

令和元年6月20日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K04756

研究課題名(和文) プラズマ流体方程式に対するガウス則保証型高次精度衝撃波捕獲法の開発

研究課題名(英文) Development of a high-order divergence-free shock capturing scheme for plasma fluid equations

研究代表者

三好 隆博 (MIYOSHI, Takahiro)

広島大学・理学研究科・助教

研究者番号：60335700

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：物質の流れと電磁場の相互作用を記述するプラズマ流体方程式に対する高精度数値解法の開発は、宇宙・天体物理における重要かつ共通の基盤的課題である。本研究の目的は、プラズマ流体方程式に対するロバストな多次元高精度数値解法を開発することにある。特に磁気流体力学方程式に対するガウス則保証型高次精度衝撃波捕獲法の開発に成功した。また電子・イオン圧縮性二流体方程式についても、ガウス則保証型高次精度衝撃波捕獲法に向けた要素の数値技法を研究開発した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

様々な宇宙・天体現象において、物質の流れと電磁場が本質的な役割を果たすことが、近年の観測的研究の著しい進展によって明らかになってきた。本研究では、流れと電磁場の相互作用を記述するプラズマ流体方程式に対し、離散的なガウスの法則を厳密に満足するロバストかつ高精度な数値解法を新たに開発した。本研究で開発した手法は、宇宙・天体の突発現象の解明に直結すると共に、電磁場解析など工学的なモデル方程式系に対しても適用可能と期待する。

研究成果の概要(英文)：Development of highly accurate numerical methods for plasma fluid equations, which describe the interaction between flows of matter and electromagnetic fields, is one of the most important and common tasks in space physics and astrophysics. The purpose of this study is to develop a robust and highly accurate multidimensional numerical method for plasma fluid equations. In particular, this study succeeded in developing a high-order divergence-free shock capturing scheme for magnetohydrodynamics, in which discretized Gauss' law for magnetic fields is strictly satisfied. Moreover, for full compressible two-fluid equations, where a full set of electron fluid, ion fluid, and Maxwell's equations is taken into consideration, elements of the divergence-free shock capturing schemes were researched and developed.

研究分野：計算プラズマ物理学

キーワード：数値計算手法 プラズマ物理学 磁気流体力学方程式 二流体方程式

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

様々な宇宙・天体現象に対して、衝撃波や乱流など物質の流れと電磁場の相互作用が本質的な役割を果たしていることが近年明らかになってきた。そのため、物質の流れと電磁場の相互作用を記述するプラズマ流体モデルは、宇宙・天体物理研究において重要不可欠な理論モデルとなった。したがって、プラズマ流体方程式に対する高精度数値解法の開発は、宇宙・天体物理における重要かつ共通の基盤的研究課題と位置づけられる。

特に磁気流体力学 (MHD) 方程式は、流体と磁場のマクロな相互作用を表す最も重要な理論モデルである。現在、宇宙・天体 MHD シミュレーションパッケージの整備が国内外で急速に進んでおり、研究代表者らが開発した衝撃波捕獲法、HLLD 近似リーマン解法 [ Miyoshi, Kusano, 2005 ] が業界標準の基礎解法として広く採用されている。しかし、磁場に関するガウスの法則を自然に満足する高精度な衝撃波捕獲法はこれまでに開発されていなかった。

一方、電子・イオン圧縮性二流体方程式は、電子流体、イオン流体、および Maxwell 方程式によって構成され、MHD 方程式より短波長かつ高周波なプラズマ現象が記述可能な最も基本的なプラズマ流体モデルである。しかし、MHD に比べ数値的安定性の制限が極めて厳しいため、これまでに実用的な数値解法は存在せず、二流体方程式がプラズママクロスケールシミュレーションの基礎方程式として用いられることはなかった。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、宇宙・天体プラズマ流体モデル方程式に対するロバストかつ高精度な数値解法の基盤を確立することにある。特に、(1) 宇宙・天体プラズマシミュレーションの標準モデルである MHD 方程式、(2) 次世代マクロスケールシミュレーションモデルの有力候補である二流体方程式について検討を行う。

高精度化を実現するには、一般に、数値微分または数値積分の打ち切り誤差の次数を上げ、数値解法の高次精度化を行うことが効果的である。また、MHD 方程式および二流体方程式は双曲型偏微分方程式であり、近似リーマン解法などの衝撃波捕獲法が適用可能である。ただし、多次元プラズマ流体方程式では、電場および磁場に関するガウスの法則が付加的な拘束条件として与えられるため、流体方程式に対して開発された手法をそのまま適用することができない。そこで本研究では、MHD 方程式および二流体方程式に対して、電場および磁場に関するガウスの法則を離散系において厳密に満足するガウス則保証型高次精度衝撃波捕獲法を開発する。

### 3. 研究の方法

本研究では、二つの代表的なプラズマ流体モデル方程式である MHD 方程式、および二流体方程式に対するガウス則保証型高次精度衝撃波捕獲法を開発する。また、本手法を適用可能なその他のモデル方程式についても検討を行う。

#### (1) MHD 方程式に対する高次精度衝撃波捕獲法の開発

MHD 方程式に対する業界標準の衝撃波捕獲法である HLLD 近似リーマン解法を高次精度化、多次元化する。MP5 法や WENO 法、WCNS 法など高次精度補間法を適用・分析し、磁場に関するガウスの法則を離散系において厳密に満足するガウス則保証型高次精度衝撃波捕獲法の検討を行う。高レイノルズ数、高磁気レイノルズ数の応用的な大規模 MHD シミュレーションを実施し、開発した手法の評価、再構築を行う。

#### (2) 二流体方程式に対する高次精度衝撃波捕獲法の開発

二流体方程式は振動型ソース項を有する双曲型約合則である。電子流体、イオン流体の保存項については、課題 (1) で開発する多次元化手法を拡張し、電場および磁場に関する離散的ガウスの法則を保証する高次精度衝撃波捕獲法を開発する。また、振動型ソース項については、安定かつ高効率な高次精度時間積分法を検討する。これらを統合し、実用に耐え得る二流体方程式に対するガウス則保証型高次精度衝撃波捕獲法を開発する。

#### (3) ガウス則保証型高次精度衝撃波捕獲法の適用モデルの検討

本研究で開発した手法の有効性と一般性を評価するため、上記の特定モデル方程式以外のモデル方程式について検討を行う。

### 4. 研究成果

#### (1) MHD 方程式に対する高次精度衝撃波捕獲法の開発

MHD 方程式に対する空間離散化手法として、よく有限体積法が用いられる。しかし、一般に、多次元有限体積法では 3 次精度以上の高次精度化を効率的に達成するのは困難である。そこで本研究では高次精度の有限差分法である重み付きコンパクト差分法 (WCNS 法) を採用した。ただし、磁場については、離散的なガウスの法則を満足するよう特別な離散化を行った。

磁場を格子点と格子間中点の両点に定義し、それぞれ同精度の高次差分法で空間微分を評価し、独立に時間積分を行った。この手法では、格子点における磁場は密度、運動量、エネルギー密度と全く同等の数値解法を用いて時間発展するため、圧力の正値性保存性に対して有効であると期待できる。図 1 に Orszag-Tang 渦問題の数値実験結果を示す。磁場に関するガウス

の法則への処方として、(a)では双曲型発散除去法 [Dedner, et al., 2002], (b)では本手法を用いた。同精度の WCNS 法を共に採用しているが、(b)は計算機精度でガウスの法則を満足していることに加え、数値的な減衰が弱いことも確認できた。しかし、複雑な多次元構造の近傍において、格子点と格子間中点の偶奇数値的不安定性が発生することがわかった。

偶奇数値的不安定性を回避するため、従来の Constrained-Transport 法 (CT 法) と同様に磁場は格子間中点に定義し、高次精度数値補間と高次精度差分を最適に組み合わせ、時間発展を評価した。一方、格子点の磁場は格子間中点磁場の高次精度数値補間によって評価した。特に多次元的に電場を数値補間することで多次元高次精度化を実現し、かつ 1 次元衝撃波捕獲法と無矛盾な数値粘性を付与することによって数値的安定性を維持した。様々な数値実験を通して、MHD 方程式に対するガウス則保証型高次精度衝撃波捕獲法の有効性を確認し [論文 1], 本研究目的を達成した。また、応用の課題として、磁気リネコクシオンに関するシミュレーション研究も先行し進めた [論文 3-5]。

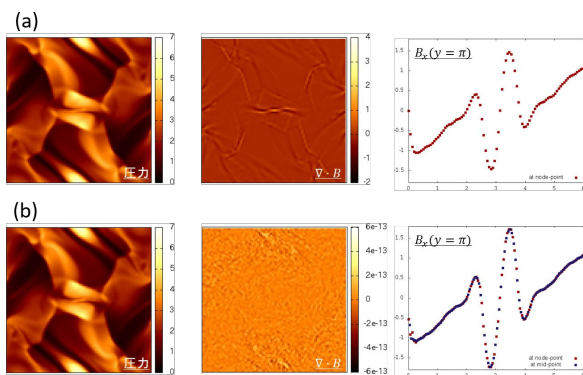


図 1 : Orszag-Tang 渦問題の数値実験結果。  
(a) 双曲型発散除去法, (b) 手法 を適用。

## (2) 二流体方程式に対する高次精度衝撃波捕獲法の開発

二流体方程式は時定数の短い振動型ソース項を有する双曲型釣合則であり、高周波な振動解を持ち得る。これまでに双曲型釣合則における振動型ソース項の取り扱いについては、十分な検討がなされていない。そこで本研究では振動型生成項を有する線形双曲型釣合則を導入し、空間離散化手法として 3 次 WCN 法, 5 次 WCNS 法, 時間積分法として陽的 Runge-Kutta 法, Semi-Implicit 法, Implicit-Explicit 法を組み合わせ、比較研究を行った。その結果、振動解の数値的減衰が空間微分法の精度に依存すること、実用的な時間刻みにおいて陽的 Runge-Kutta 法, および Semi-Implicit 法が数値的に不安定であることを見出した。一方、保存項については、近似リーマン解法などの衝撃波捕獲法が適用可能である。本研究では、高解像かつ高効率な HLLC 法を採用した。また多次元化として、MHD 方程式に対して開発した手法, が二流体方程式に適用可能なことを確認した。ただし、電場に関するガウスの法則が離散系において厳密に満足するためには、格子間中点における電流を連続の式に対する数値流束によって評価する必要がある。そのため、現状では時間積分法として陽的 Runge-Kutta 法を用いており、Implicit-Explicit 法の実装は課題として残されている。

## (3) ガウス則保証型高次精度衝撃波捕獲法の適用モデルの検討

本研究で開発したガウス則保証型高次精度衝撃波捕獲法は他のプラズマ方程式系に対して適用可能であると期待できる。そこで Boris-MHD 方程式 [論文 2], および MHD 緩和方程式 [Miyoshi, Kusano, Inoue (投稿準備中)] に対する基礎解法として近似リーマン解法を構築し、高次精度化, 離散的ガウス則の保証の準備が整った。

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 5 件)

1. T. Minoshima, T. Miyoshi, Y. Matsumoto, A high-order weighted finite difference scheme with a multi-state approximate Riemann solver for divergence-free magnetohydrodynamic simulations, The Astrophysical Journal Supplement, 2019, Accepted (査読あり) <https://arxiv.org/abs/1903.04759>
2. T. Matsumoto, T. Miyoshi, S. Takasao, A new HLLD Riemann solver with Boris correction for reducing Alfvén speed, The Astrophysical Journal, 874, 37, 2019 (査読あり) DOI: 10.3847/1538-4357/ab05cb
3. T. Shibayama, K. Kusano, T. Miyoshi, A. Bhattacharjee, Mechanism of non-steady Petschek-type reconnection with uniform resistivity, Physics of Plasmas, 26, 032903, 2019 (査読あり) DOI: 10.1063/1.5084771
4. T. Minoshima, T. Miyoshi, S. Imada, Boosting magnetic reconnection by viscosity and thermal conduction, Physics of Plasmas, 23, 072122, 2016 (査読あり) DOI: 10.1063/1.4959852
5. T. Shibayama, K. Kusano, T. Miyoshi, T. Nakabou, G. Vekstein, Fast magnetic reconnection supported by sporadic small-scale Petschek-type shocks, Physics of Plasmas, 22, 100706, 2015 (査読あり) DOI: 10.1063/1.4934652

[学会発表] (計 33 件)

1. 三好隆博, 草野完也, 井上諭, 圧力および重力効果を含む彩層・太陽コロナ磁場モデリン

- グ, 日本天文学会 2019 年春季年会, 2019 年 3 月 14 日 - 17 日, 法政大学 (小金井市)
2. 三好隆博, Force-Free 磁場に対する高速磁気リコネクション, プラズマシミュレーションポジウム 2018, 2018 年 9 月 13 日 - 14 日, 核融合科学研究所 (土岐市)
  3. 三好隆博, 草野完也, 井上諭, 磁気静水圧平衡磁場外挿法の開発, STE シミュレーション研究会, 2018 年 9 月 3 日 - 5 日, 成蹊大学 (武蔵野市)
  4. 星野達也, 三好隆博, ゼロベータ MHD モデルにおける抵抗性磁気リコネクション, 応用物理・物理系学会中国四国支部合同学術講演会, 2018 年 8 月 4 日, 広島大学 (東広島市)
  5. T. Miyoshi, K. Kusano, S. Inoue, A Magnetohydrodynamic Relaxation Method for Non-Force-Free Magnetic Fields in Magnetohydrostatic Equilibria, COSPAR2018, 2018 年 7 月 14 日 - 22 日, Pasadena Convention Center (Pasadena, USA)
  6. 三好隆博, 移流方程式に対する LTS-WENO スキーム, 日本地球惑星科学連合 2018 年大会, 2018 年 5 月 20 日 - 24 日, 幕張メッセ (千葉市)
  7. 柴山拓也, 草野完也, 三好隆博, 一樣抵抗磁気流体プラズマにおける Petschek 型リコネクション領域の形成メカニズム, 日本地球惑星科学連合 2018 年大会, 2018 年 5 月 20 日 - 24 日, 幕張メッセ (千葉市)
  8. 簗島敬, 三好隆博, 運動論リコネクションにおける輸送係数の計測, 日本地球惑星科学連合 2018 年大会, 2018 年 5 月 20 日 - 24 日, 幕張メッセ (千葉市)
  9. 柴山拓也, 草野完也, 三好隆博, 三次元リコネクション領域における構造形成, 日本天文学会 2018 年春季年会, 2018 年 3 月 14 日 - 17 日, 千葉大学 (千葉市)
  10. 三好隆博, 草野完也, 井上諭, 太陽大気における磁気静水圧平衡磁場の再構成手法の開発, MHD 理論研究会「MHD シミュレーションのための先進的数値計算法」, 2017 年 12 月 19 日 - 20 日, 核融合科学研究所 (土岐市)
  11. 三好隆博, 草野完也, 井上諭, 鉛直 1 次元温度場中の非フォースフリー太陽大気磁場モデルに対する磁気流体力学的緩和法, 日本天文学会 2017 年秋季年会, 2017 年 9 月 11 日 - 13 日, 北海道大学 (札幌市)
  12. 三好隆博, 磁気静水圧平衡問題に対する新しい磁気流体力学的緩和法の開発, プラズマシミュレーションポジウム 2017, 2017 年 9 月 7 日 - 8 日, 核融合科学研究所 (土岐市)
  13. 三好隆博, 振動型生成項を含む双曲型釣合則に対する数値解法, STE シミュレーション研究会, 2017 年 9 月 6 日 - 8 日, 頂米大学 (神戸市)
  14. 三好隆博, 磁気流体数値解法 (招待講演), 磁気流体プラズマで探る高エネルギー天体現象研究会, 2017 年 8 月 28 日 - 30 日, 海洋研究開発機構 (東京)
  15. 三好隆博, 草野完也, 井上諭, An Investigation of Numerical Techniques in an MHD Relaxation Method for NLFFF Extrapolation, 日本地球惑星科学連合 2017 年大会, 2017 年 5 月 20 日 - 25 日, 幕張メッセ (千葉市)
  16. 簗島敬, 三好隆博, Designing High-order Finite Difference Scheme for Magnetohydrodynamics: Shock Capturing and Divergence-free Conditions, 日本地球惑星科学連合 2017 年大会, 2017 年 5 月 20 日 - 25 日, 幕張メッセ (千葉市)
  17. T. Shibayama, K. Kusano, T. Miyoshi, G. Vekstein, MHD 2D Fast Reconnection Theory Beyond Plasmoid Chain Reconnection, The US-Japan Workshop and School on Magnetic Reconnection (MR2017), 2017 年 3 月 19 日 - 23 日, 愛媛県民文化会館 (松山市)
  18. 三好隆博, 草野完也, 井上諭, 非フォースフリー太陽大気磁場モデルに対する新しい磁気流体力学的緩和法, 日本天文学会 2017 年春季年会, 2017 年 3 月 15 日 - 18 日, 九州大学 (福岡市)
  19. 柴山拓也, 草野完也, 三好隆博, G. Vekstein, 3 次元リコネクション領域におけるプラズモイドの自発的構造形成, 日本天文学会 2017 年春季年会, 2017 年 3 月 15 日 - 18 日, 九州大学 (福岡市)
  20. 柴山拓也, 草野完也, 三好隆博, 中坊孝司, G. Vekstein, プラズモイド高速リコネクションにおける動的ペチェック過程の役割, 日本天文学会 2016 年秋季年会, 2016 年 9 月 14 日 - 16 日, 愛媛大学 (松山市)
  21. 三好隆博, 完全二流体方程式に対する高次精度数値解法の基礎的研究, プラズマシミュレーションポジウム 2016, 2015 年 9 月 7 日 - 8 日, 核融合科学研究所 (土岐市)
  22. T. Miyoshi, T. Minoshima, Y. Matsumoto, Weighted Compact Nonlinear Scheme for Multidimensional Magnetohydrodynamics, 18th International Congress on Plasma Physics (ICPP2016), 2016 年 6 月 27 日 - 7 月 1 日, Kaohsiung Exhibition Center (Kaohsiung, Taiwan)
  23. T. Minoshima, T. Miyoshi, S. Imada, Boosting Magnetic Reconnection by Viscosity and Thermal Conduction, 18th International Congress on Plasma Physics (ICPP2016), 2016 年 6 月 27 日 - 7 月 1 日, Kaohsiung Exhibition Center (Kaohsiung, Taiwan)
  24. 三好隆博, 簗島敬, 松本洋介, 磁気流体力学方程式に対する高次精度重み付きコンパクト差分法, 日本地球惑星科学連合 2016 年大会, 2016 年 5 月 22 日 - 26 日, 幕張メッセ (千葉市)
  25. 柴山拓也, 草野完也, 三好隆博, 中坊孝司, G. Vekstein, Fast Magnetic Reconnection Supported by Sporadic Small-scale Petschek-type Shocks, 日本地球惑星科学連合 2016

- 年大会, 2016年5月22日 - 26日(千葉市)
26. 簗島敬, 三好隆博, 今田晋亮, Impact of Diffusion Processes on Magnetic Reconnection, 日本地球惑星科学連合 2016年大会, 2016年5月22日 - 26日, 幕張メッセ(千葉市)
  27. 三好隆博, 簗島敬, 松本洋介 磁気流体力学方程式に対する高次精度衝撃波捕獲差分スキームの開発, 日本天文学会 2016年春季年会, 2016年3月14日 - 17日, 首都大学東京(八王子市)
  28. 簗島敬, 三好隆博, 双曲型保存則に対する高解像度解法の検討, STE シミュレーション研究会, 2015年9月28日 - 30日, 京都大学(京都市)
  29. 簗島敬, 今田晋亮, 三好隆博, 高粘性プラズマにおける磁気リコネクション, 日本流体力学会年会 2015, 2015年9月26日 - 28日, 東京工業大学(東京)
  30. 三好隆博, MHD 方程式に対する衝撃波捕獲差分法, プラズマシミュレータシンポジウム 2015, 2015年9月3日 - 4日, 核融合科学研究所(土岐市)
  31. 三好隆博, 草野完也, 柴山拓也, プラズマ流中での抵抗性磁気リコネクション, 日本地球惑星科学連合 2015年大会, 2015年5月24日 - 28日, 幕張メッセ(千葉市)
  32. 柴山拓也, 草野完也, 三好隆博, 中坊孝司, G. Vekstein, 動的ペチェック過程による磁気リコネクションの新たな高速化機構, 日本地球惑星科学連合 2015年大会, 2015年5月24日 - 28日, 幕張メッセ(千葉市)
  33. 簗島敬, 今田晋亮, 三好隆博, 高粘性プラズマにおける磁気リコネクション, 日本地球惑星科学連合 2015年大会, 2015年5月24日 - 28日, 幕張メッセ(千葉市)
- [図書](計0件)

[産業財産権]

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

[その他]

特になし

## 6. 研究組織

### (1)研究分担者

なし

### (2)研究協力者

研究協力者氏名: 松本 洋介

ローマ字氏名: (MATSUMOTO, yosuke)

研究協力者: 簗島 敬

ローマ字氏名: (MINOSHIMA, takashi)

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。