

令和元年6月20日現在

機関番号：12604

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2015～2018

課題番号：15K04411

研究課題名（和文）数学的プロセスを育成する授業評価枠組の開発

研究課題名（英文）Evaluation system of mathematics lesson to develop mathematics process

研究代表者

中村 光一（NAKAMURA, Koichi）

東京学芸大学・教育学部・教授

研究者番号：80225218

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,600,000円

研究成果の概要（和文）：数学の授業における数学的プロセスを評価するための枠組を開発することが研究の目的である。授業において数学的プロセスを分析するための基本的概念として数学的対象を設定した。数学的対象が相互行為を通して構成される過程を精緻に分析することで数学的プロセスが捉えられることが明らかとなった。また、数学的プロセスの質を評価するために新規性と数学的基礎の2つの観点を設定し、それらと数学的対象とをあわせて授業における数学的プロセスを評価するための枠組とした。研究の過程において、授業データを用いて質的に研究をすすめるために、式をよむという数学的プロセスを実現するための教材を開発した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

我が国では、数学的な考え方という数学的プロセスのひとつが数学教育の目標として長い間設定されてきた。そして数学的プロセスと数学的内容の教授・学習がどのようにかかわっているかを明らかにすることが教育的な研究課題であった。これまで授業において数学的プロセスを実証的に捉える研究はほとんどなされてこなかったが、数学的対象の構成プロセスとそこでの推論の質を評価することで数学的プロセスを授業で捉えることが可能となった。これにより上記の課題についての研究を進める端緒ができた。また、数学的プロセスを教授・学習をする授業の改善もこの研究から示唆される。

研究成果の概要（英文）：The purpose of research is to develop framework for analyzing and evaluating mathematics process in mathematics classroom.

Mathematical object is fundamental concept to analyze mathematics process in interaction between a teacher and students. We can identify mathematics process to analyze process which mathematical object is constructing through interaction between a teacher and students. Another concept to analyze mathematical process is novelty and mathematical foundation. The framework for analyzing mathematics process consists of mathematical object and novelty and mathematical foundation. In order to conduct qualitative research, we develop new mathematical materials to realize mathematical process in mathematics lessons.

研究分野：数学教育学

キーワード：数学的プロセス 授業 評価

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

算数科・数学科の授業において高次の思考プロセスが目標として強調されるようになってきた。例えば、平成29年度公示の小学校学習指導要領解説算数編においても、目標として、数学的活動、数学的な見方・考え方が強調され、数学的なプロセスの授業での実現が期待されている。Common Core State Standardにおいても数学的プロセスが目標とされている。高次に思考プロセスを目標として設定することはできるが、実際の授業の状況において高次の思考プロセスを実現し、それが実現されたのか評価し、授業の改善は可能なのかについてはまだ十分な研究がなされてきたとはいえない。他方で、わが国の数学教育においては昭和33年の学習指導要領の改訂において「数学的な考え方」が目標として明記された。中島(1981)は、「数学的な考え方は、算数・数学にふさわしい創造的な活動ができることを目指したものである」(p.51)として数学的な考え方について述べた。その後、授業の実施を通して実践的な研究として数学的な考え方を授業で実現することを目指した研究は学校のなかで多く積み重ねられてきた。しかし、数学的な考え方に代表される高次の思考プロセスが授業場面でどのように具体的に出現しているのか、さらに子どもがそれをいかに学習しているのかについて、数学教育の研究としてアプローチしたものは稀少である。近年、授業についての質的研究が多くなされているために、高次の思考プロセスを授業のなかで研究するための理論的準備が整ってきていると考えられる。そのため授業における数学的プロセスを評価するための枠組みを構築することを研究課題として設定した。

### 2. 研究の目的

質的研究方法を用いて、授業において実現された数学的プロセスを捉え、それをもとに授業において数学的プロセスを評価するための枠組を開発することを研究の目的とする。この目的を達成するために具体的な課題を設定した。

- 課題1 数学的プロセスについて先行研究をもとにその構成要素を抽出し、その特徴を捉える。
- 課題2 授業において数学的プロセスが出現する出来事を捉える。
- 課題3 授業において学習者の立場から数学的プロセスの学習の機会を捉える。
- 課題4 授業において数学的プロセスを育成するための授業の評価枠組を構成する。

### 3. 研究の方法

授業における数学的プロセスを捉えるために質的研究方法を用いて、年次毎の課題を次のように設定した(図1)。

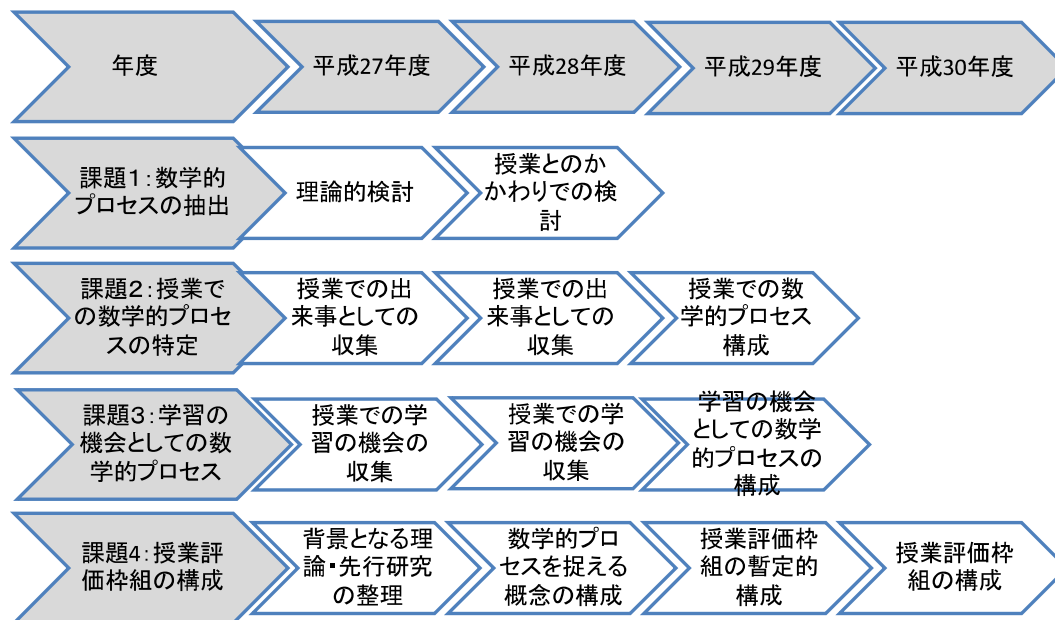


図1 年次毎の課題

Cobbら(2000)の用いた社会的相互行為論と状況論を背景とした研究をもとにして、実際の授業でつくられる数学をとらえる試みをする事とした。そのために実際の授業のビデオデータを収集し、逐語記録を作成した。データ収集にあたっては、基本的に2つの立場をとることとした。一つの立場は、通常の授業を観察するなかで数学的プロセスの出現を捉える試みである。他の一つの立場は、意図的に数学的プロセスを生じさせる機会を授業で作りだすために、数学的プロセスを授業で構成するための教材の開発も行うこととした。これらの2つの立場からの授業のデータを分析することを通して、授業において数学的プロセスを評価するための枠組を構築する。

#### 4. 研究成果

研究の成果について、研究課題1,研究課題2,研究課題4に対して、それぞれ授業における数学的プロセスを分析するための基本的概念、数学的プロセスを授業において実現するための教材の開発、そして、授業において数学的プロセスを分析するための概念の精緻化と評価枠組の設定の3つの観点からまとめる。また、研究課題3については今後の課題が一部残っているため最後に述べる。

##### (1) 授業において数学的プロセスを分析するための基本的概念：数学的对象

授業でつくられる数学がどのような過程を通してつくられるかを詳細に検討することで、数学的プロセスが捉えられる可能性があると考えた。特に、わが国の算数科・数学科の授業の特徴は、数学の内容と数学のプロセスが反射的な関係にあることを重視する。このために、授業でつくられる数学を数学的对象として社会的相互行為論の観点から考察した(中村, 2016)。そして、数学的对象として、教師と子ども間の相互行為を通してつくられる対象とした。実際の中学校の授業場面において、三平方の定理や立体の切断面が数学的对象として社会的相互行為を通して作りだされている過程をみることができた。同時に、小学校の授業場面においても、四角形を平行や垂直をもとに分類する問題場面において、ひし形の性質を数学的对象として構成される過程が見出された。提示された具体的なひし形の性質を議論する過程で一般的なひし形を想定する相互行為がなされ、一般的なひし形の性質が数学的对象として構成された(中村 2018)。授業の観察と分析を通して、数学的对象が相互行為を通して構成される過程を精緻に分析することで数学的プロセスが捉えられることが明らかとなった。

##### (2) 数学的プロセスを授業において実現するための教材の開発

式をよむという数学教育において大切とされる数学的プロセスに焦点をあてて、数学的プロセスを授業において実現するための教材の開発を試み授業を実施した。

開発した教材のひとつは、速算をつくる活動に焦点をあてた(中村, 2017)。中学校3年生においてその教材を用いて実施した。十の位の数が同じで一の位の数が5の2数の積の速算の方法に気づくことを端緒として、式をよむことを通して、同じ速算ができる数の範囲を広げることを目指した教材である。数学的对象が特定の数と速算の手続きから条件を満たす一般的な数と速算の仕組みに変わる。速算の仕組みをもとに2つの速算の方法の関連、そしてより広い数の範囲での速算の試みを通して、対象が速算の仕組みから速算の構造へとなる。数学的对象が変化していく教材であり、数学的对象が作りだされるプロセスがみられる。他のひとつの教材は全国学力・学習状況調査問題(2012)の問題を参照し共同で開発したものであり、長方形の4辺上の4点を結んで長方形の面積を二等分する活動をする。面積を求める式を用いることで、個々の面積を求める方法から二等分された面積を表すものへの数学的对象が変化する。

いずれの教材においても式をよむという数学的プロセスを行うことで新しい数学的对象が作りだされ、問題を発展的に解決することが可能となる。これらの教材を用いて、数学的プロセスを授業で実現し、数学的对象の概念を用いて数学的プロセスについて分析を行っている。

(1)で構成した数学的对象が相互行為を通して構成されるプロセスが分析において有効に働いていることがわかった。

##### (3) 授業において数学的プロセスを分析するための概念の精緻化と評価枠組の設定

授業で数学的問題が解決される過程において、生徒の活動を中心に分析を試みるなかで、数学的プロセスの質をとらえる必要性が生じた。一次関数の問題を解決する授業において、教師が授業の目標として設定した数学的プロセスとは異なるプロセスで、生徒が数学的对象をつくりだす過程が見いだされた(中村, 2018)。このため、数学的プロセスの質を明示的に捉えるために、Lithner(2008)による創造的推論と模倣的推論の研究における創造的推論の条件、新奇性、蓋然性、数学的基礎のうち、特に新奇性と数学的基礎に着目した。新規性とは、新しい(推論者にとって)推論の系列が創造される。または忘れられていた推論が再創造されることである。数学的基礎は、議論が推論にかかわっている構成要素についての本質的な数学的性質にしっかり固定されていることを指している。本質的な数学的性質が何かが数学的プロセスの質を決定する。

##### (4) 学習者の立場から数学的プロセスを学習する機会

学習者の立場からの数学的プロセスの学習の機会は、授業の目標と異なるかたちで生じた数学的プロセスの学習について考察することを進めている。望ましい数学的プロセスとは異なるプロセスで授業にかかわっている子どもに対して、授業毎に具体的な対応策を想定することができている。言い換えると学習の機会を設定するために授業ごとに具体的な対応を想定することができる。今後はそれらの対応策の精緻化と理論化が課題である。

#### 引用文献

- ブルーマー, H. (1991). シンボリック相互作用論 パースペクティブと方法. 勁草書房.
- Cobb, P. (2000). The importance of a situated view of learning to the design of research and instruction. J. Boaler (eds.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning. International perspectives on mathematics education*, (pp.45-82). Ablex publishing.
- Common Core State Standards for Mathematics*. <http://www.corestandards.org/Math> (最終確認: 2019年6月15日)

平成 24 年度 全国学力・学習状況調査の調査問題小学校算数 B : [http://www.nier.go.jp/12chousa/12mondai\\_shou\\_sansuu\\_b.pdf](http://www.nier.go.jp/12chousa/12mondai_shou_sansuu_b.pdf) (最終確認: 2019 年 6 月 15 日)

Lithner, J. (2008) A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational studies in mathematics*, 67, 55-276.

中島健三 (1981). 算数・数学教育と数学的な考え方. 金子書房.

中村光一 (2016). 数学授業における数学的对象についての考察 -社会的相互行為論の立場から-. 第 4 回春期研究大会論文集(日本数学教育学会), pp61-66.

中村光一 (2018). 関数の問題解決場面における数学的对象の構成 -社会的相互作用論の立場から-. 第 6 回春期研究大会論文集(日本数学教育学会), pp.119-124

中村光一 (2018). 算数・数学科授業における数学的な考え方の出現の様相. 第 51 回 秋期研究大会発表集録(日本数学教育学会), pp.287-290.

中村光一. (2017). 速算をつくる活動における数学的に考えることの分析(pp.220-230). 藤井齊亮先生ご退職記念論文集編集委員会 数学教育学の礎と創造 東洋館.

## 5 . 主な発表論文等

### 〔雑誌論文〕(計 1 件)

中村光一, 高橋啓, 松田菜穂子, 馬場康維, 清野辰彦, 西村圭一, 太田伸也, 高橋昭彦, 藤井齊亮 (2017). 教育実習期における初等教員養成課程学生の数学学習・問題解決とその指導に関する信念 -主成分分析とクラスター分析を用いて-. *日本数学教育学会誌*, 99(2), pp.2-15 (査読有)

### 〔学会発表〕(計 5 件)

中村光一 (2018). 関数の問題解決場面における数学的对象の構成 -社会的相互作用論の立場から-. 第 6 回春期研究大会論文集(日本数学教育学会), pp.119-124.

中村光一 (2018). 算数・数学科授業における数学的な考え方の出現の様相. 第 51 回 秋期研究大会発表集録(日本数学教育学会), pp.287-290.

Koichi Nakamura (2017) Realization process of mathematical problem-solving approach in the student teaching: A case study on one student teacher in Japan. *World Association of Lesson Study International conference*

中村光一 (2016). 数学授業における数学的对象についての考察 -社会的相互行為論の立場から-. 第 4 回春期研究大会論文集(日本数学教育学会), pp.61-66.

### 〔図書〕(計 2 件)

Koichi NAKAMURA (2019). How Lesson Study helps student teachers learn how to teach mathematics through problem-solving: Case study of a student teacher in Japan (pp.507-525). In Huang, R. et al. (eds.) *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics: An International Perspective*. Springer. (総 865 ページ)

中村光一. (2017). 速算をつくる活動における数学的に考えることの分析 (pp.220-230). 藤井齊亮先生ご退職記念論文集編集委員会 数学教育学の礎と創造 東洋館. (総 358 ページ)

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。