

令和元年6月19日現在

機関番号：82108

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K05224

研究課題名(和文) 波動関数のトポロジーで探索する保護されたトポロジカル相

研究課題名(英文) Probing topological phases through the global properties of their wave functions

研究代表者

田中 秋広 (Tanaka, Akihiro)

国立研究開発法人物質・材料研究機構・国際ナノアーキテクトニクス研究拠点・グループリーダー

研究者番号：10354143

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,000,000円

研究成果の概要(和文)：対称性によって保護されたトポロジカル相をはじめ、多くのトポロジカル物質相は、試料表面に生じるギャップレスの局在状態によって特徴付けることが可能である。本課題は、トポロジカル項を含む低エネルギー有効作用と虚時間形式の経路積分を用いると、時間軸の終端においても同様の表面効果が出現し、基底状態の持つ量子秩序(エンタングルメント)を支配することを示した。このアプローチを(1)エンタングルメントスペクトル(2)strange correlatorという、トポロジカル物質相の指標として提案されている物理量の解析へと応用し、最近注目されているLieb-Schultz-Mattisの定理との関係も解明した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

トポロジカル絶縁体や、その先駆けに当たる量子スピン鎖のハルデーン状態は、系の端や境界に特徴的なギャップレス状態が現れることが広く知られる。本課題では同様の「表面効果」が空間方向のみならず時間方向にも表れ、基底状態の波動関数を支配することを示した。最も直近の成果としては、基底状態近傍の励起状態も同様に構成できること(エネルギーギャップの有無、トポロジカル秩序の有無の問題と直結)が判明した。具体的には量子スピン系や時間反転対称性なトポロジカル絶縁体を対象としたが、スキームは原理的にはより広範な問題へと適用できるものであり、場の理論的に基づく有効なアプローチとして一定の意義があるものと考えられる。

研究成果の概要(英文)：A large number of topological phases of matter exhibit a characteristic surface effect: the emergence of a gapless and protected surface state. Here we have demonstrated that by starting with low-energy effective theories featuring a topological term and utilizing the imaginary-time path-integral framework, we encounter a closely related surface effect which takes place at the time slice situated at the terminal point of the imaginary time evolution. This surface effect induces a topological phase factor into the ground state wave function, which in turn governs the global behavior of the system. We successfully applied this "temporal bulk-boundary correspondence" to (1) the evaluation of the entanglement spectrum (2) the evaluation of the so-called strange correlator first suggested by C.-K. Xu's group (3) a field-theory version of the Lieb-Schultz-Mattis argument.

研究分野：物性物理学

キーワード：トポロジカル物質相 波動関数の大域挙動 トポロジカル作用項 量子数の分数化 Lieb-Schultz-Mattisの方法

様式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

トポロジカル絶縁体/超伝導体やワイル半金属などの発見により、トポロジカル物質相の研究は物性科学のみならず、高エネルギー物理学の研究者も巻き込んだ一大研究分野となってきた。自由電子系の形成するトポロジカル相の分類に続き、相互作用のある系の分類が一つの重要な課題となった。このため、K理論やグループコホモロジーをはじめとした高度に数学的な研究手法が頻出するようになり、物性研究者の多くには最前線の理論研究で用いられるロジックが分かり易い状況になかったと思われる。

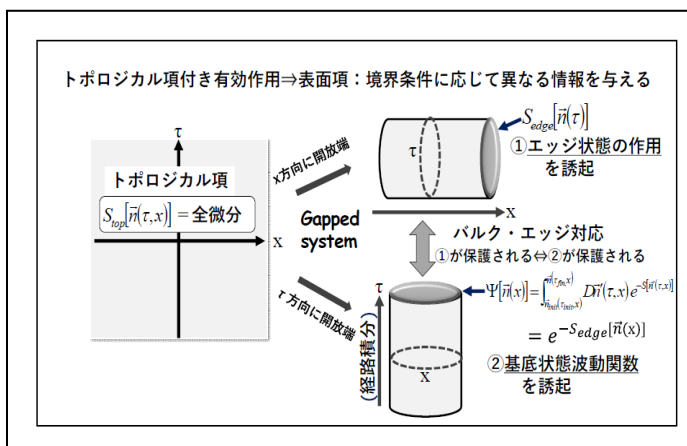
2. 研究の目的

本研究は、分数量子ホール効果や量子スピン系の Haldane ギャップなど、1980 年代以降のトポロジカル量子効果の研究において一定の役割を果たしてきた「有効的場の理論」の方法を、現在関心の高まっているトポロジカル物質相、特に対称性によって保護されたトポロジカル相 (SPT 相) の特定や、その量子エンタングルメントの様子を調べるために利用する試みである。このためには従来は主に統計力学的挙動の研究手段となっていた有効的場の理論を、基底状態の持つ大域的な情報 (トポロジカル秩序) の解析に応用することが必要となる。これが原理的に可能かという問い自体、決して自明なものではないと考えるが、成功すればトポロジカル物質相の特徴を捉えるうえで、より物理的な理解に資する可能性がある。

3. 研究の方法

上述の場の理論の大きな特徴は、有効作用に含まれる「トポロジカル項」にある。Haldane gap 系の有効作用として良く知られる非線形シグマ模型の場合、これに該当するのが θ 項である。近年、C.-K. Xu の UCSB グループや、森本、古崎、Mudry の研究などから広範な相関係のトポロジカル相も、なんらかのターゲット多様体上に値を取る非線形シグマ模型に帰着できることが知られ、 θ 項がそのユニバーサリティーを決定する役割を担う。そこで研究対象として基本的にはこの模型を念頭に置く。但し以の手法は、例えばトポロジカル絶縁体の電磁応答に関する有効ゲージ理論である U(1) アクション作用へも容易に一般化することが可能である。

基本的な着想は次の通りである。量子力学によれば適当な初期状態を虚時間方向に発展させると、系は十分な時間を経て基底状態へ射影される。低エネルギー有効作用が与えられている場合、この時間発展は虚時間形式の経路積分によって形式的に実行される。ここで θ 項をはじめ典型的なトポロジカル項が完全微分であることに注目すると、**虚時間軸の終端のタイムスライスに作用の表面項**が誘起される。 θ 項は虚時間形式では純虚数であるため、基底状態の波動関数には θ 項由来の位相因子がもたらされる。



これは、トポロジカル物質 (主に対称性に保護されたトポロジカル状態、以下 SPT) が試料の表面に特徴的なギャップレス状態を形成するという良く知られた性質と表裏一体の関係を成すと言える。なぜなら、SPT 相の表面状態は上述と同一の作用 (トポロジカル項) が系の空間的な端に誘起する表面項によって記述され、左図のようにこれら二つの表面効果は全く同じ起源をもつと理解できるからである。これはいわゆる「バルク・エッジ対応」の原理に対する自然な描像を与える。表面状態はトポロジカル物質相に特有の量子秩序の現れと考えられるが、以上の考察からは、基底状態波動関数の位相因子も同じ情報を担うと感ずるのが自然であろう。そこでこれを用いてトポロジカル物質相を特徴づける量子エンタングルメントの様子を演繹することを試みた。

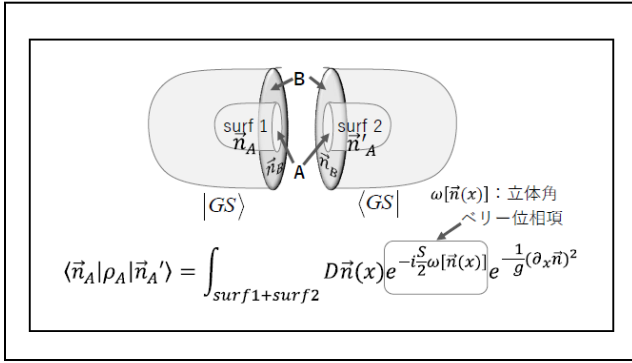
4. 研究成果

上記のように、作用のトポロジカル項は、波動関数の中に位相因子という形でその情報を転写する。ただし波動関数の位相はゲージ自由度であり、通常は位相変換で消し去ることができるため、物理的な帰結に結び付けるためには一定の工夫が必要となる。

(1) エンタングルメントスペクトル (EL) への応用

ES は、全系を A, B の二つの部分系に分解して、密度行列を B に関しての部分トレースを取るこ

とによって得られる縮約密度行列を仮想的な「エンタングルメントハミルトニアン」について



のボルツマン因子とみなし、そのエネルギー固有値を求めたものである。Li-Haldane によると ES は試料の表面状態のエネルギー固有値を再現し、また SPT 相においては各固有値は偶数重に縮退するとされる。本課題のプログラムに沿って、ハルデーギャップ系の有効作用である θ 項付きの 1+1 次元 0(3) 非線形シグマ模型を用いてこの問題を扱った (ギャップのある系を追う低してスピン量子数は整数とする)。純粋状態の密度行列を構成するケットとブラの状態ベクトルは虚時間を

逆方向に発展する。B についての部分トレースを取ると、残る部分系 A の縮約密度行列から見た時空は図のように閉じた多様体 (surf1+surf2) をなす。その結果、元の有効作用の θ 項に由来する位相因子を用いると、縮約密度行列の行列要素はちょうど、磁気単極子を中心に据えた球面上を運動する荷電粒子の分配関数と同じ表式となる。このことから ES は Yang-Wu のモノポール調和関数で表され、スピン量子数が奇数の場合は偶数重に縮退し、偶数スピンの場合は奇数重縮退となる。

これは AKLT 波動関数に関する解析と一致する。さらに前述の分配関数はハルデーギャップ相のスピン鎖の端に現れる局在分数スピンのものと一致し、Li-Haldane の主張を自然に再現している。なお我々はまた、同じ手続きを磁場中反強磁性体の磁化プラトー状態にも適用することにより、磁化プラトー状態が SPT となるための条件を特定した。

(2) Strange correlator (SC) への応用

通常、物理量 (オブザーバブル) の期待値において、波動関数に含まれる位相因子は (ブラ、ケットの両状態ベクトル間の相殺により) 効かない。そこで C.-K. Xu のグループはトポロジカル相 (の候補状態) のケットベクトルと自明な相のブラベクトルの間で、場の二点積の演算子を挟んで計算し、それが長距離相関またはベキ相関を示す場合は SPT 相とみなせると提案した。この相関関数を SC と呼ぶ。我々は、容易面異方性のあるハルデーギャップ系の有効作用について、本課題の方法で SC を評価して、前述の ES の計算と整合する結果 (スピン量子数の偶奇による SPT 相の有無) を得た。SC の振る舞いも AKLT 波動関数を用いた結果と良く合うことを確認した。ただし、容易面異方性を取り外して 0(3) 対称性を回復させると SC がスピンの偶奇による違いを識別しないことも分かり、この量が常にトポロジカル相を判別するものではないことも明らかになった。

(3) AKLT 波動関数との関係

ハルデーギャップ系における AKLT 波動関数は、分数量子ホール効果におけるラフリン波動関数と同様の地位を占め、この相の状態を表すひな形の波動関数と言える。我々は AKLT 波動関数に対して半古典的な取扱 (波動関数の Schwinger boson 表示に対する 1/S 展開の主要項を採用) を行い、連続体近似で、上で述べてきた θ 項由来の位相因子を再現できることを確認した。更にこの解析を四角格子上の二次元 AKLT 状態へも拡張し、モノポール励起によるベリー位相作用 (Haldane, Read-Sachdev, Fradkin-Kivelson が導出) との関係性を明らかにした。

(4) Lieb-Schulz-Mattis (LSM) のアプローチへの応用

LSM 定理とその押川による高次元への拡張は近年、トポロジカル物質相の分類・同定において有力な道具となることが分かってきた。我々は、 θ 項付きの非線形シグマ模型を正準形式で書くと荷電粒子のハミルトニアンと形式的な類似を示すことを利用して、押川による LSM 定理の一般化の議論を適用できることを示した。他の系への応用についても今後研究する価値があると考えている。

(5) 4 元数を用いた高次元 SPT 相の記述

0(3) 非線形シグマ模型は CP₁ (複素射影) スピノールを用いて一種のゲージ理論として表現できることが良く知られる。我々は本課題の研究過程で、二次元・三次元 SPT 状態の有効作用とししばしば用いられるトポロジカル項付きの 0(5) シグマ模型が、4 元数射影 (HP₁) スピノール表示において、 θ 項や Chern-Simons 項を持った模型として記述できることを見出した。後者の表示は以前 Demler-Zhang によって研究されたが、実際の物性系との結びつきは明らかにされておらず、今後トポロジカル物質相の解析において有な数学的な道具となることが期待できる。

〔雑誌論文〕 (計 3 件)

①S. Takayoshi, P. Pujol and A. Tanaka,

Field theory of symmetry-protected valence bond solid states in (2+1) dimensions,
Phys. Rev. B 94 (2016) 235159-1~19 (査読あり)

②K.-S. Kim and A. Tanaka,

Emergent gauge fields and their nonperturbative effects in correlated electrons,
Mod. Phys. Lett. B 29 (2015) 1540054-1~65 (査読あり)

③S. Takayoshi, K. Totsuka and A. Tanaka,

Symmetry-protected topological order in magnetization plateau states of quantum spin
chains, Physical Review B 91 (2015) 155136-1~12 (査読あり)

〔学会発表〕 (計 14 件)

①田中秋広, Sergey Nikolaev

θ 項のある非線形シグマ模型と LSM 定理

2019 年 3 月 14 日~17 日

日本物理学会第 74 回年次大会 九州大学糸伊都キャンパス (福岡市)

②田中秋広, Sergey Nikolaev,

LSM 定理と θ 項付き非線形シグマ模型

2018 年 10 月 31 日~11 月 2 日

基研研究会 スピン系物理の最前線
京都大学基礎物理学研究所 (京都市)

③田中秋広

AKLT 型波動関数の半古典的解析

2018 年 9 月 9 日~12 日

日本物理学会 2018 年秋季大会
同志社大学京田辺キャンパス (京田辺市)

④Akihiro Tanaka,

Entanglement spectrum of AKLT states-effective field theory approach,
Novel quantum states in condensed matter 2017

2017 年 10 月 27 日

京都大学基礎物理学研究所 (京都市)

⑤田中秋広, 高吉慎太郎

AKLT 状態のエンタングルメントスペクトルへの場の理論的アプローチ

2017 年 9 月 21 日~24 日

日本物理学会 2017 年秋季大会 岩手大学上田キャンパス (盛岡市)

⑥Akihiro Tanaka,

Aspects of bulk-boundary correspondence in sigma model description of SPT states,
2017 年 9 月 10 日~13 日

Japan-Swiss workshop: trends in theory of correlated materials
つくば国際会議場 (つくば市) (招待講演)

⑦S. Takayoshi and A. Tanaka,

Symmetry protected topological valence bond solid and strange correlator

2017 年 3 月 13 日~17 日

2017 APS March Meeting, Ernest Morian Convention Center (New Orleans, Louisiana, USA)

⑧田中秋広, 高吉慎太郎,

3次元量子スピン系 SPT 状態と $O(6)$ 非線形シグマ模型の間の双対性

2016年9月13日～16日
日本物理学会 2016年秋季大会 金沢大学角間キャンパス(金沢市)

⑨田中秋広

Parisi-Wu 確率過程量子化と SPT 状態
2016年9月13日～16日
日本物理学会 2016年秋季大会 金沢大学角間キャンパス(金沢市)

⑩Akihiro Tanaka

Topological terms in the effective theories of condensed matter-application to SPT states
Keio topological science seminars
2015年12月9日 慶應義塾大学日吉キャンパス(横浜市) (招待講演)

⑪田中秋広

Haldane gap の物理で探る二次元反強磁性体の SPT 状態
物性研短期研究会「スピン系物理の深化と最前線」
2015年11月16日～18日 東京大学物性研究所(柏市)

⑫Akihiro Tanaka,

Symmetry-protected topological states of antiferromagnets in 1-3 dimensions,
Physics of bulk-edge correspondence: international workshop 2015
2015年9月25日～27日 筑波大学東京キャンパス文京校舎(東京都)

⑬田中秋広, 高吉慎太郎

二次元スピン系のベリー位相と SPT 状態
日本物理学会 2015年秋季大会
2015年9月16日～19日 関西大学千里山キャンパス(吹田市)

⑭田中秋広

ハルデーノ予想とトポロジカル相
駒場物性セミナー
2015年6月26日 東京大学大学院関連基礎科学系(東京都)(招待講演)

[図書] (計 3 件)

①田中秋広

物性論と素粒子論-トポロジカル物性の周辺から
数理科学 57-1 (2019) p47～53.

②田中秋広

物性論と場の理論-34年後のHaldane予想
数理科学 55-11 (2017) p26～33.

③Ki-Seok Kim and Akihiro Tanaka,

The Multifaceted Skyrmion, 2nd edition, World Scientific, 2016,
p285～350. (総ページ数 748)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年:
国内外の別:

○取得状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究分担者 なし

研究分担者氏名：
ローマ字氏名：
所属研究機関名：
部局名：
職名：
研究者番号（8桁）：

(2) 研究協力者 なし

研究協力者氏名：
ローマ字氏名：

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。