

平成 30 年 6 月 4 日現在

機関番号：32682

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K04763

研究課題名(和文)大規模かつ複雑なネットワーク上の資源を高速に割り当てるための分散型不動点劣勾配法

研究課題名(英文) Distributed Fixed Point Subgradient Methods for Solving Large-scale, Complicated Network Resource Allocation Problems

研究代表者

飯塚 秀明 (IIDUKA, HIDEAKI)

明治大学・理工学部・専任准教授

研究者番号：50532280

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：大規模かつ複雑なネットワーク上の資源を割り当てるための問題を、ある非拡大写像の不動点集合上での分散型最適化問題に定式化し、その問題を高速に解くための手法を考案した。提案手法がある仮定の下で問題の解に収束することを証明した。また、提案手法と既存手法との数値比較実験を行い、提案手法の有用性や最適性を示すことができている。

研究成果の概要(英文)：We formulated large-scale, complicated network resource allocation problems as a distributed optimization problem over fixed point sets of nonexpansive mappings and devised acceleration methods for solving the problem. We showed that the methods converge to a solution to the problem under certain assumptions. We numerically compared the proposed methods with the conventional ones. The numerical experiments demonstrated the effectiveness and optimality of the proposed methods.

研究分野：最適化理論

キーワード：ネットワーク資源割り当て 分散最適化 不動点 凸最適化 非拡大写像

1. 研究開始当初の背景

大規模かつ複雑なネットワークを管理する運用者（オペレータ）は、ネットワークの安全性及び高信頼性を実現するために、限られたネットワーク資源を大多数のネットワーク利用者（ユーザ）に公平に割り当てる必要がある。これは、オペレータが、ユーザの満足度関数（資源割り当てに関する公平さを表す指標）の総和の最大解を見つけることと同値である。その一方で、オペレータは、ネットワークの管理及び運用により得られる利潤を最大にする誘因をもつ。

このような2つの状況を勘案した「ネットワーク資源割り当て問題」を解くことの困難さは、ネットワークの大規模性及び複雑性により、オペレータが全ユーザの満足度関数及び制約集合の形状を正しく知ることができないことにあった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、オペレータが全ユーザの満足度関数と制約集合を利用することなく、「ネットワーク資源割り当て問題」を高速に解くことができる分散型最適化アルゴリズムを開発することである。

3. 研究の方法

まず初めに、以下を仮定する。

（仮定 1）各ユーザとオペレータは固有の凹満足度関数をもつ。ただし、これらの関数は必ずしも微分可能ではない。

（仮定 2）各ユーザとオペレータは固有の凸制約集合をもつ。

これらの仮定の下での「ネットワーク資源割り当て問題」は、（仮定 2）にある全制約集合の共通部分集合上で、（仮定 1）にある全満足度関数の総和を最大化する問題として表現することができる。

「ネットワーク資源割り当て問題」を解くための分散型最適化アルゴリズムを提案するために、以下のように研究を進めた。

A) 不動点最適化問題の導出

（仮定 2）にある凸集合は、ある計算可能な非拡大写像と呼ばれる非線形写像の不動点集合として表現することができる。この事実に基づき、「ネットワーク資源割り当て問題」を、不動点集合上での凹最大化問題へ帰着させる。この問題を不動点最適化問題と呼ぶことにする。

B) 不動点最適化アルゴリズムの開発

不動点最適化問題を解くための既存解法（不動点最適化アルゴリズムと呼ぶ）は、満足度関数の微分可能性を要求しており、（仮定 1）の条件下であっても適用可能な最適化手法の開発が待たれていた。本研究では、満足度関数の劣微分や近接写像を用いた不動点最適化アルゴリズムを提案する。劣微分や近接写像は微分不可能な凹関数に対して定義可

能であることは、凸解析の事実として知られている。また、提案アルゴリズムがある仮定の下で不動点最適化問題の解に収束することを証明する。

C) 数値実験による性能評価

具体的なネットワーク資源割り当て問題等に提案アルゴリズムを適用し、提案手法の有用性を数値実験によって示す。

4. 研究成果

（仮定 1）及び（仮定 2）の条件下では、全ユーザとオペレータの満足度関数と制約集合の情報を同時に利用することができない。そこで、本研究では、（仮定 1）及び（仮定 2）の条件下でも適用可能な「増分型最適化手法」と「並列型最適化手法」と呼ばれる分散型最適化手法に基づいた最適化アルゴリズムの提案を行った。

「増分型最適化手法」とは、以下のように構成される手法である。(i) あるユーザは、（計算可能な非拡大写像を用いて）自身の制約条件を満たすように、（満足度関数の劣微分や近接写像を用いて）自身の満足度関数を最大化する点を計算する。(ii) その点を隣接ユーザに送信する。送信された点を出発点として、隣接ユーザは、自身の制約条件を満たすように自身の満足度関数を最大化する点を計算する。この点を他の隣接ユーザに送信し、上記の(ii)を循環して行う。

一方で、「並列型最適化手法」とは、以下のように構成される手法である。(i) 各ユーザとオペレータは事前に与えられた共通の出発点と各自の制約集合及び満足度関数を用いて最大点を計算する。(ii) 計算した点を全ユーザとオペレータに送信し、各々は得られた点の平均を計算する。この平均点を出発点として、上記(i), (ii)を繰り返し行う。

以下に、本研究で得られた成果を纏める。

イ) 増分型不動点最適化アルゴリズム

(ア) 増分型不動点劣勾配アルゴリズム
(下記 5. ④, ⑦, ⑧)

(イ) 増分型不動点近接点アルゴリズム
(下記 5. ⑩)

ロ) 並列型不動点最適化アルゴリズム

(ア) 並列型不動点劣勾配アルゴリズム
(下記 5. ⑦, ⑬, ⑭, ⑮)

(イ) 並列型不動点近接点アルゴリズム
(現在、投稿中)

既存の分散型最適化アルゴリズムは、形状が単純な満足度関数と制約集合からなる限定的な「ネットワーク資源割り当て問題」にのみ適用可能であり、ネットワーク資源割り当て問題の完全解決には至っていない。本研究で得られた研究成果は、既存アルゴリズムでは解決できなかったより実践的なネットワーク資源割り当て問題を扱えることができる（具体的なネットワーク資源割り当て等への応用については、下記 5. ④, ⑫, ⑯を

ご参照下さい)。本研究の独創的な点は、研究代表者が提唱してきた分散型平滑最適化における不動点最適化アルゴリズム(若手研究(B)[課題番号: 21760062, 23760077])を発展させ、一般の分散型非平滑最適化問題にまで適用できたことにある。

増分型不動点劣勾配アルゴリズム(下記5. ⑦)、増分型不動点近接点アルゴリズム(下記5. ⑩)、並列型不動点劣勾配アルゴリズム(下記5. ⑦)については、非平滑凸最適化や不動点理論を用いたネットワーク資源割り当てに関する画期的な新解法として位置づけられる。実際、本研究の主な成果は、数理計画分野のトップジャーナル *Mathematical Programming* (Springer), *オペレーションズ・リサーチ* 分野のトップジャーナル *European Journal of Operational Research* (Elsevier) に掲載されている(詳細については、下記5. ⑦, ⑩をご参照下さい)。

増分型最適化手法は、上記の通り、事前に決まったユーザ順で循環して点列を構成している。しかしながら、本研究を進める中で、より実践的なネットワーク資源割り当てを解決するには、ランダムにユーザが選ばれるような確率的最適化問題の解決が必要であると考えた。そのため、確率的最適化問題を解くための手法を幾つか提案した(詳細については、下記5. ①, ③, ⑤, ⑥をご参照下さい)。これらの成果は、2018年度から開始予定の基盤研究(C)[課題番号: 18K11184]の遂行のためのアイデアとして利用する。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 16 件)

- ① Hideaki Iiduka, Two stochastic optimization algorithms for convex optimization with fixed point constraints, *Optimization Methods and Software*, 査読有, 2018, 印刷中, DOI: 10.1080/10556788.2018.1425860
- ② 飯塚 秀明, 不動点制約付き非平滑凸最適化, *オペレーションズ・リサーチ 経営の科学 特集 第29回RAMPシンポジウム*, 査読無, 63, 2018, 153~159, URL:http://www.orsj.or.jp/archive2/or63-3/or63_3_153.pdf
- ③ Keigo Fujiwara, Kazuhiro Hishinuma, Hideaki Iiduka, Evaluation of stochastic approximation algorithm and variants for learning support vector machines, *Linear and Nonlinear Analysis*, 査読有, 4, 2018, 29~61, URL:<http://www.ybook.co.jp/online-p/LNA/Open/vol4/lnav4n1p29-0a/FLASH/index.html>
- ④ Yoichi Hayashi, Hideaki Iiduka, Optimality and convergence for convex ensemble learning with sparsity and diversity based on fixed point optimization, *Neurocomputing*, 査読有, 273, 2018, 367~372, DOI: 10.1016/j.neucom.2017.07.046
- ⑤ Yuta Sekine, Hideaki Iiduka, Convergence rate analysis of projected stochastic subgradient method using conjugate gradient-like directions, *Linear and Nonlinear Analysis*, 査読有, 3, 2017, 203~211, URL:<http://www.ybook.co.jp/online-p/LNA/Open/1/lnav3n2p203-0a/FLASH/index.html>
- ⑥ Hideaki Iiduka, Almost sure convergence of random projected proximal and subgradient algorithms for distributed nonsmooth convex optimization, *Optimization*, 査読有, 66, 2017, 35~59, DOI:10.1080/02331934.2016.1252914
- ⑦ Hideaki Iiduka, Convergence analysis of iterative methods for nonsmooth convex optimization over fixed point sets of quasi-nonexpansive mappings, *Mathematical Programming*, 査読有, 159, 2016, 509~538, DOI:10.1007/s10107-015-0967-1
- ⑧ Hideaki Iiduka, Incremental subgradient method for nonsmooth convex optimization with fixed point constraints, *Optimization Methods and Software*, 査読有, 31, 2016, 931~951, DOI:10.1080/10556788.2016.1175002
- ⑨ Hideaki Iiduka, Line search fixed point algorithms based on nonlinear conjugate gradient directions: Application to constrained smooth convex optimization, *Fixed Point Theory and Applications*, 査読有, 2016, 2016, 77, DOI:10.1186/s13663-016-0567-7
- ⑩ Hideaki Iiduka, Proximal point algorithms for nonsmooth convex optimization with fixed point constraints, *European Journal of Operational Research*, 査読有, 253, 2016, 503~513, DOI:10.1016/j.ejor.2016.02.057
- ⑪ Hideaki Iiduka, Optimization for inconsistent split feasibility problems, *Numerical Functional Analysis and Optimization*, 査読有, 37, 2016, 186~205, DOI:10.1080/01630563.2015.1080270
- ⑫ Hideaki Iiduka, Distributed convex optimization algorithms and their applications to distributed control

in peer-to-peer data storage system, Journal of Nonlinear and Convex Analysis, 査読有, 16, 2015, 2159~2179, URL:<http://www.ybook.co.jp/online-p/JNCA/Open/16/jncav16n11p2159-0a/FLASH/index.html>

- ⑬ Hideaki Iiduka, Parallel optimization algorithms for smooth convex optimization over fixed point sets of quasi-nonexpansive mappings, Journal of the Operations Research Society of Japan, 査読有, 58, 2015, 330~352, URL:http://www.orsj.or.jp/archive/pdf/e_mag/Vol.58_04_330.pdf
- ⑭ Kazuhiro Hishinuma, Hideaki Iiduka, Parallel subgradient method for nonsmooth convex optimization with a simple constraint, Linear and Nonlinear Analysis, 査読有, 1, 2015, 67~77, URL:<http://www.ybook.co.jp/online-p/LNA/Open/1/lnaln1p67-0a/FLASH/index.html>
- ⑮ Hideaki Iiduka, Parallel computing subgradient method for nonsmooth convex optimization over the intersection of fixed point sets of nonexpansive mappings, Fixed Point Theory and Applications, 査読有, 2015, 2015, 72, DOI:10.1186/s13663-015-0319-0
- ⑯ Hideaki Iiduka, Convex optimization over fixed point sets of quasi-nonexpansive and nonexpansive mappings in utility-based bandwidth allocation problems with operational constraints, Journal of Computational and Applied Mathematics, 査読有, 282, 2015, 225~236, DOI:10.1016/j.cam.2014.12.048

[学会発表] (計1件)

- ① 飯塚 秀明, 不動点制約付き非平滑凸最適化とその応用, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 数理計画研究部会 第29回 RAMP シンポジウム (招待講演), 2018

[その他]

ホームページ等

<http://www.mo.cs.meiji.ac.jp/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

飯塚 秀明 (IIDUKA, Hideaki)
明治大学・理工学部・准教授
研究者番号: 50532280

(2) 研究協力者

菱沼 和弘 (HISHINUMA, Kazuhiro)