

平成30年6月14日現在

機関番号：12701

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K03394

研究課題名(和文) 粒子フィルターを用いた非線形状態空間モデルの次元の検定

研究課題名(英文) Testing for the dimension of the nonlinear state space model using particle filter

研究代表者

小林 正人 (Kobayashi, Masahito)

横浜国立大学・大学院国際社会科学研究院・教授

研究者番号：60170354

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円

研究成果の概要(和文)：二変量時系列モデルにおいて、複数のvolatility processの分布が退化し、一変数のvolatility processに帰着するという仮説の検証方法を開発し、金融危機の原因や広がりを検証を行い、経済的関連の深い国の間では同一volatilityという帰無仮説が棄却されないという実証結果を得た。粒子フィルターの応用として非対称copulaモデルの推定を行った。すなわち、市場間の動きは上昇時には「相関」が小さく、下降時には「相関」が大きいという非対称性を説明するために、Joe-Clayton copulaよりも柔軟で新しいタイプの非対称的なcopulaを開発した。

研究成果の概要(英文)：In this project I have obtained the Lagrange multiplier test for the null hypothesis that bivariate time series has a single volatility process in common against the alternative hypothesis that the two series have different volatility process. This test can be used to check that two financial returns has a common factor of volatility changed and hence that the cause of financial turmoil can be identified.

I also developed a new asymmetric copula which is more flexible than the popular Joe-Clayton copula and obtained a model where asymmetric dependence of bivariate financial time series changes over time in the frame work of the state-space model. and estimated it using particle filter method. These models were applied to actual financial data.

研究分野：時系列分析

キーワード：copula stochastic volatility state space model particle filter maximum likelihood

1. 研究開始当初の背景

多変量線形モデルにおいてはヨハンセンの検定という手法によりモデルの次元を選択することが可能であるが、状態空間モデルにおいてはモデルの次元の選択手法はない。非線形の状態空間モデルに多変量 stochastic volatility モデルにおいて、この問題はさらに困難であり、複数金融市場間の関連の強さを計量化、グループとして理解する統計学的手法は極めて乏しい。

現実には、金融のグローバル化の進展により、金融市場相互の関連の分析は重要性を増している。特に、金融危機発生時には、複数の市場があたかも単一の volatility によって変動しているような様相を示すことも多く、分散投資によるリスク回避という伝統的手法が機能不全となる状況も多い。市場混乱の伝播範囲をとらえるためにも、金融市場の変動モデルの次元の検定問題は実務的にも極めて重要となっている。

さらに、近年の金融市場の混乱の中で、市場間の相関が時間とともに変化し、さらに価格の上昇と下降は対称ではなく、市場間で価格下降の相関が上昇しても、価格上昇時の相関は上昇しないという非対称性が観察されている。これらの複雑な現象を説明し、実証的に計量するモデルがいくつか提案されているが、その一つが copula と呼ばれるモデルである。コピュラ構造が時間とともに変化するというモデルと対称性を別々の問題として考察した研究がいくつか発表されているが、非対称性の時間的変化についての研究は十分ではない。このモデルの推定を行わない限り、非対称性が何に原因を持つかは解明できない。

2. 研究の目的

本研究の第一の目的は、金融危機などでは、多数の市場が同時に混乱を起こすという現象を検証するために、仮説検定の手法を提案することである。すなわち、同一の

volatility process にしたがって、複数の市場が変動するという仮説を検定する手法を提案することである。仮説検定は、仮説を棄却するか受容するかという二者択一の結論を与えるものであるが、同一時変 volatility 仮説が棄却されるのは、どのような市場のペアであるか、どのような局面で仮説が棄却されるかを調べることにより、金融市場の変動の特性が明らかになることが期待できる。

第二の研究の目的は、金融危機などに観察される、多数の市場間の相関の非対称性とその時間的変動を表現するモデルの研究である。このようなモデルを作り、実証を行うことにより非対称性の拡大収縮の原因などを探ることが可能となる。第一の研究目的とは複数市場間の関係という点は一致しているが、第一の分析では単一の相関という前提を置き、それが0に退化するという仮定を考察しており、第二の分析では単一相関という仮定を外し、上昇時と下降時で異なった分布を持つという仮定のもとで分析を行っている点で、第一の研究の問題をより深化させたものと考えられる。

3. 研究の方法

次元の問題においては、分布が退化している状況での検定統計量という困難な問題が発生することがわかっていた。この問題は数学的にはDiracのデルタ関数を用いることで解決できるが、計算は煩雑であり、本研究での問題には適用困難であると考えられていた。しかし、パネルデータ分析の unobserved heteroscedasticity の検定に用いられたChesherの方法を採用することにより、比較的少ない計算量で統計量を導出することができた。統計量の実際の導出に用いる数値積分にたいしては、粒子フィルターを含めたモンテカルロ法なども考えられ、いくつかの候補をためしてみたが、台形公式に基づくquadratureという一番

伝統的な方法が計算速度と精度の面で最も信頼できるという結論に対し、それを用いた。この方法は一次元の数値積分までは有効であるものの、他次元では実用的でないことがわかっているため、本研究の当初の目的である多変数への拡張の際にはモンテカルロフィルターを用いることが必要である。ただ、本論文の本質的なbreakthroughはChesherの方法による統計量導出であり、数値計算の手法は本論文の価値を左右するものではないと思われる。

第二の研究では、二次元正規分布の上側の相関と下側の相関が異なるというcopula構造を仮定し、粒子フィルターを用いた非線形状態空間モデルの最尤推定を行ったものである。モンテカルロフィルターの性格上、尤度関数の計算精度はあまり高くなく、ニュートン法などの厳密な最尤法は採用できず、格子点での尤度関数の評価を行い、それによりhyper parameterの決定を行った。hyper parameterの推定精度は高くないが、hyper parameterの推定値が若干変化してもstate variableの経路には、レベル影響があるものの、その変化のパターンには大きな変化はなく、この方法による結果は十分な信頼を置くことが可能である。従来使われているcopula、たとえばClayton等は明示的な関数形を用い、数学的な処理が容易になるような仕掛けがなされているが、実証的にはそのような関数形をとる理由は全くない。したがって、考察する問題にたいして解答を与えうると同時に、実証的な点検に十分耐えられるだけの柔軟性を持つcopulaの開発はきわめて有用なものと考えられる。

4. 研究成果

二変量のstochastic volatility modelにおいて、二つのvolatility factorが完全に一致する仮説のテストを構築したことが本研究の最大の功績である。困難さは統計量の解

析的な導出の困難さであるが

この問題は分布が退化するという帰無仮説を検定するものなので、パラメータ空間の境界に仮説値が存在し、仮説のもとでの最尤推定量はもはや対称な正規分布に従うことができず、通常のWald検定や尤度比検定を使うことはできないため、ラグランジュ乗数検定を導出した。このとき、退化する密度関数を含む積分の計算が必要なため、算出が困難であったが、Chesherが提案した方法によりスコア関数の導出が可能になり、統計量の導出をおこなうことができた。

この検定を用いて、複数の外国為替市場間のvolatilityの相関の検定および複数の各都市市場のvolatilityの相関の検定を行った。経済的に関連の深い国の間は帰無仮説が棄却されないという妥当な実証結果を得たが、金融危機時と平穏な時期の比較においては、平穏時期のほうが同一volatilityの仮説が棄却されにくく、金融危機時には仮説が棄却されるという通説とはことなる逆説的な結果が得られた。

本論文は日本統計学会英文誌に投稿し、査読ののち出版されている。

第二の研究では、二次元正規分布の上側と下側が異なる相関係数を持つというsplit Normal分布からcopulaを導出し、その相関係数がrandom walkするという前提のもとで、上側と下側の相関係数の事後分布とその変化を推定したものである。split normalに基づくcopulaを用いたのは、Clayton copulaに代表される既存の非対称copulaでは、分布の端が負の相関を持つ状況表現できず、パラメータ空間の境界の推定値が得られることが多いという状況を改善するためである。

非対称性の存在は、ほとんどすべての研究で確認されているものの、どのような条件で非対称性が拡大するかは明らかにはな

っていない。不確実性の高いとき、すなわちvolatilityの高い時期に非対称性が拡大するという仮説があるが、これには否定的な見解が強い。事実、本研究で求めた日米の株式市場収益率同時分布の上側と下側の時変相関係数の動きを用いると、日本とUSAではvolatilityと非対称性の関連が正反対であり、volatilityと非対称が強まるという関係は認められなかった。

非対称性の要因を確定するには、一層の研究が必要であるが、その前提となる分布の上側と下側のそれぞれの局所的な相関係数を推計できたことは大きな進歩であり、今後の研究成果には大きな期待ができる。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 1 件)

Chen, J., Kobayashi, M. and McAleer, M. Testing for Volatility Co-movement in Bivariate Stochastic Volatility Models, Journal of the Japan Statistical Society 査読有 47, 2017, 13-36

<https://doi.org/10.14490/jjss.47.13>

〔学会発表〕(計 0 件)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

小林正人(KOBAYASHI, Masahito)
横浜国立大学・国際社会科学研究院・教授

研究者番号：60170354