

令和元年6月22日現在

機関番号：34310

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K05219

研究課題名(和文) 歳差回転する球および楕円体内流れの精密解析

研究課題名(英文) Detailed Analysis of the Flow in a Precessing Sphere and Spheroid

研究代表者

木田 重雄 (Kida, Shigeo)

同志社大学・研究開発推進機構・嘱託研究員

研究者番号：70093234

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：歳差回転する球および回転楕円体の内部の定常流の構造とその線形安定性を理論解析および数値解析により調べた。球の場合、流れの特性を決めるポアンカレ数とレイノルズ数の値の全範囲に渡って定常流の安定臨界曲線を求めた。この漸近枝は、既存の室内実験や数値シミュレーションの結果と極めてよく一致している。次に、回転楕円体の場合、楕円体の長短半径比が流れの支配パラメータに加わる。任意の半径比に対して、レイノルズ数が大きく、ポアンカレ数が小さな極限における定常流の構造を解析的に求めた。この極限における定常流の安定臨界曲線は、すでに実験で観測されているが、そのべき法則を解析解の線形安定性より導出した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

最もシンプルな形状(球と楕円体)の容器の内部で最もシンプルな運動(2軸まわりの定角速度回転、すなわち歳差運動)によって駆動される流れは、閉領域系で実現する最も基本的で重要な非自明の流れ(流体力学の規準系)のひとつである。本研究は、その最も基本的な特性(定常流の構造と安定性)を明らかにしたもので、地球など回転する天体の内部構造や混合器、乱流発生装置などの研究に有用な基礎的知見を与えると期待している。

研究成果の概要(英文)：The structure and stability of the steady flow in a precessing sphere and spheroid were studied by the linear stability theory, the asymptotic analysis and numerical simulation. For a sphere, the stability curve for the steady flow was determined over the whole range of the Poincare and the Reynolds numbers. The asymptotes of this curve agree excellently with the results of corresponding laboratory and numerical experiments. As for a spheroid, the structure of the steady flow was derived analytically in the large Reynolds number and small Poincare number limit for arbitrary values of the aspect ratio. The stability analysis of the steady flow showed the same power law as observed by laboratory experiments.

研究分野：流体物理学

キーワード：歳差 回転球 回転楕円体 安定性

1. 研究開始当初の背景

最もシンプルな3次元形状（球）の内部で最もシンプルな運動（2軸まわりの定角速度回転）によって駆動される流れ—歳差回転する球の内部流—は閉領域系で実現する最も基本的で重要な非自明の流れのひとつである。歳差回転する球や楕円体内流れは、地球など回転する天体のモデルとして、あるいはそれ自体流体力学の規準系のひとつとして、従来から多くの研究がなされてきており、境界層の特異性や不安定性、慣性波の干渉、磁場の生成維持機構、等々、多くの現象が解明されてきているが、本研究の開始当初は、もっとも基本的といえる定常流の構造とその安定特性が体系的に整理されていなかった。

2. 研究の目的

上述のように、歳差回転球や楕円体は、閉領域系でありかつシンプルな駆動機構の故に、制御不能なノイズが極端に少なく再現性のよい実験ができる。また境界の形がシンプルな故に、スペクトル法による高精度の数値シミュレーションが可能であり、かつ理論解析（特に漸近解析）による流れの具体的な数式表現を与えることができる。すなわち、歳差回転球や楕円体内流は、研究の代表的な3つのアプローチ（理論、実験、数値シミュレーション）を高精度で実行することができる類まれな流れの例であり、これら3つのアプローチの結果を相互に比較し、あるいは互いに補い合せて、歳差回転する球（および楕円体）内部の流れを高精度で精密に解析しその構造や安定性を解明することが本研究の目的である。

3. 研究の方法

歳差回転球内部の流れの特性は、2つの無次元パラメータ、ポアンカレ数（歳差角速度と自転角速度の比）とレイノルズ数（自転角速度、球の半径、流体の動粘性係数を用いて定義）で決定される。また、回転楕円体の場合は、これらに楕円体のアスペクト比が加わる。これらの支配パラメータの値の全領域にわたって、定常流の構造と安定性を理論解析および数値シミュレーションと可視化解析によって調べる。パラメータの値が有限の場合は後者で、またそれらが極端に大きい小さい場合は前者で解析するのが基本である。数値シミュレーションと可視化解析は、京都大学基礎物理学研究所のスーパーコンピュータと手元のパソコンで実行する。理論解析は、接合漸近展開法や線形安定性理論などの方法を用いる。

4. 研究成果

(1) 歳差回転球の定常流の安定性

歳差回転球内部の流れ特性を支配するパラメータは、ポアンカレ数 Po とレイノルズ数 Re の2つである。これら2つのパラメータ空間の全領域にわたって、定常流の線形安定性の臨界曲線を、有限のレイノルズ数（最大1万程度）に対して直接数値シミュレーションで求めた。別途、レイノルズ数が極めて大きい場合に対しては漸近解析によって臨界曲線の漸近枝を求め、両者を合わせて、パラメータ空間における臨界曲線の全貌を明らかにした（図1）。この漸近枝は、既存の室内実験や数値シミュレーションによる観測データときわめてよく一致している。

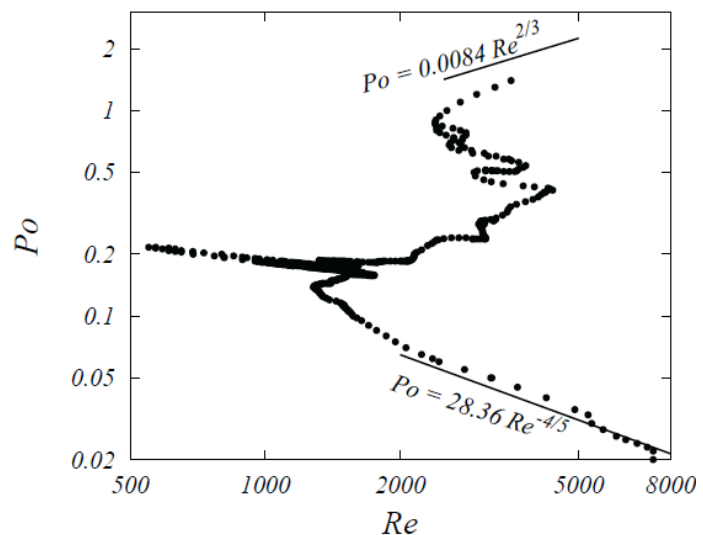


図1. 定常流の安定境界.

(2) ヘリシティの不規則反転

この安定臨界曲線（図1）は異なる不安定モードが与える複数の分岐曲線から成り立っている。臨界曲線の近傍の不安定側では、流れは一般に周期的な時間変動を示す。ところが、臨界曲線のある部分では、流れの3つの空間積分量、エネルギー E （速度の自乗の体積平均）、エンストロフィー Q （渦度の自乗の体積平均）、およびヘリシティ H （速度と渦度の内積の体積平均）の絶対値、の時間変動はほぼ周期的であるが、このうちヘリシティはほぼ一定の周期ごとにランダムに符号を変えるという興味深い現象を発見した（図2）。流体系においては、これまで、乱流状態における不規則反転現象はしばしば観察されているが、層流状態における不規則反転現象は、筆者の知る限り、本研究が初めてである。図2は、ヘリシティが確かに不規則反転をしていることを示す再帰マップである。詳細な解析を行った結果、流れが2つの特別な

状態（ひとつは不安定な定常状態、もうひとつは準定常（増幅率極小）状態）の近傍を往復していることがわかった。

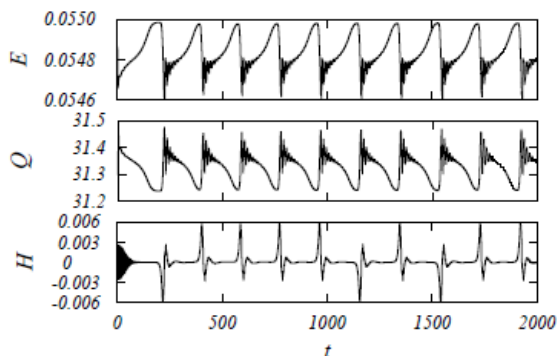


図2. エネルギー (E)、エンストロフィー (Q) およびヘリシティ (H) の時間変化。
 $Po=0.165$ 、 $Re=1550$ 。

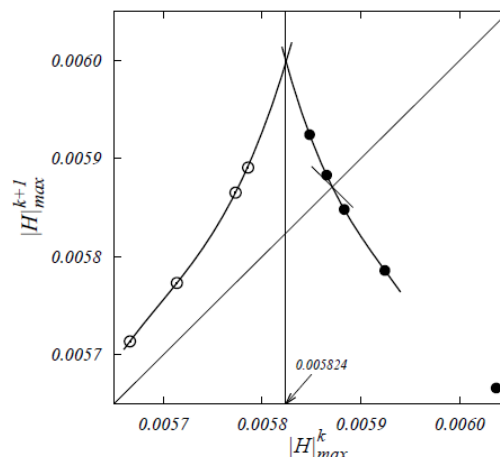


図3. $|H|$ の極大値の再帰マップ。
 $Po=0.165$ 、 $Re=1550$ 。

(3) 歳差回転球内流れの定常流の構造 — 強自転強歳差極限

この極限では、球面のほぼ全面に渡って球面に沿う薄い境界層（厚さ $0(\delta)$ ）が現れる。ここに、 $\delta=(Re Po)^{-1/2}$ で、 Re はレイノルズ数、 Po ($\gg 1$) はポアンカレ数である。境界層以外の球内部はほぼ静止しており、球の自転による球面での角速度一定の流れは境界層内で減速し境界層外縁でほぼ静止する。ところが、この境界層の厚さは、球面の場所ごとに異なり、歳差軸に垂直な大円に近づくにつれてますます大きくなる。実際、この大円上では境界層近似に現れる境界層厚さが無限大に発散してしまう。この大円近傍では新たなスケーリング則が成り立ち、動径方向に $0(\delta^{4/5})$ 、緯度方向に $0(\delta^{2/5})$ で経度方向に細長く伸びた1対の渦（臨界帯渦）が現れる。そしてその構造が閉流線面（閉流線の集合）で具体的に表されることを漸近解析によって示した（図4）。

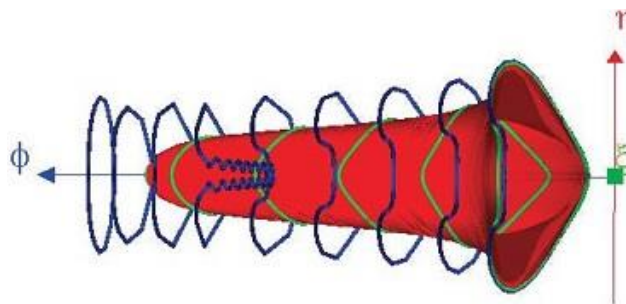


図4. 臨界帯渦

(4) 歳差回転球の定常流の安定性

流れの線形安定性解析により、この臨界帯渦（図4）は歳差が強い場合の定常流の不安定性の源であることを明らかにした。定常流の安定境界線の漸近枝は、 $Po=28.36Re^{-4/5}$ ($Po \ll Re^{-1/2} \ll 1$) でと表され、対応する室内実験や数値シミュレーションの結果とよく一致している（図5）。

(5) 歳差回転楕円体の定常流

歳差回転楕円体の場合、流れの特性を表すパラメータは、上記のレイノルズ数とポアンカレ数に回転楕円体のアスペクト比が加わる。任意のアスペクト比に対して、レイノルズ数が大きく、ポアンカレ数が小さな極限における定常流の構造を解析的に求めた、回転楕円体とともに回転する座標系で見れば、流れ構造は、回転楕円体の表面に沿う薄い境界層とそれ以外の非粘性領域に分かれる。非粘性領域における速度場と圧力場は、アスペクト比によって定まる次数をもつルジャンドル多項式の組み合わせで表される。回転楕円体の定常流のこの極限における安定性の臨界線は、すでに実験的に観測されているが、そのベキ法則をわれわれの解析解の線形安定性より導出した。

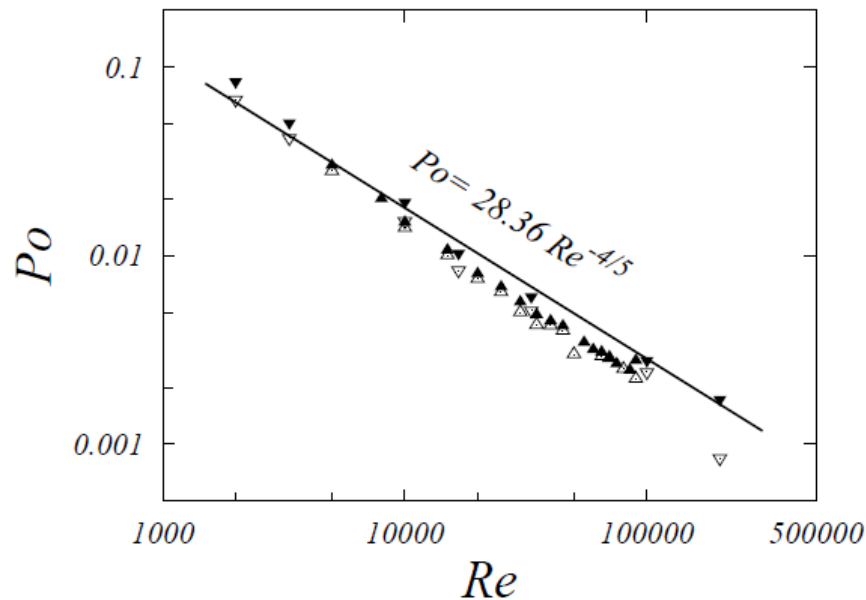


図5. 定常流の安定曲線の漸近枝. 上向き三角は室内実験、
下向き三角は数値シミュレーションの結果である。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 1 件)

- ① Shigeo Kida, Steady flow in a rotating sphere with strong precession, Fluid Dynamics Research, 査読有, vol. 50, 2018, pp. 1--31.

[学会発表] (計 16 件)

- ① 木田重雄, 歳差回転球内流れの線形安定性—強自転弱歳差極限—, 日本物理学会第74回
年次大会, 2019年。
- ② Shigeo Kida, Instability by weak precession of the flow in a rapidly rotating sphere,
International Conference on Fluid Dynamics (ICFD 2019), 2019年。
- ③ 木田重雄, 歳差回転楕円体内の定常流, 日本流体力学学会年会 2018, 2018年。
- ④ Shigeo Kida, Critical-band vortex in a strongly precessing sphere. IUTAM symposium
on Dynamics and Topology of Vorticity and Vortices, 2017年。
- ⑤ Shigeo Kida, Chaotic returns between two unstable steady states of flow in a
precessing sphere. 16th European Turbulence Conference, 2017年。
- ⑥ 木田重雄, 歳差回転球内流れ, 第54回日本航空学会関西・中部支部合同秋期大会, 2017
年。
- ⑦ Shigeo Kida, Random reversals of helicity in the flow driven by a precessing sphere.
IUTAM symposium on helicity, structures and singularity in fluid and plasma dynamics,
2016年。
- ⑧ Shigeo Kida, Random reversals of helicity of the flow in a precessing sphere.
International workshop on theoretical aspects of nearwall turbulence studies, 2016
年。
- ⑨ 木田重雄, 歳差回転球の臨界帯渦の構造, 第44回可視化情報シンポジウム, 2016年。
- ⑩ Shigeo Kida, Flow instability in a precessing sphere. 24th International congress
of theoretical and applied mechanics, 2016年。
- ⑪ 木田重雄, 歳差回転球内流れの定常流—強歳差の極限, 日本物理学会2016年秋季大会,
2016年。
- ⑫ 木田重雄, 歳差回転球内流れの構造とヘリシティの不規則反転, 日本流体力学学会年会20
16, 2016年。
- ⑬ Shigeo Kida, Boundary-layer-flow instability in a rapidly rotating and strong
precessing sphere. 15th European Turbulence Conference, 2015年。
- ⑭ Shigeo Kida, Stability of steady flow in a precessing sphere. JJ70 Conference,
2015年。
- ⑮ 木田重雄, 歳差回転球内流れの定常流—強歳差の極限, 日本流体力学学会年会2015, 2015
年。
- ⑯ 木田重雄, 臨界帯方程式の数値解法, 第29回数値流体力学シンポジウム, 2015年。