

令和元年6月13日現在

機関番号：15501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K04821

研究課題名(和文) lifting加群の直和分解に関する研究とその応用

研究課題名(英文) Research on direct sum decompositions of lifting modules and its application

研究代表者

倉富 要輔 (Kuratomi, Yosuke)

山口大学・大学院創成科学研究科・准教授

研究者番号：60370045

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、「すべてのlifting加群は直既約分解をもつか？」というlifting加群の直和分解に関する未解決問題について、否定的立場から研究を行った。

主な研究成果は、「内部の有限exchange性をみたくlifting加群は直既約分解をもち、特にアルティン環上のlifting加群はfull exchange propertyをみたく」、「ある種のlifting加群は準射影加群とdual square free加群の直和で表わされる」を示したこと、「完全環上のdual square free加群の構造」を明らかにしたことである。

研究成果の学術的意義や社会的意義

環論における加群論の研究は、環の構造が特定の加群にどのように影響するか、逆に、特定の加群の研究で得た知見を環の構造研究にどのように応用するかが重要な視点である。この観点から、様々な環の特徴づけを与えているlifting加群の研究は重要である。本研究はlifting加群に関する基本的な問題に取り組んでおり、広範な応用が期待される。

本研究ではある種のlifting加群の直和因子に注目しd-square free加群なるものを導入し、「完全環を右加群とみてその移入包絡がd-square freeならば、その環は右自己移入である」ことを示した。この結果は環の自己移入性の研究への応用も期待できる。

研究成果の概要(英文)：In the study of modules in Ring Theory, the following are important viewpoints: (1) How the properties of important ring affect particular modules? Conversely, (2) How do the knowledge obtained from the study of particular modules apply to the study of ring structure?

In this sense, the study of lifting modules is useful and this is expected to have a very wide range of applications in ring theory.

In this research, we studied the fundamental problem "Does any lifting module have an indecomposable decomposition?"

Our research results are the following: "For any lifting module, if it satisfies the finite internal exchange property, then it has an indecomposable decomposition. Moreover, any lifting module over a right artinian ring has the exchange property", "Any lifting module with the condition D_3 is a direct sum of quasi-projective and d-square free module". In addition, we researched the structure of d-square modules over right perfect rings.

研究分野：Ring and Module Theory

キーワード：lifting加群 直和分解 直既約分解 exchange性 半完全環

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

環論における加群論の研究は、環の性質が特定の加群にどのように影響するか、逆に、特定の加群で得た知見を環の研究に応用することが重要な視点となっている。そういった意味で、様々な環の特徴づけを与えている extending 加群, lifting 加群の研究は重要であり、これらの加群の研究は広範な応用が期待できるため、1960 年頃から間断なく研究されている。しかし、次の lifting 加群に関する基本的な問題が未解決のまま残されている。

問題 A 「すべての lifting 加群は直既約分解をもつか？」,

この問題は否定的であろうと予想しており、本研究ではそのような立場からこの問題に取り組む。

2. 研究の目的

本研究では、「1. 研究開始当初の背景」における問題 A は否定的であるという予想の下でこの問題を解決し、すべての lifting 加群が直既約分解をもつ、という状況が半完全環、フォンノイマン正則環およびそれらを含む exchange 環にどのように影響するかを調査し、そこで得た知見を環の構造研究に応用することを目的としている。

3. 研究の方法

本研究では、まず様々な重要な環に対して、それぞれの環の性質が lifting 加群にどのように影響するかを考察し、問題 A の否定的解決を試みる。また、直既約 lifting 加群の直和の研究を通して直既約分解をもつ lifting 加群の特徴づけを与えることで、この問題が否定的に解決できないかを検証するなど、多方面から研究を遂行する。もし問題 A が否定的に解決された場合、すべての lifting 加群が直既約分解を持つという状況が半完全環やフォンノイマン正則環にどのように影響するかを調査する。

4. 研究成果

本研究で得た研究成果は以下の通りである。

- (1) 研究代表者は、問題 A は他の lifting 加群の直和分解に関する未解決問題「lifting 加群は FIEP をみたすか？」と何かしらの関係があると考え、2016 年に Communications in Algebra に掲載された論文“H-supplemented modules and generalizations of quasi-discrete modules”の中で、「FIEP を満たす lifting 加群は直既約分解を持つ」という興味深い結果を発表した。
- (2) 直既約 extending 加群の無限直和がいつ extending 加群の一般化である Goldie-extending 加群で FIEP をみたすものになるかを考察し、その特徴づけを与えた。この研究成果は 2016 年に Vietnam J. Math. に掲載された論文“On Goldie-extending modules with finite internal exchange property”の中で報告している。
- (3) Goldie-extending で C2 条件をみたす加群の有限直和がまた Goldie-extending で C2 条件を満たすための必要十分条件は、ある種の相互移入性であることを示した。また、その双対である H-supplemented 加群で D2 をみたすものの有限直和が H-supplemented で D2 を満たすものになるための必要十分条件を与えた。これらは、2016 年に Comm. Algebra に掲載された 2 つの論文“On Goldie-extending modules with condition (C2)”, “On direct projective H-supplemented modules”の中で報告している。
- (4) 加群 M の剰余加群が決して零でない加群 N の平方 N^2 と同型にならないとき M は dual square free であるという。D3 をみたす lifting 加群は準射影加群と dual square free 加群の直和で表わされることを見出し、関連する成果と共に、“On H-supplemented modules over a right perfect ring”という 2018 年に Comm. Algebra に掲載された論文の中で報告している。
- (5) (4)によりある種の lifting 加群が準射影加群と dual square free 加群の直和に分解されることが明らかになった。ただし、d-square free 加群は本研究で square free 加群の双対として導入した加群である。square free 加群は(内部の) exchange 性や C3 条件といった加群の直和分解に関する性質と深い関係があり、その双対として導入した dual square free 加群の構造説明は本研究において有効であると考え、この加群の構造を調査することになった。ここで得た知見により、本研究の 1 つの目的である FIEP を満たさない H-supplemented 加群が存在することが判明した。また、dual square free 加群の研究の副産物として、「右完全環を右加群とみたときに、その移入包絡が dual square free であればその環は右自己移入的である」という興味深い結果を得ることが出来た。この結果は環の自己移入性の研究に応用できると期待している。なお、これらの結果は、2018 年に Comm. Algebra で掲載された“On dual of square free modules”という論文の中で報告している。
- (6) 2018 年度は、半完全環上の射影被覆が lifting 加群であるような加群 M において、M が擬射影加群であることと双対自己同型不変であることが同値であることを示し、

Siberian Mathematical Journal に受理された論文 “Decompositions of dual automorphism invariant modules over semiperfect rings” の中でその研究成果を報告している。また、そこで得た知見を応用し、加群の比較移入性や比較射影性が、移入包絡間の核が直和因子であるような準同型で不変であるような加群、射影被覆間の像が直和因子であるような準同型で双対不変であるような加群で特徴づけられることを示した。この研究成果は、最近 Turkish Journal of Mathematics に受理された論文 “On image summand coinvariant modules and kernel summand invariant modules” の中で報告している。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 8 件)

Yosuke Kuratomi, *Decompositions of dual automorphism invariant modules over semiperfect rings*, Siberian Mathematical Journal, 査読有 (掲載決定済)。

Derya Keskin Tütüncü, Yosuke Kuratomi, Yoshiharu Shibata, *On image summand coinvariant modules and kernel summand invariant modules*, Turkish Journal of Mathematics, 査読有 (掲載決定済)。

Derya Keskin Tütüncü, Isao Kikumasa, Yosuke Kuratomi, Yoshiharu Shibata, *On dual of square free modules*, Communications in Algebra, vol.46(8) (2018), 3365-3376, 査読有。

DOI: 10.1080/00927872.2017.1412449

Isao Kikumasa, Yosuke Kuratomi, *On H-supplemented modules over a right perfect ring*, Communications in Algebra, vol.46(5) (2018), 2063-2072, 査読有。

DOI: 10.1080/00927872.2017.1372451

Hideo Kamimura, Isao Kikumasa, Yosuke Kuratomi, *On direct projective H-supplemented modules*, Communications in Algebra, vol.44 (2016), 5299-5308, 査読有。

DOI: 10.1080/00927872.2016.1172598

Isao Kikumasa, Yosuke Kuratomi, *On Goldie extending modules with condition (C2)*, Communications in Algebra, vol.44 (2016), 4041-4046, 査読有。

DOI: 10.1080/00927872.2015.1087536

Yosuke Kuratomi, *On Goldie-extending modules with finite internal exchange property*, Vietnam J. Math., vol.44 (2016) (2), 315-328, 査読有。

DOI 10.1007/s10013-015-0155-x

Yosuke Kuratomi, *H-supplemented modules and generalizations of quasi-discrete modules*, Communications in Algebra, vol.44 (2016), 2747-2759, 査読有。

DOI: 10.1080/00927872.2015.1065839

〔学会発表〕(計 3 件)

菊政 勲, 倉富 要輔, 柴田 義大, d-square free 加群で特徴づけられる環について, 平成 30 年度日本数学会 中国・四国支部例会 (香川大学), 2019 年 1 月 27 日

上村 英男, 菊政 勲, 倉富 要輔, On direct projective H-supplemented modules, 日本数学会 2016 年度年会 (筑波大学), 2016 年 3 月 19 日

上村 英男, 菊政 勲, 倉富 要輔, Direct sums of direct projective H-supplemented modules, 平成 27 年度日本数学会 中国・四国支部例会 (広島大学), 2016 年 1 月 24 日

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年:

国内外の別:

取得状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

<http://kyouin02.atm-y.jimu.yamaguchi-u.ac.jp/search/IST?ISTActId=FINDJPDetail&ISTKidoKbn=&ISTErrorChkKbn=&ISTFormSetKbn=&ISTTokenChkKbn=&userId=100001465>

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：馬場 良始

ローマ字氏名：Baba Yoshitomo

所属研究機関名：大阪教育大学

部局名：教育学部

職名：教授

研究者番号（8桁）：10201724

(2) 研究分担者

研究分担者氏名：小池 寿俊

ローマ字氏名：Koike Kazutoshi

所属研究機関名：沖縄工業高等専門学校

部局名：総合科学科

職名：教授

研究者番号（8桁）：20225337

(3) 研究分担者

研究分担者氏名：菊政 勲

ローマ字氏名：Kikumasa Isao

所属研究機関名：山口大学

部局名：創成科学研究科

職名：教授

研究者番号（8桁）：70234200

(4) 研究分担者

研究分担者氏名：大城 紀代市

ローマ字氏名：Oshiro Kyoichi

所属研究機関名：山口大学

部局名：その他部局等

職名：名誉教授

研究者番号（8桁）：90034727

(5) 研究協力者

研究協力者氏名：Derya Keskin Tütüncü

ローマ字氏名：Derya Keskin Tutuncu

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。