様　式　C－１９、F－１９－１、Z－１９　（共通）

科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成　２９　年　　６　月　２０　日現在

機関番号：　１３５０１
研究種目：　基盤研究(C)（一般）
研究期間：　2015～2016
課題番号：　１５Ｋ０５２０７

研究課題名（和文）量子開放系における〝情報″の流量と質の定量化に関する研究

研究課題名（英文）A Study on quantization of flow of "information" in open quantum systems

研究代表者
内山　智香子（UCHIYAMA, Chikako）

山梨大学・総合研究部・教授

研究者番号：３０２２１８０７

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,600,000円

研究成果の概要（和文）：本研究ではミラノ大のVacchini博士のグループとの共同研究をもとに、量子開放系においてやりとりされる“情報”の具体的特定とダイナミクスの定式化を行い、注目系と環境系の間の相互作用による、back action素過程の同定を行った。得られた定式化を、具体的にスピンーボソン系に適用し、energy backflowダイナミクスに対する系統的研究を行った。これにより、注目系と環境系の間の相互作用とenergy backflowの量との相関関係を詳細に同定することが可能となった。以上の結果を、Physical Review A, Vol. 93 (2016) 012118 (1-10)に発表した。

研究成果の概要（英文）：In this study, we obtained a formula to describe the dynamics of ``information” exchanged between the relevant system and environment in open quantum systems by considering that the energy quantum carry ``information”. The formula enables us to study on the energy flow dynamics, including the concrete process of back action. Applying the obtained formula to the spin-boson system, we clarified the dependence of the quantity of the energy backflow on the temperature of the environment and cut-off frequency of the spectral density of system-environment interaction. The obtained result is published as Physical Review A, Vol. 93 (2016) 012118 (1-10) under collaboration with Dr. Vacchini’s group in Univ. of Milan.

研究分野：　非平衡統計物理学

キーワード：　量子開放系　スピンーボソン系

１．研究開始当初の背景

近年の技術発展により、単調減衰で表すことのできない緩和現象(back action)が研究開始当初に報告され始めていた。この現象の背後には、注目系から環境系に流れ出た何らかの〝情報〟の一部が再度注目系に戻ってくる機構があり、この機構は注目系と環境系の相互作用の非マルコフ効果との関係があるのではないかと議論されていた。しかし、注目系と環境系間でやりとりされる〝情報〟の具体的同定およびその流量と質の定量化を行われていない状況にあった。

２．研究の目的

そこで本研究は、完全計数統計を用いることで、上記要請に答えうる尺度を提案し、スピン・ボソン系等に適用することにより、back action の成立条件探索を目的とした。もって、量子記憶効果における注目系と環境系の相互作用の役割を解明することを目指すこととした。その際に、最近、注目系の物理量の相関関数を用いて新たな back action の尺度(Non- Markovianity)を提案したミラノ大の Vacchini 博士のグループとの共同研究により、本課題の成果と、注目系の担う量子情報の増減に注目する従来の尺度との比較検討を行うこととした。

３．研究の方法

本研究では、注目系と環境系間でやりとりされる〝情報〟を担う物理量として、注目系と環境系の間でやりとりされるエネルギーを第一候補であるものとした。完全計数統計と呼ばれる手法を用いることにより、注目系と環境系の間のエネルギーの流量と質の両者を論ずることのできる尺度を探索することとした。完全係数統計とは、注目系と環境系の間でやり取りされる量子に対して、２時刻に於ける完全射影測定による観測値の差に対するキュムラントを求めることのできる、Esposito らによって開発された手法である[1]。２時刻間を t、観測値の差をΔq とするとき、Δqの確率分布は下記のように求められる。

$$P_t(\Delta q)=\sum_{q_t,q_0}\delta(\Delta q-(q_t-q_0))P[q_t,q_0]$$

ここで、 $P[q_t,q_0]$ は射影測定演算子 $\Pi_{q_t}=|q_t\rangle\langle q_t|$ を用いて次のように記述されている：

$$P[q_t,q_0]=\mathrm{Tr}_{S+E}\left\{\Pi_{q_t}U(t,0)\Pi_{q_0}\rho_{SE}(0)\Pi_{q_0}U^{\dagger}(t,0)\Pi_{q_t}\right\}$$

Δq の確率分布$P_t(\Delta q)$に対するキュムラントは、計数場と呼ばれる仮想変数 χ を用いて表される生成関数 $S_t(\chi)$ によって下記のように求められる。

$$\langle\Delta q^n\rangle_t=\left.\frac{\partial^n S_t(\chi)}{\partial(i\chi)^n}\right|_{\chi=0}$$

ここで、 $S_t(\chi)$ は次のように定義される。

$$S_t(\chi)=\ln\int_{-\infty}^{+\infty}d(\Delta q)P_t(\Delta q)e^{i\chi\Delta q}$$

上記の表式に対して、完全射影測定演算子の利用により、計数状況を考慮に入れた生成関数が Esposito らによって求められている[1]。

$$S_t(\chi)=\ln\mathrm{Tr}_S\{\rho^{\chi}(t)\}$$

研究代表者は[1]の研究を発展させ、計数場を取り込んだ密度行列に対しても射影演算子の援用により、time-convolutionless 型 master 方程式を求めていた [2]。注目系と環境系とが相関を持っていない初期条件に対しては、この master 方程式は、

$$\frac{d}{dt}\rho^{\chi}(t)=\Xi^{\chi}(t)\rho^{\chi}(t)$$

と求められる。ここで $\Xi^{\chi}(t)$ は、計数場導入により modify されたリウビル演算子

$$[\mathcal{H}_{\rm int}(t),B]_{\chi}\equiv\mathcal{H}_{\rm int}^{\chi}(t)B-B\mathcal{H}_{\rm int}^{-\chi}(t)$$

を用いて

$$\Xi^{\chi}(t)[\omega]=-i[\mathcal{H}_S,\omega]-\int_0^t d\tau\,\mathrm{Tr}_E[\mathcal{H}_{\rm int},[\mathcal{H}_{\rm int}(-\tau),\omega\otimes\rho_E(0)]_{\chi}]_{\chi}$$

と表される superoperator である。研究代表者は、さらに、上記の master 方程式の形式解を用いて、注目系と環境系の間でやり取りされる量子のダイナミクスを表す表式

$$\langle\Delta q\rangle_t=\int_0^t d\tau\,\theta(\tau)$$

を[2]で得ており、本研究課題では、この表式を用いた研究を進展させた。ここで、$\theta(t)$は時事刻々の流量を表している：

$$\theta(t)=\langle 1|\frac{\partial\Xi^{\chi}(t)}{\partial(i\chi)}|\rho(t)\rangle|_{\chi=0}$$

この表式により、注目系と環境系の相互作用の非マルコフ効果を含めたやり取りを記述することが可能となった。

＜引用文献＞

[1] M.Esposito, U. Harbola and S. Mukamel, Rev. Mod. Phys. 1665 (2009).

[2] C. Uchiyama, Phys. Rev. E,　Vol. 89 (2014), 052108 .

４．研究成果

本研究では、3.で得られた表式をもとに、注目系と環境系の間のエネルギーの流量と質の両者を論ずることのできる尺度提案を行った。具体的には、前節で述べた、時事刻々の流量を表す$\theta(t)$に注目することとした。この流量は符号込みで定義されており、エネルギーが注目系から環境系に流れ出す場合が正の符号となるように設定されている。つまり、

$$\theta(t) < 0$$

となる時間帯は、環境系から注目系へエネルギーが逆流(backflow)していることとなる。本研究では、この特性に着目し、すべての時間帯にわたってのエネルギー逆流の積算量を back action の尺度として提案することとした：

$$\langle \Delta q \rangle_{\mathrm{back}} = \max_{\rho_S(0)} \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} dt [|\theta(t)| - \theta(t)]$$

この尺度を、スピン・ボソン系に適用し、back action 成立条件の探索を行った。具体的には、1/2 スピンと無限個のボソンで構成される環境系が横方向の相互作用を行っている場合を考えた。この系に対する superoperator は、下記のように求めることができた。

$$\Xi^{\chi}(t) = -\int_0^t d\tau \begin{pmatrix} V_+(\tau) & 0 & 0 & W_+^{\chi}(\tau) \\ 0 & Y_+(\tau) & Z_+^{\chi} & 0 \\ 0 & Z_-^{\chi}(\tau) & Y_-(\tau) & 0 \\ W_-^{\chi}(\tau) & 0 & 0 & V_-(\tau) \end{pmatrix}$$

ここで各行列要素は、環境系の演算子 B_E に対する相関関数

$$\Phi(\tau) = \mathrm{Tr}_E\{B_E B_E(-\tau)\rho_E\}$$

を用いて、次のように定義されている。

$$V_\pm(\tau) = \Phi(\tau)e^{\mp i\omega_0\tau} + \Phi(-\tau)e^{\pm i\omega_0\tau},$$
$$W_\pm^{\chi}(\tau) = -[\Phi(\tau-\chi)e^{\pm i\omega_0\tau} + \Phi(-\tau-\chi)e^{\mp i\omega_0\tau}],$$
$$Y_\pm(\tau) = 2\mathrm{Re}[\Phi(\tau)]e^{\mp i\omega_0\tau},$$
$$Z_\pm^{\chi}(\tau) = -[\Phi(\tau-\chi) + \Phi(-\tau-\chi)]e^{\pm i\omega_0\tau}.$$

以上により、注目系と環境系のエネルギーのやりとりに対して、非マルコフ効果を取り込んだ表式を得ることができた。そこでこの系に対して、back action 尺度を用いてその成立条件を明らかにすることとした。その際に、注目系と環境系の相互作用のスペクトル密度を次のような Ohmic 型とした。

$$J(\omega) = \lambda\omega e^{-\frac{\omega}{\Omega}}$$

ここで、 λ は相互作用の強さ、 Ω は cut-off 周波数を表す。この場合、環境系の相関関数$\Phi(\tau)$は次のように解析的に求めることができることがわかった：

ここで、$D_1(\tau)$と$D_2(\tau)$は、オイラーガンマ関数の微分$\psi'(z)$を用いて、下記のように求められている。

以上の表式に対して数値計算を行い、back action の

$$D_1(\tau) = 2\lambda\left(\Omega^2\frac{(\Omega\tau)^2-1}{[1+(\Omega\tau)^2]^2} + 2T_E^2\mathrm{Re}\left\{\psi'\left[\frac{T_E(1+i\Omega\tau)}{\Omega}\right]\right\}\right)$$
$$D_2(\tau) = 2\int_0^{+\infty} d\omega J(\omega)\sin(\omega\tau) = \frac{4\lambda\Omega^3\tau}{[1+(\Omega\tau)^2]^2}$$

様相を調べることとした。1/2 スピンの Larmor 振動数ω_0をスケール尺度として、$\Omega = 0.4\,\omega_0$、$\lambda = 0.1$、とし、さらに 1/2 スピンの初期分布を表す実効温度を$T_S = 5\,\omega_0$とした時、環境系の温度を$T_E/\omega_0 = 1, 3, 5$と変化させた時のエネルギー流量の時間変化は下記の図１のように得られた。

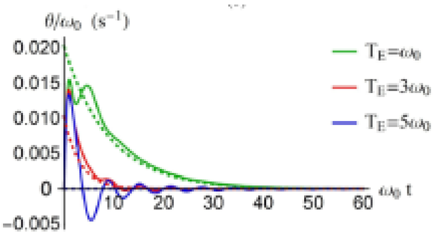

図１：エネルギー流量の時間変化の一例。

図１には、上記で得られた非マルコフ効果を取り込んだ結果を実線で示すとともに、環境系の相関時間が非常に短いと仮定したマルコフ近似の結果を点線で示してある。全体として、非マルコフ効果とマルコフ近似に違いは短時間領域で顕著であることが分かった。また、エネルギー逆流は、環境系の温度と注目している 1/2 スピン系の初期実効温度が等しい場合に最大となることが判明した。これは、マクロな系に対する熱力学的経験則に反する結果となっている。しかし、非マルコフ効果が短時間領域での可逆性を記述していることを鑑みれば、これは尤もな結果である。また、上記数値計算より、マルコフ近似（図１の青点線）は、熱力学的経験則に基づく直感的理解を記述しているものであることが判明した。

以上の準備を行った上で、本研究で提案した、back action 尺度をもとにその成立条件を調べた。その際に、注目している 1/2 スピン系の初期実効温度は、環境系の温度と等しいものとした。この初期条件に対して、環境系の温度と相互作用のスペクトル密度の cut-off 周波数に対する依存性を調べたところ、図２のような結果が得られた。

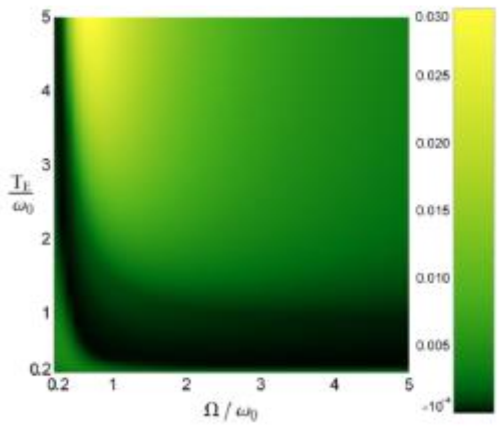

図２:エネルギー逆流量の温度と cut-off 周波数に対する依存性

図２より、この依存性は単調ではなく、環境系の温度と cut-off 周波数の兼ね合わせによって決定されることがわかる。これより、このスピン・ボソン系における back action の成立条件は、環境系の温度が高く、cut-off 周波数の比較的小さい場合であると特定することができた。また、この非単調なパラメータ依存性の物理的原因は、環境系の相関関数の振る舞いによって説明できることが判明した。つまり、環境系の相関関数の実部$D_1(\tau)$と虚部$D_2(\tau)$のパラメータ依存性より下記のことが明らかとなった。

（1） 環境系の温度の増加に伴い、エネルギー逆流量が増加する原因は、実部$D_1(\tau)$の振幅の増加にあること。

（2） cut-off 周波数の増加に伴って、エネルギー逆流量が減少する原因は、実部$D_1(\tau)$の環境系の相関時間の減少にあること。

以上より、本研究では、当初の目的であった、注目系と環境系間でやりとりされる〝情報〞の具体的同定を行った上で、完全計数統計を用いることで、〝情報〞の流量と質の定量化尺度を提案し、スピン・ボソン系等に適用することにより、back action の成立条件探索を行った。これにより、量子記憶効果における注目系と環境系の相互作用の役割を解明することができた。

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕（計　５件）

① G. Guarnieri, C. Uchiyama and B. Vacchini, Energy backflow and non-Markovian dynamics, Physical Review A, 査読有, vol.93 (2016) 012118(1-10). DOI:https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.012118

② K. Yamamoto, O. Entin-Wohlman, A. Aharony and N. Hatano, Efficiency bounds on thermoelectric transport in magnetic fields: The role of inelastic processes, Phys. Rev. B, 査読有, vol.94 (2016) 121402(R). DOI:https://doi.org/10.1103/PhysRevB.94.121402

③ C. Uchiyama, Dynamics of quantum tomography in an open system, Physica Scripta, 査読有, vol.90 (2015), 07064(1-10). DOI:https://doi.org/10.1088/0031-8949/90/7/074064

④ S.Garmon, M. Gianfreda, and N. Hatano, Bound states, scattering state, and resonant states in PT-symmetric open quantum systems, Physical Review A, 査読有, vol.92 (2015) 22125 (1-23). DOI:https://doi.org/10.1103/PhysRevA.92.022125

⑤ K. Yamamoto, and N. Hatano, Thermodynamics of the mesoscopic thermoelectric heat engine beyond the linear-response regime, Physical Review E., 査読有, vol.92 (2015) 042165(1-7). DOI:https://doi.org/10.1103/PhysRevE.92.042165

〔学会発表〕（計　７件）

① 山本薫、O. Entin-Wohlman, A. Aharony and 羽田野直道, Efficiency bounds on thermoelectric transport in magnetic fields: The role of inelastic processes, Fifth Conference on Quantum Theormodynamics, 2017.3.14, Oxford（イギリス）

② 今澤舜、橋本一成、内山智香子、環境の影響下におけるエネルギー伝送ダイナミクス、日本物理学会、2016.9.14、金沢大学（石川県・金沢市）

③ K. Yamamoto, and N. Hatano, The non-linear Onsager Relations between Heat and Prticle Currents in Mesoscopic Thermoelectric Engines, International Symposium on Fluctuation and Structure out of Equilibrium 2015（国際学会）, 2015.8.22, 京都大学紫蘭会館稲盛ホール（京都府・京都市）

④ N. Hatano, Two methods of numerically computing the inverse localization length in one dimension, Quantum (and Classical Physics with Non-Hermitian Operators (PHHQP13)招待講演（国際学会） 2015.7.4, Israel Institute for Advanced Studies（イスラエル・エルサレム）

⑤ K. Yamamoto, and N. Hatano, Thermodynamics of the mesoscopic steady-state heat engine beyond the linear-response regime, New Perspectives in Spintronics and Mesoscopic Physics（国際学会） 2015.6.11, 東京大学物性研究所（東京都・目黒区）

⑥ C. Uchiyama, Non-adiabatic effect on the quantum heat flux control, International symposium in Foundation of Quantum Transport in Nano Science 招待講演（国際学会）2015.5.18, 山梨大学（山梨県・甲府市）

⑦ N. Hatano and G. Ordonez, Arrow of Time in Quantum Mechanics, International symposium in Foundation of Quantum Transport in Nano Science 招待講演（国際学会）2015.5.18, 山梨大学（山梨県・甲府市）

〔その他〕
ホームページ等
http://www.ccn.yamanashi.ac.jp/~hchikako/
http://www.openqsys.yamanashi.ac.jp/index.html

６．研究組織
(1)研究代表者
内山智香子（UCHIYAMA, Chikako）
山梨大学・総合研究部・教授
研究者番号：30221807

(2)研究分担者
羽田野直道（HATANO, Naomichi）
東京大学・生産技術研究所・准教授
研究者番号：70251402

(3)研究協力者
Tomio Petrosky
テキサス大学・上級研究員
Bassano Vacchini
ミラノ大学・准教授
Stefano Olivieras
ミラノ大学・准教授
Giacomo Guarnieri
ミラノ大学・博士課程２年