

平成 30 年 5 月 24 日現在

機関番号：32670

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K04969

研究課題名(和文)多孔質媒体内で起こる非線形現象を記述するマルチスケールモデルの解析

研究課題名(英文) Analysis for multi-scale models describing nonlinear phenomena in porous media

研究代表者

愛木 豊彦 (Aiki, Toyohiko)

日本女子大学・理学部・教授

研究者番号：90231745

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究において、多孔質媒体における飽和度と湿度の関係を記述する自由境界問題の解の時間に関して大域的な存在を証明した。その成果をもとに、時間無限大で定常解に収束すること、周期解の存在、また境界条件等がある変数によって変化したときの解の連続性を示すことができた。そして、多孔質媒体における水分量の変化を記述するマルチスケールモデルの解の時間に関する局所的な存在を示すことに成功した。

また、飽和度と湿度の関係を常微分方程式で表したモデルを一般化し、最適制御問題の解の存在を示すことができた。これらの成果をもとに、多孔質媒体における水分による膨張を考慮した自由境界問題を導出し、局所解の存在も示した。

研究成果の概要(英文)：We have established global existence of a solution to the free boundary problem describing a relationship between the degree of saturation and relative humidity in porous media. By applying this result, we have proved convergence to a steady solution, existence of a periodic solution, and a continuity of solutions of the free boundary problem with varying boundary data by some parameter. Furthermore, we can get a solution, locally in time, of a multi-scale model corresponding to mass conservation law of water in porous media.

Also, we generalized the model describing the relationship by the ordinary differential equation and proved existence of a solution to an optimal control problem. Moreover, we have proposed a new free boundary problem for swelling phenomena in porous media and obtained its local solution in time.

研究分野：数理モデル, 非線形偏微分方程式

キーワード：自由境界問題 マルチスケールモデル

### 1. 研究開始当初の背景

コンクリートの中性化過程を記述する数理モデルの数学的妥当性について考察を進めていた。その考察において、中性化過程に現れる飽和度と湿度の関係がヒステリシスに近いたためその数学的表現が最大の課題となっていた。特に、従来の表現では、関係の連続性が十分ではなく、複雑な系を解析することが困難であった。

また、その当時、多孔質媒体のような領域の微視的構造と巨視的構造を同時に扱うマルチスケールモデルに対する数学的な研究が進みつつあった。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、それまで常微分方程式で表現していた飽和度と湿度の関係を、自由境界問題を用いて表現したモデルの可解性を示すことである。これは、マルチスケールモデルにおいて、微視的領域の幾何構造が時間によって変化することを扱うことを可能とする。つまり、微視的構造が空間一様ではなく、未知であるモデルが考察対象となることを意味する。

本研究では、まず、微視的構造の変化を記述する自由境界問題の解の存在と、マルチスケールモデルを考察する上で必要となる巨視的変数との連続依存性を示す。また、巨視的領域では、非線形の拡散方程式を考えている。この微分方程式はその非線形性から解に対する一様評価が容易ではない。従って、その一様評価の方法の開発も本研究の課題の一つである。それらを示した後、マルチスケール問題の適切性を証明することが、本研究の研究目的である。

### 3. 研究の方法

研究分担者である村瀬，熊崎との役割分担は以下の通りである。

- (1) (村瀬) 自由境界問題の解の時間に対する大域的存在を示すためには、自由境界の挙動を把握する必要がある。そのために、数値的に自由境界問題を解き、解の挙動を予測する。
- (2) (熊崎) 非線形拡散方程式に対する氏のそれまでの研究成果をふまえ、解の一様評価の方法を開発する。
- (3) (愛木) 自由境界問題の適切性を示すとともに、時間に関する周期解について考察する。

このような役割分担をもとに、研究打合せを頻繁に行うと同時に、国際的な研究集会に参加し、マルチスケール問題に関する研究動向を調査する。そこで得られた情報をもとに、本研究の目的を達成する。

### 4. 研究成果

以下の研究成果が得られた。

- (1) 自由境界問題について  
自由境界が固定境界に触れることがないよ

うな自由境界の成長度を表す関数と境界値に対する条件を見つけることができた。これにより、自由境界問題の解の時間に関して大域的存在を示すことができた。

この成果によって、無数の自由境界問題が同一時間区間内で解をもつ条件を簡単に記述することができたため、巨視的領域を考え、その各点で微視的領域における境界条件を与えた。この問題において、境界条件が巨視的に与えられた際の自由境界問題の解の巨視的変数に関する連続性や可測性を証明した。

先に示した解の大域的存在を示す際に用いた一様評価の方法を改良することで、時間に関する周期的な解を得ることができた。ここでは、自由境界によって定まる非柱状領域を定義域とする湿度を表す関数を全領域上に拡張することで、不動点定理を適用できた。

#### (2) マルチスケールモデルについて

上で述べた巨視的変数に関する自由境界問題の解の連続性や可測性を用いて、マルチスケールモデルの解の時間に関する局所的な存在と一意性を示すことができた。ここでは、巨視的領域で考えている非線形拡散方程式の最大値評価が時間に関して一様ではないため、大域解の存在を示すことができなかった。そこで、現在、線形で与えている化学反応による生成項を非線形とすることでこの問題を解決しようとしている。

#### (3) 自由境界問題の弱形式について

上の(2)で示したように、マルチスケール問題に対して、局所解の存在しか得られていない。そこで、大域解を得るために、自由境界問題に対する弱形式の導出を試みた。代表的な自由境界問題であるステファン問題に対するエンタルピー形式を採用し、弱形式を得たが、その解は得られず、近似解の存在を示すだけに留まった。ここでは近似解の一意性も得られていない。エンタルピー形式は、解の正則性が不十分なため、マルチスケールモデルには適切ではなかったと考えている。今後は、エンタルピー形式ではなく、周期解の存在を示す際に用いた拡張の方法を用いて弱形式を与える予定である。

#### (4) 1次元コンクリート中性化モデルの最適制御

多孔質媒体における飽和度と湿度の関係を常微分方程式で表したモデルを一般化することに成功した。また、多価関数で記述される制御問題に関する理論を適用し、最適制御問題の解の存在を示すことができた。

#### (5) 新たな自由境界問題

本研究での成果を受け、多孔質媒体における水分による膨張を考慮した自由境界問題が提唱された。まずは、その問題に対する解の時間局所的存在を示した。今後は、その大域的存在を考察し、マルチスケールモデルを考察対象とする予定である。

5. 主な発表論文等  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者  
には下線)

[雑誌論文](計 11 件)

1. T. Aiki, A. Muntean,  
Large-time behavior of solutions to a  
thermo-diffusion system with  
Smoluchowski interactions, *Journal of  
Differential Equations*, 263(2017),  
3009-3026, (査読有)
2. T. Aiki, Sergey A. Timoshin,  
Relaxation for a control problem in  
concrete carbonation modeling, *SIAM  
Journal on Control and Optimization*,  
55(2017), 3489-3502, (査読有)
3. K. Kumazaki, T. Aiki, N. Sato and Y.  
Murase,  
Multiscale model for moisture transport  
with adsorption phenomenon in concrete  
materials, *Applicable Analysis*, Volume  
97, 2018 - Issue 1: Multiscale Inverse  
Problems, 41-54, (査読有)
4. K. Kumazaki,  
Measurability of a solution of a free  
boundary problem describing adsorption  
phenomenon, *Advances in Mathematical  
Sciences and Applications*, 26(2017),  
19-27, (査読有)
5. T. Aiki and Y. Murase,  
On a large time behavior of a solution to  
a one-dimensional free boundary problem  
for adsorption phenomena, *Journal of  
Mathematical Analysis and Applications*,  
445(2017), 837-854, (査読有)
6. T. Aiki, Sergey A. Timoshin,  
Existence and uniqueness for a concrete  
carbonation process with hysteresis,  
*Journal of Mathematical Analysis and  
Applications*, 449(2017), 1502-1519, (査  
読有)
7. T. Aiki, Y. Murase, N. Sato and K.  
Kumazaki,  
A two-scale model for concrete  
carbonation process in a three  
dimensional domain,  
非線形現象の解析への応用としての発展方  
程式論の展開, 2016, 数理解析研究所講  
究録, No. 1997, 133-139, (査読無)
8. K. Kumazaki,  
Continuous dependence of a solution of a  
free boundary problem describing  
adsorption phenomenon for a given data,  
*Advances in Mathematical Sciences and  
Applications*, 25(2016), 283-299, (査読  
有)
9. M. Kubo, Y. Murase,  
Quasi-subdifferential operator approach  
to elliptic variational and

quasi-variational inequalities. *Math.  
Methods Appl. Sci.* 39(2016), 5626-5635,  
(査読有)

10. T. Aiki, Adrian Muntean,  
Large-time behavior of a two-scale  
semilinear reaction-diffusion system  
for concrete sulfatation, *Mathematical  
Methods in the Applied Sciences*,  
38(2015), 1451-1464, (査読有)
11. K. Kumazaki,  
Exponential decay of a solution for some  
parabolic equation involving time  
non-local term, *Mathematica Bohemica*,  
140(2015), 129-137, (査読有)

[学会発表](計 38 件)

1. T. Aiki, Control problem for concrete  
carbonation, 2017 年 7 月 24-28 日,  
Equadiff 2017, Bratislava, Slovakia,  
Slovak University of Technology in  
Bratislava
2. T. Aiki, Sergey A. Timoshin, コンク  
リート中性化過程に現れる 1 次元水分  
輸送方程式に対する制御問題, 2017 年  
9 月 14 日, 日本数学会・実函数論分科  
会, 山形大学小白川キャンパス
3. 愛木豊彦, 水分吸着過程を記述する自  
由境界問題の弱形式について, 2017 年  
12 月, 第 43 回発展方程式研究会, 日  
本女子大学目白キャンパス
4. 愛木豊彦, 水分吸着過程を記述する自  
由境界問題の弱解の存在, 2018 年 3 月  
21 日, 日本数学会・実函数論分科会,  
東京大学大学院数理科学研究科
5. Y. Murase, Existence of weak  
solutions for mathematical model for  
brewing Japanese Sake and related  
topics. 2017 年 7 月 24-28 日, Equadiff  
2017, Bratislava, Slovakia, Slovak  
University of Technology in  
Bratislava
6. Kota Kumazaki, Toyohiko Aiki, Naoki  
Sato and Yusuke Murase, On a  
multiscale model for moisture  
transport with adsorption phenomenon  
in concrete materials, 2017 年 7 月  
24-28 日, Equadiff 2017, Bratislava,  
Slovakia, Slovak University of  
Technology in Bratislava
7. 熊崎耕太, 多孔質媒体内の水分膨張過  
程を記述する自由境界問題について,  
2017 年 9 月 14 日, 日本数学会・実函数  
論分科会, 山形大学小白川キャンパス
8. 熊崎耕太, Adrian Muntean, 多孔質媒  
体内の水分膨張過程を表す自由境界  
問題の可解性について, 2017 年 12 月,  
第 43 回発展方程式研究会, 日本女子大  
学目白キャンパス
9. 熊崎耕太, Adrian Muntean, 多孔質媒  
体内での水分膨張過程を表す自由境界

- 問題の可解性について, 2018年3月21日, 日本数学会・実函数論分科会, 東京大学大学院数理科学研究科
10. T. Aiki, Recent results related to the two-scale model for concrete carbonation, 2016年7月1日-7月5日, The 11th AIMS conference on dynamical systems, differential equations and applications, Hyatt Regency Orlando, Orlando, Florida, USA
  11. 愛木豊彦, A. Muntean, コロイド物質の質量変化を記述する方程式の解の時間無限大の挙動について, 2016年9月18日, 日本数学会・実函数論分科会, 関西大学千里山キャンパス
  12. 愛木豊彦, A. Muntean, 水中のコロイド物質の凝集を記述するスモルコフスキー方程式の解の時間無限大の挙動について, 2016年12月25-27日, 第42回発展方程式研究会, 日本女子大学目白キャンパス
  13. T. Aiki, Sergey A. Timoshin, コンクリート中性化過程に現れる1次元水分輸送方程式の解の存在と一意性, 2017年3月27日, 日本数学会・実函数論分科会, 首都大学南大沢キャンパス
  14. Y. Murase, Mathematical model for brewing Japanese Sake with stirring effect and its analysis, The 11th AIMS conference on dynamical systems, differential equations and applications, Hyatt Regency Orlando, Orlando, Florida, USA
  15. 伊藤昭夫, 村瀬勇介, 攪拌を考慮した日本酒醸造過程モデルに対する弱解の存在性, 2016年9月18日, 日本数学会・実函数論分科会, 関西大学千里山キャンパス
  16. 村瀬勇介, 攪拌を考慮した日本酒醸造過程モデルに対する弱解の存在性について, 2016年12月25-27日, 第42回発展方程式研究会, 日本女子大学目白キャンパス
  17. 村瀬勇介, 日本酒醸造過程の解析と仮似変分不等式, 2017年3月27日, 日本数学会・実函数論分科会(特別講演), 首都大学南大沢キャンパス
  18. K. Kumazaki, T. Aiki, N. Sato and Y. Murase, On a multiscale model for moisture transport appearing concrete carbonation process, 2016年7月1日-7月5日, The 11th AIMS conference on dynamical systems, differential equations and applications, Hyatt Regency Orlando, Orlando, Florida, USA
  19. 熊崎耕太, コンクリートの中性化現象を表すマルチスケールモデルについて, FMSP(東京大学)チュートリアルシンポジウム「表面・界面ダイナミクスの数理11」, 2016年4月, 東京大学大学院数理科学研究科
  20. 熊崎耕太, 吸着現象を考慮した多孔質媒体内の水分輸送モデルについて, 2016年9月18日, 日本数学会・実函数論分科会, 関西大学千里山キャンパス
  21. 熊崎耕太, 構造物の劣化を引き起こす中性化現象の数学モデル, 2016年12月, 苫小牧高専教育研究フォーラム(招待講演), 苫小牧市
  22. 熊崎耕太, 愛木豊彦, 佐藤直紀, 村瀬勇介, 多孔質媒体内の吸着現象を伴った水分の流れを表すマルチスケールモデルについて, 2016年12月25-27日, 第42回発展方程式研究会, 日本女子大学目白キャンパス
  23. 熊崎耕太, 多孔質媒体内で起こる水分の吸着現象を表すある自由境界問題について, 2017年3月27日, 日本数学会・実函数論分科会, 首都大学南大沢キャンパス
  24. 愛木豊彦, コンクリート中性化過程に現れる水分吸着過程を記述する自由境界問題について, 2015年4月22-24日, 表面・界面ダイナミクスの数理IX, 東京大学大学院数理科学研究科
  25. T. Aiki, Continuous dependence of solutions to the free boundary problem describing adsorption phenomena on boundary data, 2015年7月6-10日, Equadiff 2015, Universite Claude Bernard Lyon 1
  26. 愛木豊彦, マルチスケールで見るコンクリート中性化問題, 2015年9月16日, 日本数学会・企画特別講演, 京都産業大学
  27. 佐藤直紀, 愛木豊彦, 多孔質媒体の水分吸着現象を表す1次元自由境界問題の周期解の存在について, 2015年9月16日, 日本数学会・実函数論分科会, 京都産業大学
  28. 愛木豊彦, コンクリート中性化過程を記述するマルチスケールモデル, 2015年9月19日, 現象解析特別セミナー第8回, 東京理科大学神楽坂キャンパス
  29. 愛木豊彦, A two-scale model for concrete carbonation process, 2015年10月21-23日, 研究集会 非線形現象の解析への応用としての発展方程式論の展開, 京都大学数理解析研究所
  30. 愛木豊彦, 佐藤直紀, 村瀬勇介, コンクリート中性化過程に対するマルチスケールモデルを構成する自由境界問題の解のヒステリシス的な挙動について, 2015年12月25-27日, 第41回発展方程式研究会, 日本女子大学目白キャンパス
  31. 愛木豊彦, 佐藤直紀, 村瀬勇介, 水分吸

着過程を記述する自由境界問題の解のヒステリシス的な挙動について、2016年3月19日、日本数学会・実函数論分科会、筑波大学第一エリア・第三エリア、

32. Y. Murase, Solvability of mathematical model for brewing process of Japanese Sake and its numerical simulations, 2015年7月6-10日, Equadiff 2015, Universite Claude Bernard Lyon 1
33. 伊藤昭夫, 剣持信幸, 村瀬勇介, 攪拌を考慮した日本酒醸造過程モデルとその近似問題について, 日本数学会・実函数論分科会, 京都産業大学
34. 伊藤昭夫, 村瀬勇介, 攪拌を考慮した日本酒醸造過程モデルに対する近似問題の可解性 2015年12月25-27日, 第41回発展方程式研究会, 日本女子大学目白キャンパス
35. 伊藤昭夫, 村瀬勇介, 攪拌の効果を考慮した日本酒醸造過程モデルの解の存在について 2016年3月19日, 日本数学会・実函数論分科会, 筑波大学第一エリア・第三エリア
36. K. Kumazaki, A mathematical model describing concrete carbonation process, 2015年7月6-10日, Equadiff 2015, Universite Claude Bernard Lyon 1
37. 熊崎 耕太, A mathematical model describing concrete carbonation process, 偏微分方程式セミナー、北海道大学、2015年6月
38. 熊崎耕太, 水分・二酸化炭素輸送を連立させた中性化過程を表す数理モデルの可解性について、2015年9月16日、日本数学会・実函数論分科会、京都産業大学

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

愛木 豊彦 (AIKI TOYOHICO )

日本女子大学・理学部・教授

研究者番号： 90231745

### (2) 研究分担者

村瀬 勇介 (MURASE YUSUKE )

名城大学・理工学部・助教

研究者番号： 80546771

熊崎 耕太 (KUMAZAKI KOTA )

苫小牧工業高等専門学校・創造工学科・  
准教授

研究者番号： 30634563