

平成 31 年 5 月 5 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K04917

研究課題名(和文) 複素解析写像・Vojta予想と不変量の研究

研究課題名(英文) Study of complex analytic maps, Vojta's conjecture and invariants

研究代表者

野口 潤次郎 (Noguchi, Junjiro)

東京大学・大学院数理科学研究科・名誉教授

研究者番号：20033920

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：(1)値分布理論とVojta予想の研究において、M. Raynaudの定理(1983)の別証明として、準アーベル多様体に対するPicardの大定理(本代表者 1981)と「極小順序構造」を用いる方法により証明した。これは、両者の間の証明レベルでの直接的な関係を初めて示したものと興味深い。(2)分岐被覆領域のレビ(ハルトークスの逆)問題の成立する十分条件を初めて与え、Behnke-Steinの定理(開リーマン面のスタイン性)の新証明を得た。岡の接続定理の証明にアルゴリズム的な改良を与え、弱接続定理を得、岡が解決した3大問題に限れば収束巾級数とコーシー積分表示のみによる初等的証明法を与えた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

多変数複素解析学における値分布理論と代数多様体上の有理点分布の理論は、これまで命題文レベルでのアナロジーとして研究されてきた。今回、成果としてそれ等両者の間に証明レベルでの直接的な関係を見出した。間を取りもたつたのがロジックのモデル理論である「極小順序構造・集合」の理論であることが、興味深い。

多変数複素解析学においてレビ(ハルトークスの逆)問題は基本的である。不分岐領域の場合は岡により解決され、分岐の場合は反例があることが知られているが、ここでは初めて成立の為の十分条件が与えられた。弱接続定理を定式化することにより、岡による三大問題の解決に限ればごく初等的な証明が可能であることを示した。

研究成果の概要(英文)：(1) In the study of the value distribution theory and Vojta Conjecture, I gave another proof of M. Raynaud's Theorem (1983) by making use of Big Picard's Theorem for semi-abelian varieties by the author (1981) combined with 'o-minimal structure'. This provides a first instance of a direct relation at proof level between them, whereas the analogies at statement level have been discussed a lot.

(2) Some sufficient condition for the Levi (Hartogs' Inverse) Problem to hold was firstly given, and as well another proof of Behnke-Stein's Theorem (the Steinness of open Riemann surfaces) was given. I improved the algorithmical structure of the proof of Oka's Coherence Theorem, and then obtained a 'Weak Coherence Theorem': It makes possible to provide a complete self-contained treatment of the solutions of the Three Big Problems (Behnke-Thullen, 1934) due to K. Oka (1936-1953) in a very elementary way only with convergent power series and Cousin's integral (half of Cauchy's integral).

研究分野：多変数複素解析学，多変数値分布理論，ディオファントス近似論

キーワード：解析学 関数論 多変数複素解析学 値分布理論 Vjota予想

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

高次元値分布理論については、1990年に出版された Noguchi-Ochiai (MMONO 90, アメリカ数学会)以来の進展をまとめた Noguchi-Winkelmann (GL350, Springer)を2014年に出版し、その後の研究課題が明確化された時期に当たる。重要なテーマとして、一般型代数多葉体内の整正則曲線の退化に関する Green-Griffiths-Lang 予想と代数点分布に関する Vojta 予想がある。本研究代表者等は、幾何学的不変量の観点から最良の結果を得ている。両者の関係の更なる深化と進展が期待されていた。

本理論の基礎を与える多変数複素解析学の基本部分についての新しい展開が本研究代表者によって進みつつあった。幾つかの新証明をあたえる論文を発表し、2013年に出版した著書(多変数解析関数論 朝倉書店)の英語訳を進めつつ、更なる改良・新しい進展を研究しつつあった。その過程で、岡の残した問題である分岐被覆領域のレビ(ハルトークスの逆)問題の新しい展開が出つつあった。

### 2. 研究の目的

基盤研究(B)「解析写像の値分布理論・ディオファントス近似と解析的サイクルの交点理論の研究」課題番号 23340029 (平成23年度~26年度)で遂行された研究を更に発展させる。複素解析写像の値分布理論では、一般型複素多様体  $X$  内の整正則曲線の代数退化を予想する Green-Griffiths 予想が大きな未解決問題である。小林予想もこれに含まれる。種々の部分的な興味深い解決が得られているが、一般次元で不変量のみによる解決としては、不正則指数を用いた Noguchi, Winkelmann, Yamanoi, Lu 等による研究結果(2013)が最良である。この問題は有理点の分布についての Vojta 予想と関係する。複素解析写像は、像空間の上の解析的サイクルを与える場合にその解析的・幾何学的不変量と関係するに興味深い問題があり、これらの研究を進展させる。

### 3. 研究の方法

これまでの科学研究費基盤(B)で行ってきた研究を更に発展させるとともに、当該研究課題の分野における基本定理の証明を見直し、無駄を省いた別証明の可能性を研究する。より基本に戻り新しい展開の糸口を探る。そこから現下の問題の解決に繋がる新しい展開を計る。その際、専門家との研究討論が本質的に重要になる。値分布理論では山ノ井氏と連携、千葉氏と協力し、複素幾何学では辻・高山両氏、ディオファントス近似論では平田・河野氏、擬凸領域・多様体については大沢・濱野氏等と連携し研究の深化・発展を計る。海外では、P. Corvaja, J. Winkelmann 氏等と引き続き協力する。内外の研究集会に参加し、研究成果の発信を積極的にすると共に研究情報の収集を行う。日常的には、電子メールを活用する。研究成果の一般社会への発信には、Webを活用し、一般雑誌への記事発表、書籍の発刊などを行う。

### 4. 研究成果

(1)本研究課題開始初期に小林双曲性を中心とした研究状況を議事録として出版した(以下の図書[3])。その後の研究により、値分布理論と Vojta 予想の研究に於いて興味深い知見を見出した。M. Raynaud は Manin-Mumford 予想に答える形で代数体上に定義されたアーベル多様体の部分空間が含むねじれ点集合が有限個のアーベル部分多様体の平行移動の和となることを示した(1983)。この定理の別証明は、爾来色々与えられてきたが、本研究代表者が得ていた準アーベル多様体に対する Picard の大定理(1981)を用いると簡明に主張が準アーベル多様体に対して証明できることが判明した(下記論文[4]、以下同)。これまでは、値分布理論と Diophantus 幾何学の関係は命題文レベルでのアナロジーで語られるに留まっていた(例えば、論文[7])。今回の知見は、両者の間の証明レベルでの直接的な関係を初めて認識したもので、その意味で研究が一步深化したといえる。その間を取り持ったのが、ロジック於けるモデル理論である「極小順序構造論」であることは、当該研究課題開始時には認識していなかったもので、この新しい知見は興味深い成果である。この超越的な方法の新しい応用として準アーベル概形の正則切断の算術的な性質を新しく出てきた研究課題として P. Corvaja, U. Zannier と共に現在研究中である。

(2)多変数複素解析の基礎の研究では、最も基本である接続定理の証明の吟味から始め、関係層の生成系に次数構造のあることを見出し、アルゴリズム的な改良を与えた(論文[1])。証明の歴史的な経緯をしらべることににより、あたらしい事実の発見や残されていた問題の再発見が行われた(論文[2],[6])。その最大の問題である分岐被覆領域のレビ(ハルトークスの逆)問題について成立する十分条件を初めて与え、古典的な Behnke-Stein の定理(開リーマン面のスタイン性)の新証明を得ることができた(論文[5])。また、Cartan-Serre の定理や Grauert の定理に於ける接続層のコホモロジーの有限次元性の証明で使われる L. Schwartz の有限次元性定理の証明の簡易化が技術的ではあるが条件の改良を伴って得られた。これらの成果は著書(以下の図書[1])として成果が出版された。この過程で、岡が解決した3大問題に限れば一般接続層のコホモロジー理論や  $L^2$ -d-bar 理論を用いる事なく、単に収束巾級数とクザン積分(コーシー積分の半分)だけで初等的に自足的な証明が与えられることが分かった(論文[1])。ここまで、この理論の扱いが初等化されることは研究課題開始時には考えていなかったことで、複素解析学の基

礎に資する成果である．今後は，これを更に整備したい．

(3)その他．本研究課題で得られた知見をもとに，より広い読者層を念頭に論文[3]，図書[2]を出版し，本研究課題の一般社会への情報発信を行った．多くの国際会議に参加・講演を行い本研究の成果の国際発信に努めた(以下の学会発表を参照)．

#### 5．主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 7 件)

- [1] Noguchi, Junjiro, A weak coherence theorem and remarks to the Oka theory, to appear in Kodai Math. J., 2019, 査読有り．
- [2] Noguchi, Junjiro, A brief chronicle of the Levi (Hartogs' Inverse) Problem, Coherence and an open problem, to appear in Notices Intern. Cong. Chinese Math., Intern. Press, 2019, 査読有り．
- [3] 野口潤次郎, 数学と言語表現について, 数学教育学会誌, 2017, Vol. 58 No.3-4, 75-85, 査読有り．
- [4] Noguchi, Junjiro, An application of the value distribution theory for semi-abelian varieties to problems of Ax-Lindemann and Manin-Mumford types, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Lincei Mat. Appl. 29, 2018, 401-411: DOI 10.4171/RLM/813, 査読有り．
- [5] Noguchi, Junjiro, Inverse of Abelian integrals and ramified Riemann domains, Math. Ann. 367 No. 1, 2017, 229-249: DOI 10.1007/s00208-016-1384-3, 査読有り．
- [6] Noguchi, Junjiro, A remark to a division algorithm in the proof of Oka's First Coherence Theorem, Internat. J. Math. 26 No. 4, 2015, pp. 8: DOI 10.1142/S0129167X15400054, 査読有り．
- [7] Noguchi, Junjiro, Kobayashi hyperbolicity and Lang's conjecture, Geometry and Analysis on Manifolds, In Memory of Prof. Shoshichi Kobayashi, Eds. T. Ochiai et al., Progr. Math. Vol. 308, pp. 143-151, Birkhauser, Springer International Publ., 2015: DOI 10.1007/978-3-319-11523-8\_5, 査読有り．

〔学会発表〕(計 31 件)

- [1] Junjiro Noguchi, A new introductory lectures of S.C.V.-Oka theory, Workshop on Holomorphic Maps, Pluripotentials and Complex Geometry, 2019年3月26日．
- [2] Junjiro Noguchi, A big Picard theorem for semi-abelian varieties and torsion points, Geometric Analysis in honor of Bernie Shiffman (Johns Hopkins University), 2019年3月1日．Baltimore (U.S.A.).
- [3] Junjiro Noguchi, A big Picard theorem and the Manin-Mumford conjecture, 2018 Winter Meeting of Canadian Mathematical Society (Vancouver), 2018年12月8日, 2018．
- [4] 野口潤次郎, 高次元 Picard の大定理, Manin-Mumford 予想と関連する話題, 多変数冬セミナー(大阪市立大学), 2018年12月22日, 大阪市．
- [5] Junjiro Noguchi, On some arithmetic problems on torsion points and Kobayashi hyperbolic projective hypersurfaces, Seminar of the value distribution theory (Tokyo), 2018年7月18日, 東京．
- [6] 野口潤次郎, Picard の大定理と Manin-Mumford 予想 (Raynaud の定理), 東大数理複素解析幾何セミナー, 2018年6月4日, 東京．
- [7] 野口潤次郎, Big Picard Theorem and the Manin-Mumford Conjecture, 東京大学駒場キャンパス 日本数学会春季年会代数学分科会, 2018年3月21日, 東京.
- [8] 野口潤次郎, Picard の定理の Manin-Mumford 予想への応用, 東北複素解析セミナー(東北大学), 2017年12月13日, 仙台市.
- [9] Junjiro Noguchi, On a weak coherence theorem and the foundational part of several complex variables, 23rd Symposium on Complex Geometry at Kanazawa, 2017, Nov., 9, Kanazawa.
- [10] 野口潤次郎, A Remark on Oka's Coherence without Weierstrass' Preparation Theorem and the Oka Theory, 山形大学日本数学会秋季総合分科会函数論分科会, 2017年9月12日, 山形市.
- [11] Junjiro Noguchi, On a weak coherence theorem and Levi problem (Oka VI, IX), University of Rome, Tor Vergata, 2017 July 4, Rome (Italy).
- [12] Junjiro Noguchi, Some simplifications of the proofs of Oka-Cartan theory and a weak coherence theorem, University of Firenze, 2017 June 28, Firenze (Italy).
- [13] Junjiro Noguchi, Nevanlinna Theory and Diophantine Approximation I-IV, University of Udine, 2017 June 19, 20-23, Udine (Italy).
- [14] 野口潤次郎, 弱連接定理と Levi 問題について, 大阪市立大学大学院理学研究科数学専攻談話会, 2017年5月24日, 大阪市.
- [15] 野口潤次郎, A unified proof of Cousin I/II and  $\bar{d}$ -equation on domains of holomorphy, 複素解析幾何セミナー, 東大数理, 2017年1月23日, 東京．

- [16] 野口潤次郎, 多変数関数論基礎の証明簡単化について, 多変数関数論冬セミナー, 2016年12月16日, 福岡市.
- [17] 野口潤次郎, 分岐領域のレピ問題と関連する話題, 日本数学会函数論分科会シンポジウム, 2016年10月9日, 静岡市.
- [18] Junjiro Noguchi, A simple proof of Cartan's Lemma, Hayama Symposium on Complex Analysis in Several Variables XIII, 湘南国際村センター, 2016年7月17日, 神奈川県葉山町.
- [19] Junjiro Noguchi, Some remarks to S.M.T. related to semi-abelian varieties, Current Trends in Diophantine Geometry and Transcendence, 2016年5月26日, 台北(台湾).
- [20] 野口潤次郎, 岡潔博士の数学研究と日本文化, 平成27年度 名誉市民『岡潔』顕彰講演会, 橋本市岡潔数学 WAVE, 橋本市教育委員会, 2016年1月30日, 橋本市.
- [21] Junjiro Noguchi, On the inverse of abelian integrals and Levi problem for ramified Riemann domains, Geometry Seminar, 中華中央科学院数学研究所, 2015年12月14日, 台北(台湾).
- [22] Junjiro Noguchi, Value distribution and integral points over semi-abelian varieties, Seminar on Number Theory, 国立台湾大学, 2015年12月11日, 台北(台湾).
- [23] Junjiro Noguchi, On the Levi problem for ramified Riemann domains, The 21th Symposium on Complex Geometry, Kanazawa, 2015年10月30日, 金沢市.
- [24] 野口潤次郎, 逆アーベル積分の収束半径と分岐リーマン領域のレピ問題, 日本数学会秋季総合分科会函数論分科会; 京都産業大学, 2015年9月15日, 京都市.
- [25] 野口潤次郎, リーマン面の基礎, リーマン面に関連する位相幾何学研究集会, 東大数理, 2015年8月24日, 東京.
- [26] Junjiro Noguchi, Distribution of entire curves and integral points in open algebraic varieties, Journ'ees Arithmetiques, 2015年7月6日, Debrecen (Hungary).
- [27] Junjiro Noguchi, On Levi problem for ramified Riemann domains over  $C^n$ , Complex Algebraic Geometry and Complex Analysis Seminar, Ruhr University Bochum, 2015年6月26日, Bochum (Germany).
- [28] Junjiro Noguchi, An easy course in several complex variables via Oka's  $J^{\text{oku-ik}}^{\text{o}}$ , Complex Algebraic Geometry and Complex Analysis Seminar, Ruhr University Bochum, 2015年6月19日, Bochum (Germany).
- [29] Junjiro Noguchi, On Oka's Coherence Theorems (Oka VII&VIII) and Levi problem (historical survey), Complex Algebraic Geometry and Complex Analysis Seminar, Ruhr University Bochum, 2015年6月12日, Bochum (Germany).
- [30] Junjiro Noguchi, On Oka's Coherence Theorems, Oka VII, VIII, some improvements and related results, International Conference on Complex Geometry and Several Complex Variables 華東師範大, 2015年5月11日, Shanghai (China).
- [31] 野口潤次郎, A scalar associated with the inverse of some Abelian integrals on open Riemann surfaces and a ramified Riemann domain, 名古屋大学大学院多元数理科学研究科解析幾何セミナー, 2015年4月24日, 名古屋市.

〔図書〕(計 3 件)

- [1] Noguchi, Junjiro, Analytic Function Theory of Several Variables---Elements of Oka's Coherence, Springer Sci.+Bus. Media Singapore, 2016, pp.405: ISBN 978-981-10-0289-2.
- [2] 野口潤次郎, 複素数入門, 共立出版社, 2016, pp.160. ISBN 978-4320111776.
- [3] Ochiai, T., Mabuchi, T., Maeda, Y., Noguchi, J., and Weinstein, A. (Eds.), Geometry and Analysis on Manifolds, In Memory of Prof. Shoshichi Kobayashi, Progr. Math. Vol. 308, Birkhauser, Springer International Publ., 2015, pp.489: ISBN 978-3-319-11522-1.

〔産業財産権〕

出願状況(計 件)

名称:  
 発明者:  
 権利者:  
 種類:  
 番号:  
 出願年:  
 国内外の別:

取得状況(計 件)

名称:  
 発明者:

権利者：  
種類：  
番号：  
取得年：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~noguchi/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号（8桁）：

### (2) 研究協力者（連携研究者）

研究協力者氏名：山ノ井 克俊

ローマ字氏名：Yamanoi, Katsutoshi

研究協力者氏名：大沢 健夫

ローマ字氏名：Ohsawa, Takeo

研究協力者氏名：高山 茂晴

ローマ字氏名：Takayama, Shigeharu

研究協力者氏名：辻 元

ローマ字氏名：Tsuji, Hajime

研究協力者氏名：平田（河野） 典子

ローマ字氏名：Hirata-Kohno, Noriko

研究協力者氏名：濱野 佐知子

ローマ字氏名：Hamano, Sachiko

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。