

令和 元年 9 月 9 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K03540

研究課題名(和文) 動的ポートフォリオインシュランスの新展開

研究課題名(英文) Study on Dynamic Portfolio Insurance and Related Topics

研究代表者

関根 順 (Sekine, Jun)

大阪大学・基礎工学研究科・教授

研究者番号：50314399

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：1) フロアー制約を持つ動的効用最大化問題の凸双対法アプローチを開発した。既存研究との関連を明らかにした。一般には双対問題は特異+通常連続型の混合確率制御問題として定式化される。2) 完備市場下で双対問題の"微分"にあたる最適停止問題の研究を行った。最適ポートフォリオの構成に最適停止境界の計算が必要になるが、これは最適停止問題(=自由境界問題)で最も難しい部分であり、数値計算法として確率アルゴリズム(Robbins Monroe法)の適用を考察した。3) 関連問題として、行列値ファクター、無限次元ファクター、ランダムマルコフブリッジモデルを用いた効用最大化問題の解析の研究を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

長期間最適ポートフォリオの考察においてダウンサイドリスクのコントロールは大変重要である。したがって、動的最適化とポートフォリオインシュランスを組み合わせたフロアー制約付きポートフォリオ最適化問題の研究は理論的のみならず応用上も重要である。一方、この問題を高次元(多種の資産を用いたポートフォリオ)の設定で数値解析してゆくことは大変困難な問題であると認識されている。本研究では、凸双対法を用いたアプローチを開発し、さらに確率アルゴリズムを用いた数値計算法や、高次元でも明示的最適解が求まるような行列値ファクターモデル、ヒルベルト値ファクターモデル、ランダムマルコフブリッジモデルの研究を行った。

研究成果の概要(英文)：1) Dual formulation for dynamic utility maximization (of terminal wealth and consumption) is explored. In general, dual problem is formulated as a mixed stochastic control (singular+continuous regular) problem.

2) Under complete market setting, "differential" of the dual problem, which is an optimal stopping problem is explored. For constructing optimal portfolio, one needs to compute optimal stopping boundary (i.e., the free boundary of the associated free boundary problem), which is a difficult part of optimal stopping problem. As a numerical approach, an application of stochastic algorithm (Robbins Monroe algorithm) is considered and explored.

3) As related studies, various factor models (i.e., matrix-valued factor, Hilbert valued factor with delay, and randomized Markov bridge factor) are considered and using them, utility maximization problems are explored.

研究分野：Mathematical Finance

キーワード：Portfolio Optimization Portfolio Insurance Floor Constraint Dual Approach Optimal Stopping Factor Model

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

ダウンサイドリスクを制御しながら行う動的ポートフォリオ最適化は、近年の資産運用実務に於いて重要な視点の一つである。一方、Leland and Rubinstein (1976) により提示された OBPI (Option-Based Portfolio Insurance), Black and Perold (1992) や Perold and Sharpe (1988) 等で提案された CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance), Gerber and Pafumi (2000), Gerber and Shiu (2003) 等が開発した DFP (Dynamic Fund Protection) などの動的ポートフォリオインシュランス技術は、投資家のポートフォリオ価値が常に所与のフロアーを下回らないような運用戦略を具体的に構成する技術であり、ダウンサイドリスク軽減に対する一つの解答を提示していると考えられる。これらに触発されて、ポートフォリオインシュランス技術と動的ポートフォリオ最適化技術を統合させる研究、すなわちフロアー制約を設けた動的ポートフォリオ最適化問題の研究が El Karoui, Jeanblanc and Lacoste (2005) El Karoui and Meziou (2006), Di Giacinto, Federico and Gozzi (2011), Sekine (2012, 2013) 等により行われてきた。特に、Sekine (2012, 2013) の中では、ポートフォリオ価値の長期間漸近成長率 (所謂長時間リスク鋭感的指標) が最適化指標に採用され、一般的な設定 (非完備市場モデル + 確率的ベンチマークをフロアーに採用) 下で最適ポートフォリオが具体的に構成された。一方で、単純化された最適化指標 (長期間漸近成長率) を採用して最適化することの欠点も指摘された。その後応募者は、この欠点を克服するべく、フロアー制約付き有限期間最適投資・消費問題 (所謂 Merton 問題) の研究に Fausto Gozzi 博士 (LUISS, Roma, Italy), Salvatore Federico 博士 (University of Milano, Italy) と共同で取り組み、現在部分的な解決に至っていた状況であった。また、この研究は状態空間に制約を課した確率制御問題の解析の一種とみることができ、この観点からも興味深い研究と捉えていた。

2. 研究の目的

フロアー付き動的効用最大化に関する研究を発展させること、特に凸双対法の適用を考察すること、さらにその数値解法に関する研究を行うこと。また関連した研究、例えば、状態変数が高次元でかつ取り扱い易いファクターモデルの開発することや、最適ポートフォリオに影響を及ぼす情報系 (フィルトレーションの構成) の研究を推進すること。

3. 研究の方法

- ・凸双対法の開発を推進し、既存研究との関連を探る。
- ・高次元モデルへの適用に関する研究：特にファクターモデルに関する最適停止問題の最適停止境界の数値計算についての考察を行う。
- ・明示的最適解が求まるような設定：取り扱い易いファクターモデルの開発を追求する。
- ・無限次元ファクターモデルや時間遅れを持つファクターモデルに関して双対問題の解の性質を調べ、さらにこれを用いた主問題の解：最適ポートフォリオの構成について考察する。

4. 研究成果

- ・凸双対法の開発が行われた：双対問題は特異型と通常の連続型制御の混合問題として構成される。特に完備市場モデルを考えると、双対問題は特異型確率制御問題として定式化される。
- ・最適ポートフォリオの構成には、双対問題の「微分」にあたる最適停止問題と連続型制御の混合問題を解くことが重要になる (完備市場モデルの場合は最適停止問題) こと、特に最適停止境界 (自由境界) の計算が必要になることが明らかとなった。
- ・多次元 Black-Scholes モデルとべき型効用を用いた無限期間最適消費問題を設定すると、明示的な最適解を計算することが可能になることが明らかとなった。
- ・最適停止問題の最適停止境界の計算に確率アルゴリズム (Robbins Monroe アルゴリズム) が有効であること、実際の問題への適用には微妙な「チューニング」(初期値の設定やステップ幅の設定など) が重要となることが確認された。
- ・Wishart 型行列値飛躍拡散過程をファクターに持つマーケットモデルに関してリスク鋭感的動的ポートフォリオ最適化問題の解析を行い、有限期間、無限期間どちらの問題についても (次元に依らず) 明示的な最適解の表現が得られることを示した。より具体的には、有限期間では行列型 Riccati 常微分方程式の解、ある線形微分方程式の解、これらの解の積分、を用いて最適ポートフォリオが構成できる。無限期間では行列型代数 Riccati 方程式の解、ある線形代数方程式の解、を用いて最適ポートフォリオが構成できる。
- ・終端値をランダム化したマルコフブリッジモデルを開発し、関連した確率フィルタリングの研究を実施した。条件付事後確率の明示的公式を与えた。その時間発展に関する方程式 (いわゆる Kushner-Stratonovich 方程式) を導出した。一般に非線形確率フィルタリングは無限次元の状態変数を持つ問題になるが、この場合は有限次元のマルコフ的状态変数が得られることが示された。さらにこの研究が資産価格モデルを構成するファクターのモデルに応用できることを示した。応用を意識した例として、ガウスマルコフ過程の終端値を歪めた分布で与える歪正規過程モデルを開発した。その性質を調べ条件付期待値の計算方法を示した。
- ・Hilbert 空間に値をとり、さらに時間遅れも含むような無限次元ファクターモデルを開発し、これを用いて動的期待効用最大化問題の解析を行った。双対問題が無限次元 Kolmogorov 後退方程式の解を用いて解かれること、さらに主問題の解：最適ポートフォリオの計算が可能となることを示した。
- ・ペアトレーディングのモデルとしてスプレッドが一般的な次元拡散過程で与えられているモデルを提案し、これを用いて閾値を設定して行う長時間最適ペアトレーディング戦略の明示的

計算を行った。さらにこの戦略が漸近的裁定機会を産むことを示した。

・将来キャッシュフローに関するノイズを含む予測をモデル化し、情報系（フィルトレーション）の拡大問題として解析した。これを資産価格付けや均衡金利モデルに応用し、予測に基づく資産価格過程や金利過程の導出を行った。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計2件)

1) Hiroaki Hata and Jun Sekine: "Risk-sensitive asset management in a Wishart-autoregressive factor model with jumps", *Asia-Pacific Financial Markets* (Springer) 24(3), 2017, 221–252.

2) Takashi Kato, Jun Sekine and Kenichi Yoshikawa: "Order estimates for the exact Lugannani-Rice expansion", *Japan Journal on Industrial and Applied Mathematics* 33(1), 2016, 25–62.

〔ワーキングペーパー〕(計4件)

1) Fausto Gozzi, Cecilia Procidocimi, and Jun Sekine: "Optimal Investment and Consumption in an Infinite Dimensional Factor Model with Delay" (2018, 33pages)

2) Masaaki Fukasawa, Hitomi Maeda, and Jun Sekine: "On optimal thresholds for pairs trading in one-dimensional diffusion models" (2018, 15 pages)

3) Andrea Macrina and Jun Sekine: "Stochastic modeling with randomized Markov bridges" (2018, 36pages, submitted, under revision)

4) Jun Sekine: "A model of noisy anticipation for asset pricing" (2017, 22pages)

〔学会発表〕(計12件)

1) 関根 順: "On optimal thresholds for pairs trading in one-dimensional diffusion models" (日本応用数理学会 2018 年度年会, 名古屋大学, Sep. 2018)

2) Jun Sekine: "On optimal thresholds for pairs trading in one-dimensional diffusion models" (International Conference on Mathematical Finance & Symposium on the Role of Mathematical Finance on FinTech Business, NIMS, Daejeon, Korea, Aug. 2018)

3) Jun Sekine: "Optimal investment and consumption in an infinite dimensional factor model with delay" (Workshop on Stochastic Control and Related Issues, Kansai University, Mar. 2018)

4) Jun Sekine: "Stochastic modeling with randomized Markov bridges and conditional stochastic differential equations" (Mathematics of Risk, MATRIX, Melbourne, Australia, Nov. 2017)

5) Jun Sekine: "Optimal investment and consumption in an infinite dimensional factor model with delay" (Seminar at National Central University, Taiwan, Nov. 2017)

6) Jun Sekine: "Optimal investment and consumption in an infinite dimensional factor model with delay" (The Fifth Asia Quantitative Finance Conference, Seoul, Korea, Apr. 2017)

7) Jun Sekine: "Optimal investment and consumption in an infinite dimensional factor model with delay" (Workshop on Stochastic Analysis and Mathematical Finance, Quindao, China, Sep. 2016)

8) Jun Sekine: "A filtration enlargement with noisy anticipation for asset pricing" (Ritsumeikan-UCL Workshop, Ritumeikan, BKC, Aug. 2016)

9) Jun Sekine: "A filtration enlargement with noisy anticipation for asset pricing" (6th International IMS-FIPS Workshop, Edmonton, Canada, Jul. 2016)

10) Jun Sekine: "Prediction with noisy anticipation and its application to asset pricing" (The 4th Asia Quantitative Finance Conference, Osaka Univ. Nakanoshima Center, Feb. 2016)

11) Jun Sekine: "Prediction with noisy anticipation and its application to asset pricing" (Sahoro Winter Workshop on Operations Research, Finance and Mathematics, Sahoro, Hokkaido, Feb. 2016)

12) Jun Sekine: "Utility maximization with floor constraint: constructing optimal solution" (Seminar at Academia Sinica, Taipei, Aug. 2015)

〔関連したテーマでの大学院生研究指導〕(計2件)

村岡 佑亮 : 「Selling a Stock at the Ultimate Maximum: a Robust Approach

(ロバストな株式最高値売却戦略の計算)」, 2016 年度大阪大学大学院基礎工学研究科修士論文

堀川 真伸 : 「部分情報下での資産流動化最適時刻の計算について」, 2017 年度大阪大学大学院基礎工学研究科修士論文

〔産業財産権〕

出願状況 (計0件)

名称 :

発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：

取得状況（計0件）

〔その他〕

URL: <https://sites.google.com/site/junsekine/home>

6. 研究組織

(1)研究分担者: なし

(2)研究協力者

研究協力者氏名: Fausto Gozzi (LUISS, Rome; 日本語表記名: ファウスト ゴッチ), Cecilia Prodocimi (LUISS, Rome; 日本語表記名: セシリア プロドシミ), Salvatore Federico (University of Florence; 日本語表記名: サルバトーレ フェデリコ), Andrea Macrina (University College London; 日本語表記名: アンドレア マクリナ), Kirati Thoednithi (デロイト・トーマツ; 日本語表記名: キラティ タードニティ), 深澤 正彰 (大阪大学; ローマ字表記: Masaaki Fukasawa), 前田ひとみ (大阪大学、現プルデンシャル生命; ローマ字表記: Hitomi Maeda), 村岡佑亮 (大阪大学、現三井住友銀行; ローマ字表記: Yusuke Muraoka), 堀川真伸 (大阪大学、現三井住友銀行; ローマ字表記: Masanobu Horikawa)

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。