

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 5 月 30 日現在

機関番号：17701

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K04452

研究課題名(和文) 小学校中学年における算術から代数への移行教材の開発研究

研究課題名(英文) Development of teaching materials which promote a shift from arithmetic to algebra in grade 3 and 4

研究代表者

和田 信哉 (Wada, Shinya)

鹿児島大学・法文教育学域教育学系・准教授

研究者番号：60372471

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、小学校中学年における数と式にかかわる内容に焦点化し、算術から代数への移行教材の開発と実験授業をとおして、小学校算数から中学校数学への移行過程の一端を明らかにすることを目的としている。そのため、代数的推論に着目し、それを促す教材の開発(第3学年「を使った式」と第4学年「計算のきまり」とその教材を用いた実験授業の実施、そしてその授業の分析を行った。その結果、開発された教材が子どもの代数的推論や式に関する認識を高めることができることを明らかにした。

研究成果の概要(英文)：The purpose in this research is to clarify a transitional process from elementary school mathematics to secondary ones, especially arithmetic to algebra, through developments of teaching materials and teaching experiments. Therefore we paid our attention to algebraic reasoning, developed the teaching materials which promoted it, and practiced the teaching experiments using those. As a result, We made clear that the developed teaching materials could improve the students' algebraic reasoning and recognition of expression.

研究分野：数学教育学

キーワード：代数的推論 式 算数と数学の接続 記号論

1. 研究開始当初の背景

小学校算数と中学校数学とのギャップについては、制度的側面や内容的側面などから指摘されてきており(岩崎, 2007), その一つとして, 中学校数学において文字が導入されて代数へと移行していく際の困難が指摘されている(Booth, 1988 など)。しかし, その困難に対する取り組みが効果を上げてきたとはいえない状況にあるため, 近年になり, 代数は算数(算術)の一般化であるという考えに基づいた初期の代数が重視されている(Carraher & Schliemann, 2007)。この立場では, 代数は算数の一般化であるという考えから, 小学校段階で, たとえ代数的な内容や記号を扱っていなくても代数的な推論は現れると考える。本研究でも, このような立場から, 小学校第6学年の分数の乗法・除法の授業を対象にして, 「一般性の認識」と「正当化」の観点で代数的推論を明確にしてきた(和田, 2012 など)。

他方で, 近年, 指導内容の面からも, 算数と代数との接続を意図した研究が行われているが, 世界的には関数的な内容を対象とした研究が多くなってきている(Kolovou ら, 2013 など)。しかし, 小学校算数の内容は数と式にかかわる内容が大きな部分を占めているので, このような内容での接続を意図する方が, 移行への機会を増やすことにつながると考える。また, 初期の代数という立場からすると, 小学校高学年から中学校第1学年に渡る学習内容だけでなく, 小学校低学年から学習内容を見直していく必要がある。そのような見直しに関し, 記号論的観点が重要となる。

平林(1987)は, 数学の言語的側面を重視し, 言語学においては, 言語の変形規則を主題とする統語論, 言語とその対象との関係を主題とする意味論, 言語を使用する解釈者や状況も主題とする語用論の順に研究が進むが, 数学教育における子どもの実態は逆に進むことを指摘している。つまり, 語用論から意味論, そして統語論というように子どもの式に対する見方が発達するということである。本研究では, このような観点から, 小学校第2学年の加法と減法の相互関係の内容で実験授業を行い, 語用論から意味論への子どもの式の見方の移行の様相を明確にできた(和田, 2014)。

しかしながら, 小学校中学年における数と式にかかわる内容に関する算数から代数への移行教材やその移行過程はまだ明確になっていないとは言い難い。そこで, 本申請における研究では, 代数的推論と記号論の観点から, 小学校中学年における数と式にかかわる内容の授業改善に着目するに至った。

2. 研究の目的

これまでに, 数学の言語性という観点から数学教育における記号論の研究を行うとともに(和田, 2013 など), 算数から数学への

移行に関する研究(岡崎ほか, 2010 など), 代数的推論に関する研究を行ってきた(和田, 2014 など)。本研究は, これらの研究をふまえ, 数と式にかかわる内容について, 代数的推論と記号論の観点から, 小学校中学年における算数から代数への移行教材の開発及びその実験授業をとおして, その移行過程を明らかにすることを目的とした。

3. 研究の方法

上記の目的を達成するために, 次の三つの研究内容を設定した。

- (1) 代数的推論と記号論の観点から, 小学校第3学年「 \square を使った式」の教材を開発し, その有効性を実験授業により検討すること
- (2) 代数的推論と記号論の観点から, 小学校第4学年「計算のきまり」の教材を開発し, その有効性を実験授業により検討すること
- (3) 上記1と2を総合的に考察し, 算数から代数への移行過程の一端を明らかにすること

第3学年の「 \square を使った式」や第4学年の「計算のきまり」は, 代数的な内容に直結するものであるが, そのような内容であるがため, 形式的に指導されることが少なくない。そこで, これらの内容で子どもの代数的推論を促進し, 式に対する見方が変容するような教材を開発し, その実験授業を質的に分析することによってその効果を検証し, それらの知見を総合的に考察して算数から代数への移行過程の一端を明確にする。

4. 研究成果

上記の三点に即して研究成果を述べる。

(1)について

先行研究や教科書分析から得られた課題と代数的推論・記号論の観点をふまえ, 第3学年「 \square を使った式」の単元を次のように構成した。

第1時: 数の石垣を題材とし, \square を用いてその規則性について考える。

第2時: 関係式は加法, 求答式は減法となる場面を題材とし, \square を未知数として扱ってそれぞれの式の意味について考える。

第3時: 関係式は加法, 求答式は減法となる問題と関係式は減法, 求答式は加法となる問題を比較し, 相互の関係について考える。

第4時: 関係式は乗法, 求答式は除法となる場面を題材とし, \square を未知数として扱ってそれぞれの式の意味について考える。

第5時: 関係式は除法, 求答式は乗法となる

問題と関係式は乗法, 求答式は除法となる問題を比較し, 相互の関係について考える。

第6時: 適用問題を考える。

その結果, 現象の規則性を正当化する際に生じた代数的推論 (AR1, AR2) によって, 児童の の意味に対する認識が一般数を表すものとしての に変容し, その変容が一つの式に対する二つの見方 (関係式と求答式) を支えていた。そして, その見方と, 加法と減法の関係や乗法と除法の関係を正当化する際に生じた代数的推論 (AR3 から AR8) によって, 児童の演算の相互関係に対する認識が徐々に関係的なものへと変容すると共に, その変容が児童の式に対する見方を構造的なものへと変容させるという相互作用的な変容がみられた。

(2)について

先行研究や教科書分析から得られた課題と代数的推論・記号論の観点をふまえ, また「既習を用いて未習を考える」という観点に基づき, 「計算のきまり」の単元を次のように構成した。

第1時: 2項の加法の式の交換法則 (記号による形式化), 3項の加法の式の結合法則 (記号による形式化), 加減混合の3項の式の計算順序 (括弧先行)

第2時: 2項の乗法の式の交換法則 (記号による形式化), 3項の乗法の式の結合法則 (記号による形式化), 乗除混合の3項の式の計算順序 (括弧先行)

第3時: 四則混合の3項の式の計算順序 (乗除先行), 計算順序のまとめ

第4時: などの記号の一般数としての扱い (分配法則の記号による形式化), 計算法則のまとめ

第5時: 計算の工夫 (加法の結合法則の活用, 乗法の結合法則の活用, 分配法則の活用)

第6時: 文字式利用のサイクル (立式, 変形, 読み) に基づいた活用

第7時: 事後調査

その結果, 提案した授業設計は児童たちの問いが連続するような構成になっていること, などの記号の意味の理解が深まったこと, 文字式利用のサイクルに基づいた活動が重要であることなどを指摘した。

(3)について

これまでの研究を総括するべく, これまでに同定された代数的推論について質的及び理論的に検討した。質的には KJ 法を用いることで, 主に授業における役割という観点で分類を行うことができた。また, 理論的には

Kieran (2011) の分類の枠組み (思考の様相) を用いて, その修正を加えながら分類を試みた。そして, これらの二つの観点によって代数的推論を捉える枠組みを検討した。

< 引用及び参考文献 >

Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In Coxford, A. F. et al. (Eds.), *The idea of algebra, K-12*, 20-32. NCTM, INC.

Carraher, D. W. & Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In Frank K. Lester, Jr. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 669-705. Information Age Publishing.

Kieran, C. (2011). Overall commentary on early algebraization. In Cai, J. & Knuth, E. (Eds.), *Early algebraization*, 579-593. Springer.

Kolovou, A., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Koller, O. (2013). An intervention including an online game to improve grade 6 students' performance in early algebra. *JRME*, 44 (3), 510-549.

岩崎秀樹 (2007), 『数学教育学の成立と展望』, ミネルヴァ書房。

岡崎正和・影山和也・岩崎秀樹・和田信哉 (2010), 「図形学習における動的な見方の具体化」, 『数学教育学研究』, 16(2), 1-10。

平林一榮 (1987), 『数学教育の活動主義的展開』, 東洋館。

和田信哉 (2012), 「分数の乗法・除法に関する代数的推論の明確化」, 『数学教育学研究』, 18(1), 31-41。

和田信哉 (2013), 「分数の乗法・除法に関する代数的推論の機能に関する研究」, 『日本数学教育学会誌』, 9(2), 2-10。

和田信哉 (2014), 「加法と減法の相互関係に関する研究」, 『数学教育学研究』, 20(2), 77-91。

和田信哉・中川裕之・岩田耕司 (2017), 「を使った式」に関する児童の認識の変容の分析」, 『日本教科教育学会誌』, 40(3), 69-80。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

1 和田信哉・中川裕之・岩田耕司・伊藤優一郎, 「式と計算」の授業設計と実践に関する研究, 鹿児島大学教育学部教育実践研究紀要, 査読無, 27, 2018, 31-40

2 和田信哉・中川裕之・岩田耕司, 「を使った式」に関する児童の認識の変容の分析, 日本教科教育学会誌, 査読有, 40(3), 2017, 69-80

3 影山和也・和田信哉・岩田耕司・山田篤

史・岡崎正和，数学教育における図式との相互作用による数学的思考の分析，全国数学教育学会誌，数学教育学研究，査読有，22(2)，2016，163-174

- 4 和田信哉・宮崎憲一郎，等分除と包含除の統合に関する実践的研究，『鹿児島大学教育学部教育実践研究紀要』，査読無，25，2016，23-32

- 5 和田信哉，小学校における式の意味論的認識に関する研究，鹿児島大学教育学部研究紀要 教育科学編，査読無，67，2016，1-11

〔学会発表〕(計1件)

- 1 和田信哉，式の意味論的認識に関する一考察，全国数学教育学会，2015年6月14日，鹿児島大学(鹿児島県鹿児島市)

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称：

発明者：

権利者：

種類：

番号：

出願年月日：

国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：

発明者：

権利者：

種類：

番号：

取得年月日：

国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

和田 信哉 (WADA Shinya)

鹿児島大学・法文教育学域教育学系・准教授

研究者番号：60372471

(2) 研究分担者

岩田 耕司 (IWATA Koji)

福岡教育大学・教育学部・准教授

研究者番号：90437541

(3) 研究分担者

中川 裕之 (NAKAGAWA Hiroyuki)

大分大学・教育学部・准教授

研究者番号：00450156

(3) 連携研究者

()

研究者番号：

(4) 研究協力者

()