様　式　C－19、F－19－1、Z－19　（共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　元 年　 6 月　 4 日現在

機関番号：１２６１２
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2015～2018
課題番号：１５Ｋ０４９４８

研究課題名（和文）非線形拡散を伴うSKTモデルに現れる定常パターンの大域分岐構造

研究課題名（英文）Global bifurcation structure of stationary patterns arising in the SKT model with nonlinear diffusion

研究代表者
久藤　衡介（Kuto, Kousuke）

電気通信大学・大学院情報理工学研究科・教授

研究者番号：４０３８６６０２

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,600,000円

研究成果の概要（和文）：本研究課題においては、競争関係にある２種類の生物種の個体群密度の時空的変化を記述する反応拡散系に関する研究を行った。具体的には、交差拡散項とよばれる非線形拡散項を伴うロトカ・ボルテラ系（重定・川崎・寺本モデル,1979）に対して、交差拡散項の係数を無限大まで大きくしたときの定常解の漸近挙動を調べた。従来の研究が後れていた「第２極限系」とよばれる近似問題に対して、解の大域分岐構造を明確化した。この研究成果によって、重定・川崎・寺本モデルの定常解集合がサドルノード分岐曲線とよばれる釣り針状の曲線をなすことが明らかになった。

研究成果の学術的意義や社会的意義
本研究課題では、1979年に重定・川崎・寺本によって提唱されて以来、今もって未解決である交差拡散項を伴うロトカ・ボルテラ系（重定・川崎・寺本モデル,1979）の定常解の大域分岐構造の解明に向けて、進展を得ている。具体的には、従来の研究が乏しかった「第２極限系」とよばれる第２極限系の解構造の概要を得ることで、懸案であったSKTモデルの定常解の大域分岐構造がサドルノード分岐曲線を描くことの数学的メカニズムを明確にすることが出来た。

研究成果の概要（英文）：In this research, we studied a reaction-diffusion system that describes the spatiotemporal population dynamics of two competitive species. Individually, for the Lotka-Volterra system with a non-linear diffusion term called the cross diffusion term (the Shigesada-Kawasaki-Teramoto model, 1979), the asymptotic behavior of the steady-state solutions was analyzed as a coefficient of the cross diffusion term tends to infinity. We clarified the global bifurcation structure of the solution for the approximation problem called "the second limit system," for which there had been not many results. This result revealed that the steady-state solution set of the Shigesada-Kawasaki-Teramoto model forms a hook-like curve called a saddle-node bifurcation curve.

研究分野：非線形偏微分方程式

キーワード：反応拡散系　拡散の相互作用　分岐　極限系　競争モデル

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９、ＣＫ－１９（共通）

１．研究開始当初の背景

有界な領域において共通の資源（餌）を取り合いながら生存競争をしている２種類の生物種が、それぞれの生活テリトリーを分かち合う棲み分け現象が生物界ではしばしば観測される。そういった競争種の棲み分け現象を記述する数理モデルとして、交差拡散項(cross-diffusion term）を伴うロトカ・ボルテラ競争系が 1970 年代後半に重定・川崎・寺本によって提唱されている。反応拡散系の研究フィールドにおいて、この系は盛んに研究がされ続けており、現在では提唱者の頭文字をとって「SKT モデル」とよばれている。SKT モデルの提唱以前においては、生存競争や捕食といった生物種間の相互作用項を伴うとき、それぞれの生物種の個体群密度の時空的なダイナミクスは、ロトカ・ボルテラ系と呼ばれる常微分方程式系に線形の拡散項を付加した形の反応拡散系を考察するのが主流であった。しかしながら、その系では凸領域においては棲み分け現象に対応する定常解は、安定には存在しないことも指摘されていた(岸本-Weinberger)。そのような経緯もあり、重定らは線形拡散項を伴うロトカ・ボルテラ競争系にそれぞれの生物種の個体群密度の積にラプラス作用素を施した形の交差拡散項を付加した SKT モデルを提唱している。交差拡散項とは、それぞれの生物種の個体群密度に対応する未知関数の積にラプラス作用素を施す項であり、生物種間の拡散の相互作用を記述する非線形項のプロトタイプの一例として、生物種の空間的拡散に詳しい大久保の著書にも掲載されている。

概ね、交差拡散項は、生物種が競争相手である他種が多い場所から少ない場所に拡散する傾向を模しており、モデリングの見地では合理的である。その一方で、偏微分方程式論の見地からは、未知関数同士の積という相互作用的な非線形性がラプラス作用素の下側にある交差拡散項は、展開すると３つの非線形項の和であって、線形理論に基づく手法の多くが適用出来ず、解析を著しく困難にする。例えば、時間発展問題の古典解の時間大域的存在性は提唱時から予想されているものの、交差拡散項があるがゆえに、完全には解決されていない。また、本研究課題に関連深い定常問題についても、大域的解構造は部分的にしか解明されていない。

SKT モデルの定常問題の研究の創始は 1980 年代に遡る。当時の研究手法の主流は、線形拡散項の係数を小さくしたときの定常解を（主に空間１次元）で構成する「特異摂動法」であった。1990 年代後半になると、反応拡散系の牽引的な研究者である Wei-Ming Ni と Yuan Lou が定常問題の研究に参画し「交差拡散極限」という新たなアプローチを与えている。交差拡散極限とは、U 種と V 種という生物が競争関係にあるとき、U 種の交差拡散効果（すなわち、U 種が V 種の多い場所から離れようとする効果）を無限大まで増大させたとき、U 種と V 種がどういった定常状態に近づくかを考える試みである。数学的には、SKT モデルの定常問題において、U 種の時間発展を記述する方程式の交差拡散係数（αと名付ける）を発散させたときの解の漸近挙動を調べることになる。彼らのこの新たなアプローチによって、αを無限大にしたときの定常解の漸近挙動が、２種類に分類されることが明らかになった(Lou-Ni,1999)。具体的には、SKT モデルにおいては、増大させる交差拡散係数に依らず、定常解の有界性や正則性が保たれて、係数列を無限大に発散させても、対応する定常解の列から収束部分列が取り出せる。そして、極限関数がみたす系が２種類存在する。

その内の１種類目の系（第１極限系とよぶ）は、未知関数の積が一様化する漸近挙動に対応し、競争種の棲み分けを記述する。第１極限系は半線形楕円型方程式と積分方程式から成り、その解析は難しいが、SKT モデルそのものと比較すると、方針が立ちやすい側面もある。その意味で、Lou-Ni の提唱(1999)以降、第１極限系への研究は活発にされてきた。とりわけ、Lou-Ni-四ツ谷(2004) の研究では、空間１次元の大域的分岐構造が詳細に調べられている。現在では、その流れを汲む後継の研究によって、第１極限系の解構造が徐々に露わになってきている。

一方、２種類目の系（第２極限系とよぶ）は、U 種の交差拡散効果の度合いを表す係数αを無限大に発散させると、V 種の個体群密度がαの逆数のオーダーで減衰する状況を記述している。第２極限系は連立の非線形楕円型方程式であり、SKT モデルそのものと比較すると若干項数が少ないものの、第１極限系ほど簡単になっている印象はない。その意味で、第２極限系に対しては、Lou-Ni(1999) が提唱した論文で若干の解析を行っているものの、その後、2015 年に久藤（本研究課題の研究代表者）が解集合の大域分岐構造の概要を発表するまでほとんど手つかずの状態であった。

本研究課題の開始時点におけるSKTモデルの定常問題の研究動向ではLou-Niの提唱した交差拡散極限に則るアプローチがひとつの主流であった。その中でも、第１極限系に対する四ツ谷氏を中心とする研究が活気を帯び、一方で、第２極限系に対して久藤が概ねの大域分岐構造を提示したことにより、それぞれの極限系への研究の重要性が増していた。とりわけ、第１極限系と第２極限系の関連性を明らかにすることや極限系の解集合から元々の SKT モデルの定常解集合を摂動によって構成することが直近の研究課題として浮き彫りとなっていた。

なお、U 種と V 種がそれぞれ捕食生物と被食生物である場合、U 種は V 種の多い場所に移動する傾向にあると考えるのが自然であり、SKT モデルの交差拡散項は、違うタイプの非線形拡散項に置き換わる。大久保のテキストではプロトタイプとして「走化性移流とよばれる非線形拡散項」に加えて「U 種の移動する方向（フラックス）が U 種と V 種の個体数の比の勾配で決まるタイプの非線形拡散項」が紹介されている。前者の走化性移流に対する反応拡散系からの研究は隆盛だが、後者の非線形拡散項をもつロトカ・ボルテラ系を論じる研究は、本研究課題の開始時点ではなかった。

２．研究の目的
提唱から40年が経過しているにもかかわらず､未だ解明されていないSKTモデルの定常解集合の大域構造の解明に貢献することが本研究課題の第一の目的である。また、フラックスが生物種の個体群密度の比の勾配で決まるタイプの非線形拡散項に対して、純粋数学的な研究を本格的に着手することが第二の目的である。さらに大局的な視点に立てば、SKT モデルの交差拡散項などの生物種同士の拡散の相互作用を記述する非線形拡散項に対する解析を通じて、拡散の相互作用を扱う汎用的な数学処方を提示することが、研究の目標である。

３．研究の方法
(1)　SKTモデルに対する研究の方法
SKT モデル定常問題に対しては、交差拡散極限で得られる二つの極限系のうち、反応拡散系の研究フィールドにおいて研究が後れている「第２極限系」の解析を重点的に行った。研究開始当初の背景でも述べたように、第２極限系は、競争関係にある２種類の生物種（U 種と V 種とよぶ）の個体群密度の時空的変化を記述する SKT モデルにおいて、U 種の交差拡散係数αを無限大にした際に、V 種がαの逆数のオーダーで減衰する状況を特徴づける。第２極限系は、SKTモデルの定常問題において、αを無限大にした際の、U種の個体群密度の極限関数（uと表す）とV種の個体群密度にαを乗じた関数の極限（wと表す）による非線形楕円型方程式系である。このような系に対する解析手法としては、系に含まれる係数の中から、適切なものをひとつ選びパラメータとして扱うのが標準的である。そして、係数パラメータを動かして、解集合の断面をCTスキャンの如く切り出していくことにより､解集合の全貌を視覚的に捉えようとすることが基本的な戦略である。
SKTモデルに対する従来の研究では、係数パラメータとしてU種もしくはV種の線形拡散の係数を選択するのが主流であったが、本研究では第２極限系のもつある種の退化構造から、V種の増殖率に対応する係数（wの反応項の係数でｂと表す）をパラメータとして採用した。係数パラメータｂがある閾値に等しいとき、定数解のw成分に自由度が現れ、定数解の集合が直線と同相になる。このような「定数解集合の退化性」を解析に有利に利用するために、係数 b をパラメータに採用している。第２極限系に関する前身の研究課題では、b が上述の閾値より大きいと、第２極限系の非定数解が存在せず、やや小さいと非定数解が存在することを示していた。より詳しく、非定数解の集合が曲線として、閾値のみで存在する定数解集合の直線上のある点からｂの小さい方向に分岐し、ｂがラプラス作用素の２番目の固有値に近づくと、分岐曲線上でw成分が爆発することが判明していた。本研究課題では、係数バラメータｂが分岐曲線の上述の意味の爆発点である固有値に近くにあるとき、無限遠分岐の視点から、分岐曲線上の解の具体的な表示を、捉えることを試みた。さらに、解の具体的表示を得たことによって可能になる線形化固有値問題の解析によって、分岐曲線の爆発点近傍における振る舞いや解の安定性を調べた。

(2)　比勾配フラックスによる非線形拡散を伴うロトカ・ボルテラ系に対する研究の方法
捕食生物（U種）と被食生物（V種）の個体群密度の時空的変化を記述するロトカ・ボルテラ系において、それぞれの生物種の線形拡散項のみならず、捕食生物の移動の方向が、U 種と V 種の比の勾配に平行な状況を模する非線形拡散項(比勾配フラックスによる非線形拡散とよぶ)を含む場合を解析した。拡散項を伴うロトカ・ボルテラ系の解構造を考える場合、安定な非定数解は定常パターンに対応するので、現象論の立場からも重要であるが、ノイマン境界条件下の捕食者-被食者モデルでは安定な非定数解が存在しない傾向が強い。そこで、ディレクレ境界条件を設定し、安定な正値定常解の存在を調べることにした。上述のSKTモデルの定常問題に対する研究と同様に、定常解集合を輪切りにしていく係数パラメータを選ぶ必要があるが、ここではU種の増殖率ｂを選択した｡まず局所分岐定理(Crandall-Rabinowitz,1972)を用いて、U種またはV種の片方が死滅した定常解から、正値解が分岐するようなｂの値（分岐点）を求め、次に大域分岐定理（Rabinowitz,1971）を用いて、正値解の集合が二つの分岐点を結ぶような有界連結集合（分岐枝とよぶ）を含むことを示す方針を取った。大域分岐定理は反応拡散系の定常解集合を構成する伝統的な方法であるが、位相幾何学に基づいており、獲得する分岐枝の形状情報は概略的なものに留まる。そこで、比勾配フラックスによる非線形拡散係数αを無限大とした際の、分岐枝の漸近形状を解析することにした。詳しくはαを無限大した際の、定常解の極限関数がみたすような系（極限系）を導出し、極限系の解析を通じて、分岐枝の形状を調べる方針を取った。

４．研究成果
(1)　SKTモデルに対する研究の成果
空間１次元のSKTモデルの定常問題に関しては、第２極限系の解集合が形成する分岐枝について、爆発点近傍での詳細な形状を得ることが出来た。具体的には、分岐パラメータｂにとったときの定常解集合の分岐枝は、爆発点である固有値に対して、固有値より大きい方向から w 成分を爆発させることを示した。技術的には、爆発点近傍においてw成分を正規化することにより、分岐枝の爆発点を無限遠からの分岐点と捉えることが可能となり、爆発点の近くで分岐枝を滑らかな曲線としてパラメータ表示することに成功した。この表示を読み取ることで、分

岐パラメータ b と固有値の差の逆数のレートで分岐枝が爆発することが判明した。また、b が爆発点である固有値に大きい方向から近づくにつれ、w 成分を正規化した関数が、定数とコサインカーブのある一次結合に漸近し、u 成分（U 種の個体群密度の α を無限大とした極限関数）がその逆数の定数倍に漸近することが分かった。この研究成果は、第２極限系の定常解の分岐枝の爆発点では、w成分を正規化すると、未知関数同士の棲み分け現象が起こっていることを意味する。未知関数同士の棲み分け現象は、第１極限系の特徴であったことを踏まえると、第２極限系の爆発点（すなわち適用限界）は、第１極限系とチャンネルを与えていることを示唆する。第２極限系に関して、定常解集合の分岐枝の爆発点の近くで、解の表示を得られたことで、定常解を中心とする線形化作用素の固有値の分布の解析も進んだ。その結果、第２極限系の定常解は、爆発点の近くでは線形化不安定であることが示された。より詳しく、bが爆発点に近いとき、第２極限系の解を中心とする線形化作用素のすべての固有値は負の実数であり、bが爆発点に近づくにつれ、最大の固有値が零に近づくことを示した。この結果は、bが爆発点の近くにあるとき、交差拡散係数 α が大きいケースの SKT モデルの定常解が、第２極限系の解の摂動によって得られることも意味する。これまで、第２極限系に関係する SKT モデルの解は、1999 年の Lou-Ni による、線形拡散係数を小さくした場合でしか見つかっていなかったことを考慮すると、爆発点という第１極限系と第２極限系のチャンネル付近で、SKT モデルの定常解が第２極限系からの摂動によって得られたことは意義深いように思われる。

(2)　比勾配フラックスによる非線形拡散を伴うロトカ・ボルテラ系に対する研究の成果

比勾配フラックスによる非線形拡散項を伴う捕食生物（U 種）と被食生物（V 種）の定常問題については、ディレクレ境界条件の下で、正値解が存在するための係数パラメータに関する十分条件を得た。その結果によると、被食生物（餌）の増殖率 a がある閾値より大きければ、捕食生物の増殖率 b がある有界区間にあるときに、正値解が存在する。分岐理論の観点で述べると、b が、a や非線形拡散係数 α に依存して決まる負値 g(b, α)を超えると、捕食生物が（増殖率が小さくて）死滅している（u=0 の）半自明解から共存正値解が分岐する。また、b が a に依存して決まる正値 f(a)を下回るとき、（捕食生物の増殖率が大きくて）被食生物（餌）が死滅している（u=0 の）半自明から共存正値解が分岐する。そして、二つの自明解から分岐した正値解のそれぞれの分岐枝は、お互いが結合するような大域分岐枝を構成する。したがって、少なくとも b が g(a, α) と f(a)に挟まれていれば、正値解が存在することが分かり、生物モデルの観点からは、捕食生物の増殖率が小さすぎず大きすぎずに、ミドルレンジにあれば、捕食生物と被食生物が共存できることを意味する。

次に、比勾配フラックスに非線形拡散項の係数 α を無限大にしたときの、定常解の漸近挙動が２種類に分類されることを証明した。一般に、非線形偏微分方程式の研究においては、ある係数を無限大まで増大させるときの解の漸近挙動を解析する際には、解の有界性や正則性（滑らかさ）が無限大に飛ばす係数に無関係に保持されるかどうかが問題となる。もし、係数を無限大にした際に解の高さが発散してしまったり、解が尖ったりすると、極限を偏微分方程式の解で表せなくなる。本研究により、比勾配フラックスによる非線形拡散の場合、係数 α を無限大に発散させても、正値解の有界性や正則性（滑らかさ）が保持されることが判明した。この成果によって、係数 α を無限大にした際の、定常解の極限関数がみたす楕円型方程式系（極限系）が二つ存在することが示された。

その内の一つの極限系（第１極限系とよぶ）は、２種競争モデルのロトカ・ボルテラ方程式と積分方程式の系で構成される。このとき、競争モデルにある拡散係数や増殖率はともに、元々のモデルの被食生物の拡散係数や増殖率に対応する。すなわち、比勾配フラックスによる非線形拡散の効果を意味する α を増大させると、もともと食う食われるの関係にあった２種類の生物種の関係は、同一の資源を取り合いながら縄張り争いをするような競争関係に移行することを意味する。このとき、極限系の競争モデルはそれぞれ二つある拡散係数と増殖率が、ともに被食生物のそれに一致することから、他の係数を固定しても、解に自由度が生まれる。すなわち、極限系としての競争系はそれのみでは、元々の被食者-捕食者モデルの定常解の極限を表すのに、不足している。その不足を補うのが、捕食生物の反応項を含む積分方程式である。その意味で、第１極限系で特徴づけられる解集合は、退化型競争系と捕食生物の反応項を含む積分方程式でセレクトされた線分を構成する。線分の一方の端点 A は、捕食生物が死滅している半自明解からの分岐点であり、α のある元々の非線形拡散系の分岐点と一致する。しかし、もう一方の端点 B は元々の非線形拡散系の分岐点とは異なる。

もう一つの極限系（第２極限系とよぶ）は、α を無限大にしたとき、被食生物（餌）の個体群密度に対応する未知関数 v が減衰する状況を模している。詳しくは、α を無限大にしたとき、α v が正値関数 w に収束し、w と捕食生物の個体群密度に対応する未知関数が正値関数 u に収束し、u と w が極限系である非線形楕円型方程式系をみたす。第２極限系を分岐の観点から解析することによって、正値解集合は、元々の非線形拡散系の被食生物（餌）が死滅する半自明解からの分岐点から分岐し、上述の第１極限系の解集合がなす線分の端点 B と同じ係数値で、w成分を爆発させることが分かった。

第１極限系と第２極限系の研究成果を合わせることで、α が非常に大きいときの元々の非線形拡散系の解構造が次のように類推される。正値解集合は b が f(a, α)の近くで、u=0 の半自明解から分岐し，b が増えるとともに暫くは、第１極限系の解集合である線分の近くを沿って進

む。上述の非線形拡散系に対する研究成果から、正値解集合の分岐枝はもう一つの半自明解に b=g(a) で到達しなければならないが、第１極限系の解集合の線分に沿って進んでいくと、到達すべき分岐点からずれてしまう。そこで、端点Ｂの手前からで、解集合はサドルノード分岐点を挟んで、第２極限系の解集合の近くを進み、最終的にｕが死滅している半自明解に b=g(a) で到達する。すなわち、αが大きいと正値解の分岐枝はサドルノード分岐点を挟んで、上側はほぼ線分で第１極限系によって特徴づけられ、一方、下側は第２極限系で特徴付けられる。

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕（計９件）

① Chihiro Aida, Chao-Nien Chen, Kousuke Kuto and Hirokazu Ninomiya, Bifurcation from infinity with applications to reaction-diffusion systems , Discrete and Continuous Dynamical Systems-A, （2019） **掲載決定**, **査読有.**

② Kazuhiro Oeda and Kousuke Kuto, Positive steady states for a prey-predator model with population flux by attractive transition, Nonlinear Analysis: Real World Applications, Vol.44, （2018）, pp.589-615, **査読有.**
doi.org/10.1016/j.nonrwa.2018.06.006

③ Kousuke Kuto, Tatsuki Mori, Tohru Tsujikawa and Shoji Yotsutani, Global solution branches for a nonlocal Allen-Cahn equation, Journal of Differential Equations, Vol.264, （2018）, pp. 5928-5949, **査読有.**
doi.org/10.1016/j.jde.2018.01.025

④ Hirofumi Izuhara, Kousuke Kuto and Tohru Tsujikawa, Bifurcation structure of stationary solutions for a chemotaxis system with bistable growth, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematic, Vol.35, （2018）, pp. 441-475, **査読有.**
doi.org/10.1007/s13160-017-0298-0

⑤ Kousuke Kuto, Hiroshi Matsuzawa and Rui Peng, Concentration profile of endemic equilibrium of a reaction-diffusion-advection SIS epidemic model, Calculus of Variations and Partial Differential Equations, Vol.56,（2017）, Article Number 112（28 pages）, **査読有.**
doi.org/10.1007/s00526-017-1207-8

⑥ Kousuke Kuto, Tatsuki Mori, Tohru Tsujikawa and Shoji Yotsutani, Secondary bifurcation for a nonlocal Allen-Cahn equation, Journal of Differential Equations, Vol.263 （2017）, pp.2687-2714. **査読有.**
doi.org/10.1016/j.jde.2017.04.010

⑦ Tatsuki Mori, Kousuke Kuto, Tohru Tsujikawa and Shoji Yotsutani, Exact multiplicity of stationary limiting problems of a cell polarization model, Discrete and Continuous Dynamical Systems-A, Vol.36, （2016）, pp. 5627-5655, **査読有.**
doi:10.3934/dcds.2016047

⑧ Tatsuki Mori, Kousuke Kuto, Masaharu Nagayama, Tohru Tsujikawa and Shoji Yotsutani, Global bifurcation sheet and diagrams of wave-pinning in a reaction-diffusion model for cell polarization, Discrete and Continuous Dynamical Systems-A, Special issue, （2015）, pp. 861-877, **査読有.**
doi: 10.3934/proc.2015.0861

⑨ Kousuke Kuto, Limiting structure of shrinking solutios to the stationary Shigesada-Kawasaki-Teramoto model with large cross-diffusion, SIAM Journal on Mathematical Analysis, Vol.47, （2015）, pp. 3993-4024, **査読有.**
doi.org/10.1137/140991455

〔学会発表〕（計６件）

① 久藤衡介, Yaping Wu, Bifurcation from infinity in a shadow system for the Shigesada-Kawasaki-Teramoto model, **日本数学会 2018 年度総合分科会函数方程式論分科会一般講演（岡山大学津島キャンパス）講演アブストラクト**, pp.61-62, 2018.9.25.

② Kousuke Kuto, Bifurcation structure of a prey-predator model with population flux by attractive transition, The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications **（国立台湾大学, 台北）**, 2018.7.5.

③ Kousuke Kuto, Global structure of steady states for a nonlocal Allen-Cahn equation, RIMS **共同研究（公開型）「実領域における常微分方程式研究の継承と革新」（数理解析研究所）**, 2017.11.7.

④ Kousuke Kuto, Coexistence states of a prey-predator model with population flux by attractive transition, RIMS **研究研究（公開型）「発展方程式の理論と非線形現象の数学解析」（数理解析研究所）**, 2017.10.20.

⑤ **久藤衡介, 森竜樹, 辻川亨, 四ツ谷晶二, 非局所項をもつ１次元定常** Allen-Cahn **方程式における２次分岐と大域的解構造, 日本数学会秋季総合分科会 函数方程式論分科会一般講**

演（関西大学千里山キャンパス），講演アブストラクト, pp.11-12, 2016.9.15.

⑥ Kousuke Kuto, Secondary bifurcation for a nonlocal Allen-Cahn equation, The 11th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications（Orlando, Florida）, 2016.7.2.

〔その他〕
ホームページ
http://www.f.waseda.jp/kuto/

６．研究組織
（1）研究協力者
研究協力者氏名：四ツ谷　晶二
ローマ字氏名：YOTSUTANI，shoji

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。