性を広げることを目指す。

(2) Barillas et al. (2009)、Hansen and Sargent (2008)による研究が米国データのみに基づいていた点に着目し、米国以外の国々を含む国際データを用いて、モデル不確実性回避度の国家間の違い(異質性)を実証的に明らかにする。また、その結果に基づいてモデル不確実性の異質性をもたらす要因を検討する。これにより、彼らの実証結果が米国以外の国々にも当てはまるような普遍性を持つものであるかを明らかにする。

## 3. 研究の方法

(1) 先行研究において提案された分析手法の簡素化・精緻化、および結果の再評価は、以下の手順で行う。まず、Barillas et al. (2009)と Hansen and Sargent (2008)と同様に、代表的個人が外生的に与えられた消費過程を multiplier preferences と呼ばれる選好をもとに評価すると仮定する。また、消費過程はランダムウォーク過程とトレンド定常過程に従うと仮定する。さらに、先行研究と同様に、誤差項は互いに独立かつ正規分布に従うとする。この設定のもとで、まず、Barillas et al. (2009)と Hansen and Sargent (2008)によって提

案されたシミュレーションを用いた detection error probability の計算を実行し、彼らのグラフが再現可能かを確認する。次に、同じ設定のもとで、シミュレーションに頼らずに detection error probability を解析的に計算する方法を検討する。シミュレーションと解析的に求められた detection error probability を比較し、解析解の妥当性を評価した後、解析解をもとに detection error probability の理論的な特徴を検討する。最後に、Barillas et al. (2009) と Hansen and Sargent (2008) で報告されているランダムウォーク過程とトレンド定常過程の推定値と代表的個人の選好パラメータの設定を利用し、detection error probability の値を再計算し、結果の再評価を行う。

(2) 分析手法の拡張可能性の検討は、以下の手順で行う。まず、研究開始当初の背景で述べた既存研究の現状を踏まえ、長期リスクを考慮した消費過程のもとで、シミュレーションに頼らない detection error probability の解析的な計算方法を検討する。次に、長期リスクを考慮した消費過程以外の他の消費過程への拡張可能性を検討する。以上と研究の方法(1)で述べた検討結果をもとに、detection error probability が解析的に計算可能な消費過程のクラスを特定する。

(3) 研究の方法(1)と(2)で得られた結果を利用して、米国データに基づく結果が、米国以外の他の諸国に対しても成り立つかを検証する。本研究では、先行研究で広く用いられている2種類の国際データ(ヨーロッパ諸国および日本を含む先進諸国の4半期データと発展途上国や新興国を含む年次データ)を利用する。推定結果をもとに、モデル不確実性の違いの有無を検証する。

#### 4. 研究成果

(1) 研究の方法(1)で述べた設定(代表的個人が multiplier preferences と呼ばれる選好のもとに、外生的に与えられた消費流列のランダムウォーク過程とトレンド定常過程を評価するとした状況)のもとで、detection error probability が標準正規累積分布関数を用いて解析的に計算可能であることを証明した。そのうえで、以下のことを確認した。

第1に、先行研究では、2種類の detection error probability の単純平均として定義される overall detection error probability と呼ばれるものが、最終的にモデル不確実性の尺度として用いられているが、本研究の結果から、それは正規分布の対称性により、片方の detection error probability に一致する(つまり、2種類の detection error probability を計算する必要がない)ことが示せる。第2に、detection error probability の累積分布関数表現は、サンプルサイズ、誤差項の標準偏差、自己回帰パラメータ(ランダムウォークの場合は、仮定によ

り1)、主観的割引率、および multiplier preferences のパラメータ(penalty parameter の逆数)に依存する。また、この結果から、overall detection error probability は、サンプルサイズと誤差項の標準偏差の減少関数であることが示せる。これは、サンプルサイズが大きくなる(言い換えれば、経済に関する情報量が多くなる)ほど、また消費変動が大きくなるほど、経済主体にとって真のモデルが分からない程度が低下し、誤ったモデルを選択してしまう可能性が低下することを意味する。この解釈は、先行研究でも指摘された点であるが、それを解析解に基づいて新たに証明したことになる。

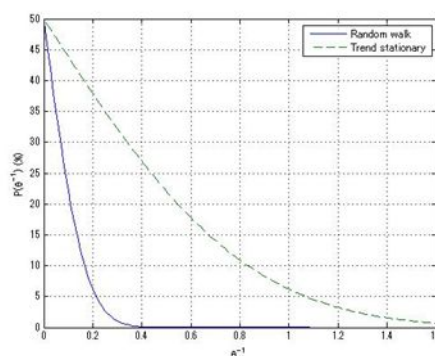


図1

第3に、横軸に penalty parameter の逆数、縦軸に overall detection error probability を取り、Barillas et al. (2009) のパラメータ推定値と本研究で導いた解析解をもとに overall detection error probability をプロットすると、図1のようになる。この図は、Barillas et al. (2009) が報告しているグラフと整合的であり、このことから、本研究で導いた解析解によって彼らの結果を再現可能であることが確認できる。

以上の結果は、消費流列がランダムウォークまたはトレンド定常過程に従うとき、先行研究が行ったように overall detection error probability をシミュレーションによって求める必要はなく、累積分布関数を用いることで簡単に計算できることを示している。また、実用面では、従来のシミュレーションによる方法では、overall detection error probability の値を一つ(つまり、図1のグラフの1点)を計算するのに、消費流列を例えば500,000系列生成する必要があったが、本研究の結果は、その必要はないことを示唆しており、実証的な利用可能性を高めるものと考えられる。

(2) 上述の detection error probability の解析解をもとに、Barillas et al. (2009) と Hansen and Sargent (2008) の株式プレミアム・パズルに関する実証結果を再検証した結果、以下のことが明らかとなった。第1に、先行研究では、Hansen-Jagannathan 境界をプロットすることで、50 や 250 といった危険回避係数をモデル不確実性回避の観点から評価していたが、解

析解を用いるとそのようなステップを必要としない。第2に、先行研究では、50や250といった危険回避係数は、overall detection error probabilityが1%から5%の範囲に対応するとしたものの、正確な値を示していなかったが、解析解を用いることでその正確な値は、それぞれランダムウォークの場合3.02%、トレンド定常の場合2.77%となることが確かめられる。第3に、解析解を用いることの副産物として、デルタ法を利用することでoverall detection error probabilityの標準誤差を計算することができる。この結果をもとに、統計的有意性を評価した結果、少なくともランダムウォークの場合にoverall detection error probabilityはゼロから有意に異なることが示せる。

(3)消費流列がランダムウォークとトレンド定常以外の確率過程に従う場合にも、detection error probabilityの解析解が導出可能かを検討した結果、以下のことが確かめられた。第1に、長期リスクを持つ消費過程においても、detection error probabilityの解析解を導出可能なクラスが存在する。具体的には、それはHansen et al. (2008)が用いた長期リスクモデルの特殊なケースであり、ARIMAモデルに変形できる場合に対応する。一方で、Bansal and Yaron (2004)が用いた、より複雑な定式化のもとでは、その導出は困難であると考えられる。第2に、長期リスクを持つ消費過程以外に、Ellison and Sargent (2015)が提案した集計リスクと固有リスクを持つ消費過程においても、detection error probabilityの解析解が導出可能である。第3に、研究成果(1)と合わせると、4種類の消費過程のクラスで解析解が存在することになるが、一般的な共通点を精査すると、代表的個人の価値関数(value function)が、(互いに独立かつ正規分布に従う)確率的誤差項の線形関数として表現できる場合に、解析解が導出可能であることが確認できる。ここまで(1)から(3)で述べた結果を、On the Computation of Detection Error Probabilities under Normality Assumptionsと題した論文にまとめた。この論文は査読付き国際雑誌に投稿後、改訂要求を受けている段階にあるが出版には至っていない(2018年5月時点)。

(4)既存の米国データのみに基づく結果が、米国以外のデータを用いた場合にも成立するかを検証した結果、以下のことが確認された。第1に、資産価格の実証研究において、しばしば分析の対象とされる先進諸国(Australia, Canada, France, Germany, Italy, Japan, Netherlands, Sweden, Switzerland, United Kingdom)の4半期データをもとに、Hansen-Jagannathan境界に達するときの危険回避係数に対するoverall detection error probabilityを計算した結果、先進諸国間でもある程度のばらつきが存在する。また、

Barillas et al. (2009)とHansen and Sargent (2008)が報告した結果は、必ずしも米国特有の結果ではない可能性が高い。第2に、研究成果(2)で述べた長期リスクを持つ消費過程をもとに、同様の計算を行うと、overall detection error probabilityに類似のばらつきは見られるが、ランダムウォーク過程の場合(長期リスクを持つ消費過程はランダムウォーク過程の一種の拡張とみなせる)と比較すると、その値は異なる。これは、長期リスクを認めた場合、危険回避係数の値が大きく変わることが一因と考えられる。ただし、既に先行研究において指摘されたように、本研究でも長期リスクモデルの推定値が信頼性を欠くケースが確認された。したがって、推定方法の工夫(つまり、本研究の枠を超えた追加的な課題の解決)が必要であり、結論を下すには、今後さらなる検討を要する。

(5)モデル不確実性の国際比較を行うためには、発展途上国や新興国など、先進諸国とは異なる経済環境にある国々も対象とするのが望ましいと考えられる。そこで、世界銀行(World Bank)が作成している年次データをもとに追加的な分析を行った。ただし、データ整備状況が国々に異なるため、同じデータを同一期間について収集することが難しい。そこで、視点を変えて、消費データのみで分析ができるように、モデル不確実性の違いを厚生費用によって評価するアプローチを採用した。Barillas et al. (2009)を参考に、モデル不確実性がある場合の厚生費用をdetection error probabilityの解析解を用いて算出し、研究成果(4)に記述した10カ国にBelgium, Brazil, Chile, Denmark, Finland, South Korea, Mexico, Norway, Peru, Portugal, Spainを加えて分析を行った結果、以下のことが確認された。第1に、従来モデルの不確実性を認めない厚生費用に比べて、多くの国が高い厚生費用を持つ。これは、Barillas et al. (2009)の米国データによる結果を支持する結果と解釈できる。第2に、発展途上国や新興国で特に厚生費用の推定値が大きく、また、先進諸国間でもある程度のばらつきが存在する。平均値で見ると、先進諸国に比べて発展途上国や新興国の方が2倍から3倍程度大きいと考えられる。この結果は、少なくともモデル不確実性の大きさと所得水準や経済の発達度合いとの間に一定の関係があることを示唆している。

#### <引用文献>

- Bansal, Ravi, and Amir Yaron, "Risks for the Long Run: A Potential Resolution of Asset Pricing Puzzles," *Journal of Finance* 59, 2004, 1481-1509.
- Barillas, Francisco, Lars Peter Hansen, and Thomas J. Sargent, "Doubts or Variability?," *Journal of Economic Theory* 144, 2009, 2388-2418.

Ellison, Martin, and Thomas J. Sargent, "Welfare Cost of Business Cycles with Idiosyncratic Risk and a Preference for Robustness", *American Economic Journal: Macroeconomics* 7, 2015, 40-57.

Hansen, Lars Peter, "Beliefs, Doubts and Learning: Valuing Macroeconomic Risk," *American Economic Review* 97, 2007, 1-30.

Hansen, Lars Peter, John C. Heaton, and Nan Li, "Consumption Strikes Back? Measuring Long-Run Risk", *Journal of Political Economy* 116, 2008, 260-302.

Hansen, Lars Peter, and Thomas J. Sargent, *Robustness*, Princeton University Press, 2008.

Ljungqvist, Lars, and Thomas J. Sargent, *Recursive Macroeconomic Theory*, 3rd edition, MIT Press, 2012.

Lucas, Robert E. Jr., "Macroeconomic Priorities," *American Economic Review* 93, 2003, 1-14.

Mehra, Rajnish, and Edward C. Prescott, "The Equity Premium: A Puzzle," *Journal of Monetary Economics* 15, 1985, 145-161.

## 5 . 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計1件)

Masakatsu Okubo, "On the Computation of Detection Error Probabilities under Normality Assumptions"、査読無、University of Tsukuba、Department of Policy and Planning Sciences Discussion Paper Series No. 1354、2018、pp.1-25、<https://commons.sk.tsukuba.ac.jp/discussion>

[学会発表](計1件)

Masakatsu Okubo, "Model Uncertainty and International Differences in Risk Aversion"、経済理論・経済政策ワークショップ(Economic Theory and Policy Workshop)、2016年12月3日、首都大学東京、秋葉原サテライトキャンパス

## 6 . 研究組織

### (1)研究代表者

大久保 正勝 (OKUBO, Masakatsu)

筑波大学・システム情報系・准教授

研究者番号：30334600