

平成 31 年 3 月 15 日現在

機関番号：13501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K04752

研究課題名(和文) 弱形式スキームによる弾性波散乱の数値計算法及びその実験的検証

研究課題名(英文) Development of a numerical method according a framework of weak-form discretisation scheme and its experimental evaluation

研究代表者

加藤 初弘 (KATO, Hatsuhiro)

山梨大学・大学院総合研究部・准教授

研究者番号：00270174

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、弱形式離散化に従い新しい数値計算法である逐次伝達法を拡張し、この有効性を局在波が関与する弾性実験により検証した。達成されたおもな成果は次の4項目である：1) 形状関数の自由度を利用した解析精度改善、2) 不等辺四角形を含むメッシュ生成法の提案による逐次伝達法の拡張、3) 弾性導波路において散乱波と入射波を分離する実験技術の開発、4) 局在波が共鳴反射を起こすことの実験による検証とその帯域フィルタ設計への応用。今後は、輻射境界条件などを整備して逐次伝達法の適用分野を量子散乱などに拡大する予定である。

研究成果の概要(英文)：We have extended the recursive transfer method (RTM) that is a novel numerical method being developed under The framework of weak discretisation. The efficiency of RTM is also confirmed experimentally through the localised wave that appears in an elastic system. The main achievements are as follows: 1) Improvement of numerical accuracy using freedom of shape function. 2) Extension of RTM using scalene quadrilateral elements included in the discretisation mesh. 3) Development of an experiment method to extract scattering waves from the incident wave in elastic wave guide. 4) Detection and application of resonance reflection that is involved with the localised wave. For next stage, we are planning to apply RTM to the quantum scattering after improving the radiation boundary condition.

研究分野：数値解析

キーワード：重調和解析 弱形式理論 輻射境界条件 局在波 数値解析 屈曲波 逐次伝達法

1. 研究開始当初の背景

さまざまな材料で薄膜形成が可能となったことから、それらの弾性的な性質を流体ポンプなどに応用する試みが行われていた。一方、量子物理で論じられていた Fano 効果が弾性波でも観測されることが指摘され、局在波の関与により散乱波が著しく変化する効果が観測されていた。このような状況の中で、我々の研究グループでは、数値計算法である逐次伝達法の開発を弱形式離散化により行っており、散乱波から局在波を抽出する手法などに注目しつつ議論を進めていた。

2. 研究の目的

弾性導波路において局在波が関与する共鳴現象を実験的に観測し、逐次伝達法による数値解析によりこの現象を再現する。これにより、新しい数値解析法である逐次伝達法の有効性を実証的に検証し、さらに弾性波フィルターの設計に局在波を利用できることを示す。

重調和解析は弾性平板における屈曲波のモデルとして発展してきた。さらに、重調和解析は逐次伝達法との整合性が高い。この特徴を生かして、重調和解析に局在波が関与した散乱問題という研究領域を開拓する。

3. 研究の方法

逐次伝達法などを用いて弾性導波路の散乱領域の形状を設計する。解析対象である弾性導波路として1次元の弾性棒および2次元の弾性平板を用意し、局在波の効果を散乱実験により検証する。このとき、導波路における散乱領域の形状および波動の制御を切削加工により行う。すなわち、弾性棒では一對の切り込みの作製、弾性平板では部分的な切削による厚みの変更を行う。

散乱問題に現れる局在波の効果を、Fano 効果と呼ばれる共鳴曲線に現れる非対称性や反射係数に現れる位相シフトにより検証する。また、新しい実験技術として、局在波の制御技術および散乱波を入射波・反射波・透過波に分離するデータ処理技術などを開発する。

これらの実験技術とともに逐次伝達法による数値解析の技術を改良する。主な改良項目は、空間メッシュの生成法および形状関数の高精度化である。

4. 研究成果

1次元の弾性棒ではその端部に局在モードが存在し得ることが知られており[1]、このモードを用いた応用も試みられている[2]。これらの研究と対比した本研究の特徴は、局在

波の発生を能動的に制御するために弾性導波路に一對の切り込みを設けたこと、および液体への透過実験により縦波を分離して抽出する実験技術を用いていることにある。さらには、設計に役立つ数値解析である逐次伝達法の拡張を行っている。

図1は弾性棒による導波路実験の概要を示している。図1(a)に示したように多孔性ゴムで固定された導波路の上端から弾性波を入射し、下部の液体槽に設置したハイドロフォンにより透過波を測定する。導波路の中央部分には切削加工により図1(b)に示したような島の形状に加工されている。条件がそろえばこの島に局在波が生じ入射波の透過が抑制される。ハイドロフォンの信号強度が減少するので、Fano 効果に特有な共鳴反射の観測が可能である。図では左端から入射された波が島で強く反射されている様子が描かれている。

図1(c)にハイドロフォンで観測された音圧レベルと駆動周波数の関係が実線で示されている。破線は数値解析で得た曲線であり、観測結果をほぼ再現している。さらに、周波数540kHz付近において透過率の極大と極小が対になって現れている。これらの現象は、Fano 効果を引き起こす局在波の存在を示唆している。

図2に弾性平板を用いた別の散乱実験をまとめた。図2(a)は実験装置の概要である。平板の一端が万力で固定され、他端が加振器により振動している。中央部分の厚さを切削に

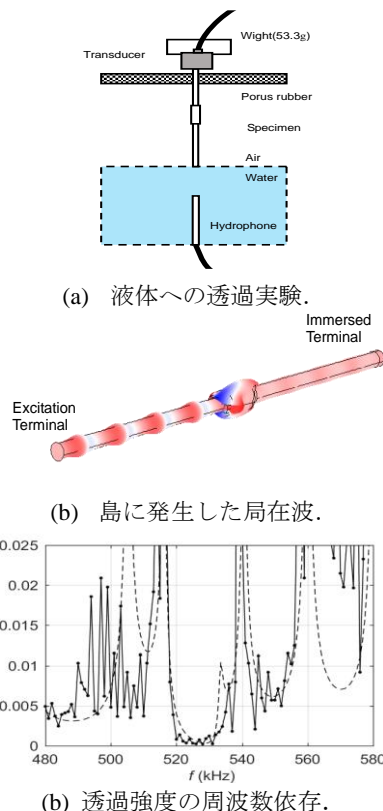
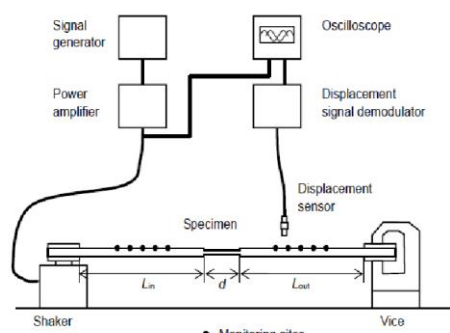


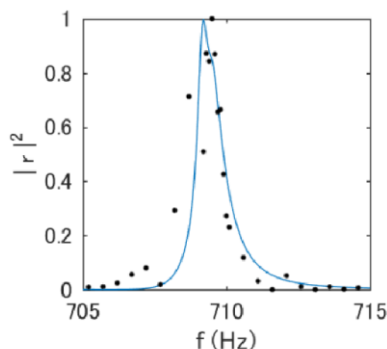
図1. 弾性棒における Fano 効果の検証。

より変化させることで散乱領域が形成されている。従来の振動実験と比較すると、定在波から S パラメータを抽出するデータ処理を開発したことが特徴である。定常振動による安定した振動を利用することで、S パラメータの抽出精度が改善された。

得られた S パラメータから、共鳴曲線すなわち反射率の周波数依存を求め図 2 (b) に示した。Fano 効果に特徴的な非対称なピークが現れている。この非対称性を、散乱領域の形状で変更し得ることも実験的に確認した。即ち、切削加工により生じる局在波の変化を用いて、

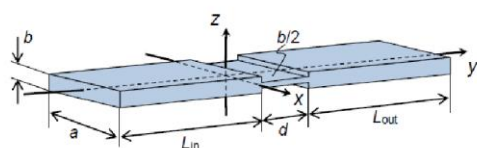


(a) 液体への透過実験

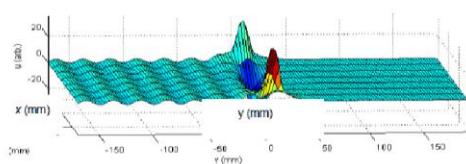


(b) 反射率の周波数依存

図 2. 弾性平板における Fano 効果の検証



(a) 平板の形状.



(b) 共鳴反射での反射波と局在波.

図 3. 逐次伝達法による弾性編板の振動解析.

共鳴曲線の制御を実現できた。

図 3 に平板で発生した局在波の様子を逐次伝達法で再現した。図 3 (a) に弾性平板の形状が示されている。厚さが薄い中央部分が散乱領域として作用する。図 3 (b) に、共鳴反射が生じている周波数における平板の変位を示した。この波形からも、散乱領域に局在波が存在していること、および完全反射により透過波が存在しないことを確認できる。

弾性平板における局在波の制御を具体的に論じた研究は、本研究が初めてである。この議論は、帯域通過フィルターや超音波モータなどの設計理論に応用し得る。とくに、逐次伝達法が局在波を固有値問題により抽出し得ることは、新しい設計手法として活用できる。

逐次伝達法による数値解析では、空間メッシュの形状が長方形に限られており、散乱体をモデル化する際に制約を与えていた。本研究は、この制約を不等辺四角形の要素を導入することで解消した。

図 4 は連続する 3 つの擬似波面とこれらに挟まれた不等辺四角形の空間要素を示す。四角形の四隅に場の変数の関数値およびその空間微分を割り当てることで場の変数を離散化した。弱形式離散化とは、隣接した擬似波面間の場の変数が持つ力学的な条件を、弱形式理論を用いて 2 階差分方程式に変換する離散化手法である。2 階差分方程式の基本解が 2 方向に進む進行波であることから、入射波と散乱波を分離して表現することができる。

空間メッシュの要素内に図 4 において白丸で示したような内部節点を導入すると、要素形状の自由度が増ことで任意の形状を有する散乱体に対応できるだけでなく、解析精度も改善できる。この工夫により、導波路のような疑似的に 1 次元的なシステムのみならず、輻射問題のような 2 以上の次元を有するシステムでの解析も可能となった。

図 5 は、拡張された逐次伝達法を用いて円形孔を有する領域に平面波が入射した様子を解析した結果である。波動は重調和波動方程式に従うとして輻射境界条件を用いた。図 5 (a) は入射波と散乱波が重なり合った波形であ

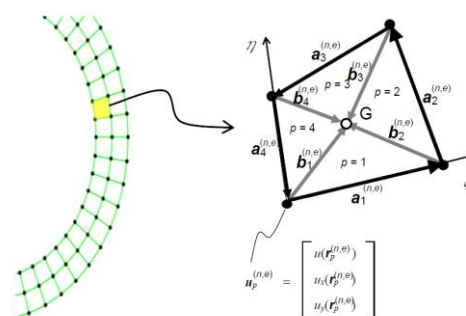


図 4. 擬似波面と細分化不等辺四角形要素.

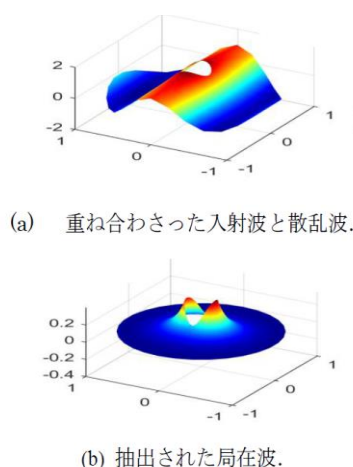


図5. 円形孔による散乱問題.

る. この波形から円形孔の周辺に生じる局在波を抽出した結果が図5(b)である.

局在波から周辺に伸びる減衰波あるいは近接場の裾が解析領域の境界に達した場合既存の境界条件である完全吸収層でも周波数に複素領域へのシフトを考慮することで同様な解析が可能である[3].しかし,人工的な吸収層のために実在し得ない固有モードが現れることなどから局在波だけを抽出することは不可能である.一方,本解析法の特徴は,図5(b)のように局在波だけを抽出できることである.

本研究に関連した分野において Gent 大学 (ベルギー) で開催される国際会議 1st international conference on Numerical Modelling in Engineering (28-29 August 2018 <http://www.Nume.ugent.be/>) がある.開催機関の関係で参加しなかったが本研究に対して招待状が届いた.

今後は,輻射境界条件を多様なシステムで定式化することで,逐次伝達法の対象分野を拡げることを目指している.例えば,スピノール場における輻射境界条件を定式化することで,量子システムでの散乱問題などを議論する予定である.研究代表者が参加している応用数学会では,2019年9月に国際会議 'Kyoto Conference on Numerical Analysis and Differential Equations' の投稿を目指して準備中である.

<引用文献>

- [1] Richard V. Craster and Julius Kaplunov(Ed.) Dynamic Localization Phenomena in Elasticity, Acoustics and Electromagnetism, Springer Verlag, Berlin 2013. Doi 0.1007/978-7091-1619-7.
- [2] 石井孝明, 望月正貴, 清水毅, 「螺旋構造利用伝送線型超音波モータ」, 山梨講演会講演論文集 vol. 2017(0), p.206, 2017.
- [3] J. Jin and D. J. Riley, *Finite Element Analysis of Antennas and Arrays*, Wiley, Hoboken 2006.

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計6件)

- ①加藤初弘, 加藤初儀, 「弱形式離散化スキーム逐次伝達法を用いた散乱問題の数値計算法の提案」, 日本応用数学会第44回数値計算シンポジウム予稿集, pp.1-4 (2015). 査読無.
- ②内藤吉優, 加藤初弘・石井孝明, 加藤初儀, 「弾性導波路におけるSパラメータの抽出方法の開発」, 電子情報通信学会技術研究報告 US2015-48, pp.13-16, 2015. 査読無.
- ③ Hatsuhiro Kato, Hatsuyoshi Kato and Yoshimasa Naito, "Mechanics shape function of quadrilateral element composed of subdivision Triangles for recursive transfer method", Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, vol. 35, no. 1, pp. 277-295 (2018). doi:10.1007/s13160-017-0281-9. 査読有.
- ④ Hatsuhiro Kato, Yoshimasa Naito, Takaaki Ishii and Hatsuyoshi Kato, "The control of resonance curve using the shape modulation of the scattering region in elastic waveguide ", Proceeding on Meeting of the Acoustical Society of America, vol. 29, no. 1, Article 065002. (6, April 2017). doi.org/10.1121/2.0000387. 査読有.
- ⑤ Hatsuhiro Kato and Hatsuyoshi Kato, "Accuracy of Weak-Form Discretisation and Extension of Recursive Transfer Method for Scattering Problems Governed by Fourth-Order Differential Equation", Journal of Physical Society of Japan. vol. 85, no.5, Article 054001 (April 2016). doi.org/10.7566/JPSJ.85.054001. 査読有.
- ⑥ 加藤初弘, 石井孝明, 加藤初儀, 「弾性導波路における共鳴反射の検出」, 電子情報通信学会論文誌 A, vol. J98-A, no.10, pp. 580-586,(1 Oct 2015). 査読有.

[学会発表](計5件)

- ①加藤初弘, 加藤初儀, 松井直道, 「弾性導波路における Fano 共鳴」, 電子情報通信学会 2018 年総合大会, 論文番号 A-4-4, 東京電気大学, 東京千住キャンパス, 2018.20-23.
- ② Yoshimasa Naito, Hatsuhiro Kato and Takaaki Ishii, "The control of resonance curve using the shape modulation of the scattering region in elastic waveguide ", 5th Joint Meeting Acoustical Society of America and Acoustical Society of Japan, Paper ID 1pSA14, Hilton Hotel, Honolulu, Hawaii USA, 27 Nov. ' 7 Dec. 2016.
- ③加藤初弘, 加藤初儀, 「細分化四角形要素を用いた R T M による散乱問題の数値計算法」, 日本応用数学会常微分方程式の数値解析とその周辺 2016, 大阪大学, 大阪市豊中キャンパス 2016.7.4-5.
- ④ 内藤優吉, 加藤初弘, 加藤初儀, 「弾性導

様式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19 (共通)

波路における S パラメータの抽出方法の開発」, 電子情報通信学会 超音波研究会(US), 登別市第一滝本, 2015.9.3-4.

⑤加藤藤初弘, 加藤初儀, 「弱形式離散化スキーム逐次伝達法を用いた散乱問題の数値計算法の提案」, 日本応用数理学会第 44 回数値計算シンポジウム, 甲州市ぶどうの丘, 2015.6.8-10.

[その他]

ホームページ等

<http://www.srz.yamanashi.ac.jp/lab/kato/Okura/KAKENHI2015/index.htm>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

加藤初弘(KATO Hatsuhiro)
山梨大学・大学院総合研究部・准教授
研究者番号:00270174

(2) 研究分担者

加藤 初儀(KATO Hatsuhiro)
苫小牧高専・創造工学科総合自然科学系・教授
研究者番号:80224525

(3) 研究分担者

石井 孝明(ISHII Takaaki)
山梨大学・大学院総合研究部・教授
研究者番号:40262323