

平成 30 年 5 月 14 日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K05006

研究課題名(和文) 離散と連続の多変量解析の対称性構造と融合

研究課題名(英文) Structures of symmetry for discrete and continuous multivariate analysis and its combination

研究代表者

富澤 貞男 (Tomizawa, Sadao)

東京理科大学・理工学部情報科学科・教授

研究者番号：50188778

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,500,000円

研究成果の概要(和文)：離散多変量解析(分割表統計解析)と連続多変量解析において対称性のモデルとその分解を考え、離散と連続の多変量解析での対称性の構造の融合を考えた。

(1)多元分割表解析において、種々の対称性のモデルを提案した。また、モデルからの隔たりを測る尺度を導入した。さらに、尺度の分解も考えた。(2)多変量確率密度関数に関して、対称性と点対称性の両性質をもつ密度関数の概念を考え、それに関する密度関数の分解を与えた。

研究成果の概要(英文)：For discrete multivariate analysis (statistical analysis of contingency tables) and continuous multivariate analysis, we considered some models of symmetry and their decompositions, and considered the combination of structure of symmetry for both multivariate analysis.

(1)For multi-way contingency tables, we proposed the models of various symmetry. Also we proposed the measures to represent the degree of departure from model, and considered the decomposition of measure. (2)For multivariate probability density functions, we gave the definition of density function of symmetry and point-symmetry, and gave the decomposition of its density function.

研究分野：数理統計学

キーワード：分割表統計解析 離散多変量解析

1. 研究開始当初の背景

(1) 分割表解析 (離散多変量解析) に関して;

行分類と列分類が同じ正方分割表において未知のセル確率の対称性や非対称性の構造を述べたモデルは、著者の研究も含めている。特に、Bowker(1948)の対称(S)モデル、Causinuss(1965)の準対称(QS)モデル、Stuart(1955)の周辺同等(MH)モデルは、正方分割表解析の分野では良く知られている。また、これらは対称性の構造を述べたモデルである。一方、非対称性の構造を述べたモデルとして、McCullagh(1978)の条件付き対称モデル、Goodman(1979)の対角パラメータ対称モデルや Agresti(1983)の線形パラメータ対称モデルなどがある。

また、モデルの分解として Causinuss(1965)の「Sモデルが成り立つための必要十分条件は、QSモデルとMHモデルの両方が成り立つことである」という分解定理は良く知られている。正方分割表解析における主対角線に関する種々の対称性や非対称性のモデルに関しては、たとえば、富澤(2006,日本数学会「数学」の論説)に詳細に述べられている。一方、Wall and Lienert (1976)は分割表の中心点に関する点対称性を示すモデルを提案した。Tahata and Tomizawa(2008)は多元分割表において点対称モデルの準点対称モデルと周辺点対称モデルへの直交分解を与えた。

ところで、一般に2変数間の独立性からの隔たりを測る尺度として相関係数は広く知られている。2元分割表において対称性に関するモデルからの隔たりを測る尺度を導入したのは、世界で著者(Tomizawa, 1994)が提案したのがはじめてである。その後、周辺対称モデルからの隔たりを測る尺度も著者(Tomizawa, 1995)が提案した。その後、いくつかの対称性に関する尺度を著者らが提案した(たとえば富澤(2006,日本数学会「数学」の論説)を参照されたい)。

(2) 連続多変量解析に関して;

Tomizawa, Seo and Minaguti (1996)は、2変量確率密度関数に関して、準対称性の概念を提案し、対称性を準対称性と周辺対称性への分解定理を与えた。Iki, Tahata and Tomizawa (2012)はそれらを多変量確率密度関数へ拡張した。Iki and Tomizawa (2014)は、多変量密度関数に関して、準点対称性の概念を提案し、点対称性を準点対称性と周辺点対称性への分解定理を与えた。

(3) 離散と連続の多変量解析の融合に関して;

Agresti (1983)は分割表解析(離散多変量解析)において線形パラメータ対称(LS)モデルを導入したが、データ解析において、潜在的2変量密度関数が正規分布(特に周辺分散

が等しい)を持つとき、カット点を設けて分割表を作成するとLSモデルが良く適合することを理論的に示している。Iki, Ishihara and Tomizawa (2013)は、潜在的2変量密度関数が2変量t分布を持つとき、カット点を設けて分割表を作成すると良く適合する離散モデルを提案した。

2. 研究の目的

(1) 分割表解析 (離散多変量解析) に関して;

多元分割表解析において、セル確率に関する一般的な対称性のモデル(GSと記す)を導入し、更に分割表内部の確率構造に関する一般的な(たとえばオッズ比に基づく)準対称モデル(GQSと記す)と周辺確率に関する一般的周辺対称モデル(GMと記す)を導入すること、特に「GSモデルが成り立つ必要十分条件は、GQSモデルとGMモデルの両方が同時に成り立つことである」という分解定理(特に検定統計量の直交分解)が成り立つような一般的な対称性、非対称性のモデルを提案することである。また、これらの一般的な対称性モデルからの隔たりを測る尺度を導入し、また尺度の分解も与えることである。

(2) 連続多変量解析に関して;

多変量確率密度関数に関して、対称性と点対称性の両性質(二重対称性)をもつ密度関数の概念を考え、それに関する密度関数の分解を与えたい。また、球状対称、楕円対称、中心対称などの種々の対称性に関しての密度関数の分解を与えたい。分解を与えることにより密度関数の内部と外部(周辺分布)の特性が明確になり、新しいデータ解析に結びつくと考えられる。

(3) 離散と連続の多変量解析の融合に関して;

潜在的2変量密度関数が、正規分布やt分布以外の種々の密度関数を考え、たとえば、2変量対数正規分布を持つとき、カット点を設けて分割表(つまり離散型分布)を作成したとき良く適合するであろう確率モデルを提案し、それらの連続分布と離散分布との関連性を理論的にあるいはシミュレーションにより与えたい。更には多変量密度関数に関しても考えたい。これらは離散データから逆に未知の潜在的連続分布の特性(たとえば相関係数)をかなりの精度で推測が可能であることにつながると考えられる。

なお、研究の特色・独創性について以下に述べる:

分割表解析における対称性(非対称性)のモデルの分解は、Causinuss(1965)以外は著者らの一連の研究しかない。また連続多変量解析においても密度関数の対称性の分解は著者らの研究しかない。離散と連続の多変量解析の対称性に関する融合は Agresti(1983)で少し触れられているにすぎず、本格的に種々

の連続多変量密度関数で取り組んでいるのは著者らの研究しかないといえる。

本研究で提案する離散と連続の多変量解析における対称性に関する新しい解析法は、教育、心理、社会学、経済、理学、医薬などの種々の応用分野における実際的な多変量データ解析に適用可能で、具体的にも寄与するところが大きいといえる。提案する方法は、国内外において全くの新しい解析法であり、極めて独創的であり、国内外の離散と連続の多変量解析の研究に非常に大きく貢献するものといえる。

特に、離散と連続の多変量解析の融合に基づく対称性の解析は、極めて注目される新しい取り組みである。離散多変量データから未知の潜在的連続多変量分布の特性との関係を考え推測するこの研究テーマは極めて独創的といえる。

### 3. 研究の方法

(1) 多元分割表で種々の対称性モデル(一般的な対称性モデル)の提案と分解を与える。

(2) 多元分割表で種々の対称性モデルに関する尺度の提案と分解を与える。

(3) 多変量確率密度関数における種々の対称性の概念(種々の準対称や周辺対称)を与える。

(4) 離散と連続の多変量解析における融合を潜在分布が2変量対数正規分布で考える。

(5) 多次元離散データ収集(または連続データで離散型のデータに直す)・文献調査する。

(6) 研究成果を論文にまとめ、学術雑誌へ投稿する。

(7) 学会、シンポジウム等で研究発表する。

### 4. 研究成果

(1) 順序カテゴリをもつ正方分割表において、対称性からの隔たりを測る新しい尺度を提案した。具体的には、隣接したいくつかのカテゴリを併合してできる任意の3x3分割表において対称性からの隔たりを測る尺度を考え、各併合分割表の部分尺度の算術平均タイプの尺度を提案した。そして実際のデータ解析へ適応し、提案尺度の有用性を示した。

(2) 順序カテゴリの正方分割表において、対称(S)モデルが成り立つための必要十分条件は、f-ダイバージェンス QS モデルと周辺積率一致モデルの両方が成り立つことであるという定理を与えた。また、Sモデルの適合度検定統計量の分解定理を与えた。

(3) 順序カテゴリ-正方分割表において、対称モデルよりも制約の厳しい拡張対角指数型対称(EDES)モデルという新しいモデルを提案した。さらに、拡張準対角指数型対称(EQDES)モデルと周辺平均分散一致(MVE)モデルを提案し、EDESモデルが成り立つための必要十分条件は、EQDESモデルとMVEモデル

の両方が成り立つことであるという定理を与えた。

これらの研究成果は、従来の推定法、検定法、モデル選択法などに加えて、モデルの提案、モデルの分解、検定統計量の分解、尺度の提案などに基づく新しい分割表解析法を提案しており、本研究は大きな貢献をしているといえる。

(4) 順序カテゴリ正方分割表において、対称モデルよりも制約の厳しい対角指数型条件付対称(DECS)モデルと準対角指数型条件付対称(QDECS)モデルという新しいモデルを提案した。更に、対角指数対称(DES)モデルの3通りの分解定理を与えた。たとえば、DESモデルが成り立つための必要十分条件は、DECSモデルと行変数と列変数の平均一致モデルが成り立つことである、という定理を与えた。

(5) 順序カテゴリ多元分割表において、順序準点対称モデルを提案し、点対称モデルが成り立つための必要十分条件は、順序準点対称モデルと平均点対称モデルの両方が成り立つことであるという、定理を与えた。

(6) 順序カテゴリ正方分割表において、離散的な2変量正規分布型対称モデルを提案した。提案したモデルは、潜在的連続分布として2変量正規分布が仮定できるとき、良く適合するモデルである。シミュレーションで提案モデルの有用性を示した。

(7) 正方分割表において、部分対称モデルを提案し、さらにそのモデルからの隔たりを測る尺度を提案した。

(8) 多元分割表において、2次周辺対称性からの隔たりを測る尺度を提案した。この尺度は、T元rカテゴリ分割表において、任意のrxr表に於いてエントロピーを用いた部分尺度を考え、(T-1)個のその重み付き平均により構成されている。

これらの研究成果は、従来の推定法、検定法、モデルの選択法などに加えて、モデルの提案、モデルの分解、尺度の提案などに基づく新しい分割表解析法を提案しており、本研究は大きな貢献をしているといえる。

(9) 順序カテゴリ正方分割表において、モデルの適合度を評価する際に、適合度検定統計量(たとえば、尤度比カイ2乗統計量)が用いられる。複数の分割表データに対して対称モデルの当てはまりが悪いとき、非対称性の程度を比較することに関心がある。適合度検定統計量を用いて、複数の分割表データに対して非対称性の程度を比較する際、非対称性の方向性を区別できない、という問題点がある。Tomizawa et al.(2001)は対称性からの隔たりを測る尺度を提案したが、非対称性

の方向性の区別はできない。一方, Tahata et al. (2010)は対称性からの隔たりを測る別な尺度を提案した。それは非対称性からの区別はできるが, 尺度最小値は対称構造と同値とならない。そこで, 本研究では, 両方の尺度を同時に考えたベクトル型尺度を提案した。この尺度により, 両者の問題点が解決された。

(10) 正方分割表において, 点対称性の拡張モデルを提案し, 点対称モデルの分解定理を導出した。

(11) 正方分割表において, 周辺オッズを用いての周辺同等性からの隔たりを測る尺度の改良版を提案した。

(12) 正方分割表において, 二重対称モデルの拡張モデルを提案し, 二重対称モデルの分解定理を導出した。

これらの研究成果は, 従来の推定法, 検定法, モデルの選択法などに加えて, モデルの提案, モデルの分解, 尺度の提案などに基づく新しい分割表解析法を提案している。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計14件)

Yamamoto, K., Shimada, F. and Tomizawa, S. (2015). Measure of departure from symmetry for the analysis of collapsed square contingency tables with ordered categories. *Journal of Applied Statistics*, Vol.42, pp.866-875. 査読有, <https://www.tandfonline.com/loi/cjas20>  
Saigusa, Y., Tahata, K. and Tomizawa, S. (2015). Orthogonal decomposition of symmetry model using ordinal quasi-symmetry model based on fdivergence for square contingency tables. *Statistics and Probability Letters*, Vol.101, pp.33-37. 査読有, <https://www.journals.elsevier.com/statistics-and-probability-letters/>  
Iki, K., Shibuya, A. and Tomizawa, S. (2015). Extended diagonal exponent symmetry model and its orthogonal decomposition in square contingency tables with ordered categories. *Open Journal of Statistics*, Vol.5, pp.262-272. 査読有, <https://www.scirp.org/journal/ojs/>  
Ando, S., Tahata, K. and Tomizawa, S. (2015). Measure of departure from generalized marginal homogeneity model for square contingency tables with ordered categories. *SUT Journal*

of Mathematics, Vol.51, pp.99-117. 査読有, <http://www.rs.tus.ac.jp/sutjmath/>  
Tahata, K. and Tomizawa, S. (2015). Ordinal quasi point-symmetry and decomposition of point-symmetry for cross-classifications. *Journal of Statistics; Advances in Theory and Applications*, Vol.14, pp.181-194. 査読有, <http://www.scientificadvances.co.in/content/4>

Saigusa, Y., Tahata, K. and Tomizawa, S. (2016). A measure of departure from second-order marginal symmetry for multi-way tables with nominal categories. *SUT Journal of Mathematics*, Vol.52, pp.1-19. 査読有, <http://www.rs.tus.ac.jp/sutjmath/>  
Iki, K., Shibuya, A. and Tomizawa, S. (2016). Diagonal exponent conditional symmetry model for square contingency tables with ordered categories. *International Journal of Statistics and Probability*, Vol.5, pp.38-44. 査読有, <http://www.ccsenet.org/journal/index.php/ijsp>

Yamamoto, K., Nakane, H. and Tomizawa, S. (2016). Symmetry model based on bivariate normal distribution for square contingency tables with ordered categories. *Journal of Statistics: Advances in Theory and Applications*, Vol.15, pp.71-84. 査読有, <http://www.scientificadvances.co.in/content/4>

Saigusa, Y., Tahata, K. and Tomizawa, S. (2016). Decomposition of point-symmetry using ordinal quasi point-symmetry for ordinal multi-way tables. *Open Journal of Statistics*, Vol.6, pp.381-386. 査読有, <https://www.scirp.org/journal/ojs/>  
Saigusa, Y., Tahata, K. and Tomizawa, S. (2016). Measure of departure from partial symmetry for square contingency tables. *Journal of Mathematics and Statistics*, Vol.12, pp.152-156. 査読有, <http://thescipub.com/journals/jmss>  
Ando, S., Tahata, K., and Tomizawa, S. (2017). Visualized measure vector of departure from symmetry for square contingency tables. *Statistics in*

Biopharmaceutical Reserch, Vol.9, pp.212-224. 査読有, <https://www.tandfonline.com/loi/usbr20>

Kurakami,H., Negishi,N., and Tomizawa,S. (2017). On decomposition of point-symmetry for square contingency tables with ordered categories. Journal of Statistics:Advances in Theory and Applications. Vol.17, pp.33-42. 査読有,

<http://www.scientificadvances.co.in/content/4>

Iki.K. and Tomizawa,S. (2017). Improved estimator of measure for marginal homogeneity using marginal odds in square contingency tables. Journal of Advanced Statistics, Vol. 2, pp.71-77. 査読有, <http://www.isaacpub.org/ArticleProcessingFees.aspx?ids=2>

Tahata,K., Maeda,R., and Tomizawa,S. (2017). Extended double asymmetry model and decomposition of double symmetry for square tables. SUT Journal of Mathematics, Vol.53, pp.89-105. 査読有, <http://www.rs.tus.ac.jp/sutjmath/>

〔学会発表〕(計 15 件)

三枝祐輔,田畑耕治,富澤貞男(2015年). 多元分割表における二次周辺対称性からの隔たりを測る尺度. 統計関連学会連合大会, 岡山大学 (岡山県岡山市).

須藤孝浩,生亀清貴,富澤貞男(2015年). 正方分割表における一般化周辺同等性と準対称性の構造をもつモデル. 日本数学会, 京都産業大学 (京都府京都市).

安藤宗司,田畑耕治,富澤貞男(2015年). 対称性に関するベクトル尺度を用いた正方分割表の解析. 日本計算機統計学会, 釧路市生涯学習センター (北海道釧路市).

前田良太郎,田畑耕治,富澤貞男(2016年). 順序カテゴリ正方分割表における拡張二重線形対角パラメータ対称モデルを用いた二重対称モデルの分解. 日本数学会, 筑波大学 (茨城県つくば市).

渋谷明,生亀清貴,富澤貞男(2016年). 順序カテゴリ正方分割表における対角指数条件付き対称モデル. 日本数学会, 筑

波大学 (茨城県つくば市).

三枝祐輔,田畑耕治,富澤貞男(2016年). On measure of second-order marginal symmetry for multi-way classifications. 日本計算機統計学会, ハートピア京都 (京都府京都市).

三枝祐輔,田畑耕治,富澤貞男(2016年). 多元分割表における線形準点対称モデルと点対称性の分解. 日本数学会, 関西大学 (大阪府吹田市).

生亀清貴,富澤貞男(2016年). 多変量確率密度関数の二重対称性と分解. 日本数学会, 関西大学 (大阪府吹田市).

岡田昌之,生亀清貴,富澤貞男(2016年). 正方分割表における拡張 2 変量 t 分布型対称モデル. 日本計算機統計学会, プラザヴェルデ (静岡県沼津市).

久保裕太郎,三枝祐輔,田畑耕治,富澤貞男(2017年). A measure from partial marginal homogeneity for square contingency tables. 日本数学会, 首都大学東京 (東京都八王子市).

中野弘,生亀清貴,富澤貞男(2017年). Directional measure for marginal homogeneity in square contingency tables. 統計関連学会, 南山大学 (愛知県名古屋市).

高見光広,三枝祐輔,石井晶,富澤貞男(2018年). 正方分割表における局所対称モデルからの隔たりを測る尺度. 日本数学会, 東京大学 (東京都渋谷区).

池澤友哉,生亀清貴,山本紘司,富澤貞男(2018年). 正方分割表における併合した 3x3 表を用いた点対称性からの隔たりを測る尺度. 日本数学会, 東京大学 (東京都渋谷区).

吉本拓矢,田畑耕治,生亀清貴,富澤貞男(2018年). 正方分割表における共分散対称モデルと対称モデルの分解. 日本数学会, 東京大学 (東京都渋谷区).

篠田覚，田畑耕治，山本紘司，富澤貞男  
(2018年)．順序カテゴリ正方分割表における非対称性に関する尺度の提案と臨床スコアへの適用．応用統計学会，統計数理研究所（東京都立川市）．

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.rs.noda.tus.ac.jp/~stomizaw/tomizawa/tom44.html>

6．研究組織

(1)研究代表者

富澤貞男 (TOMIZAWA Sadao)  
東京理科大学・理工学部・教授  
研究者番号：50188778

(2)研究分担者

( )

研究者番号：

(3)連携研究者

( )

研究者番号：

(4)研究協力者

( )