

平成 30 年 6 月 22 日現在

機関番号：85406

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K05370

研究課題名(和文) 高ベータ自己組織化プラズマの流れを持つ2流体平衡と安定性に関する基礎研究

研究課題名(英文) Basic Study on Flowing Two-fluid Equilibrium and Stability of High-beta Self-organized Plasmas

研究代表者

神吉 隆司 (Kanki, Takashi)

海上保安大学校(国際海洋政策研究センター)・国際海洋政策研究センター・教授

研究者番号：40524468

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円

研究成果の概要(和文)：軸対称2流体平衡方程式の特異摂動問題を解決するnearby-fluidsオーダリングは擬似的なアルヴェン特異性を生じさせる。同オーダリングを用いない高精度・高速化した2流体平衡コードを開発した。同コードでは高速反復解法であるMulti-Grid Method (MGM)を用いて電子系平衡方程式を解いている。球状トカマク装置NSTXの境界条件に適用し、平衡解の収束特性について調べた。平滑化ステップでdamped Jacobi法を採用したMGMは2流体平衡方程式を数値的に安定、高精度、高速に解くことができる有効な方法である。

研究成果の概要(英文)：The nearby-fluids ordering solving a singular perturbation problem in axisymmetric two-fluid equilibrium equations gives rise to a pseudo Alfvén singularity. We have developed the two-fluid equilibrium code which performs a high-speed, high-accuracy computation without this ordering. In this code, the equilibrium equation for the electron fluid can be solved by the multi-grid method (MGM), a high speed iterative method. This code is applied to boundary conditions of the spherical tokamak device, NSTX and the convergence properties of the numerical equilibrium solution are investigated. The MGM with the damped Jacobi method in the smoothing step is effective for solving the two-fluid equilibrium equations with numerical stability, high accuracy, and high speed.

研究分野：プラズマ科学

キーワード：球状トーラス シアフロ 高ベータ自己組織化プラズマ プラズマ流 同軸ヘリシティ入射 2流体平衡 2流体効果 2流体緩和

1. 研究開始当初の背景

プラズマの力学系を理解する出発点として、先ずプラズマの時間発展した後の最終緩和状態としての平衡状態を調べることは重要である。しかし、流れのある2流体モデルを用いた平衡方程式系は複雑であるため、これまで十分な解析がされていなかった。最近、Steinhauer と石田らは Taylor の緩和理論の適用できない磁場反転配位 (FRC) プラズマの平衡の安定性を説明するために、2流体平衡理論を展開した。また、Mahajan と吉田らは高速プラズマ流による非中性プラズマの回転平衡を記述するために、ホール効果を考慮した二重ベルトラミ平衡理論を構築した。さらに伊藤らは、圧力の非等方性とホール電流の効果を同時に含んだ平衡方程式の数学的性質を理論的に解析し、解の存在する条件を求め、それに基づいた数値解析を行うことでMHD では説明することのできない新たな流れをもつプラズマのトロイダル平衡理論を構築した。しかし、上記の構築した理論を実際の実験装置に適用した例はほとんどなく、実験と理論解析の詳細な比較検討が必要である。

2. 研究の目的

そこで、高ベータ自己組織化プラズマの2流体緩和の物理機構を明らかにするために、最近の実験の進展により得られたフロー速度、磁場、電流、密度、温度、電場等のデータと平衡計算結果を詳細に比較する。2流体効果はプラズマのスケール長  $L$  に依存し、サイズパラメータ  $\varepsilon = l_i / L$  (ここで、 $l_i$  はイオンスキン長) が大きいほど、2流体モデルの解析が効果的となる。パラメータ  $\varepsilon$  は一般的に 0.03-0.2 程度で小さく、平衡方程式系は特異摂動問題になる。この問題を解決するため、これまで nearby-fluids オーダリングという手法を用いていたが、このオーダリングが擬似的なアルヴェン速度で特異点を生じさせる。この問題を解決した平衡コードを新たに開発する。開発した平衡コードは国内の QUEST、HIST 等の装置に適用し、実験結果と比較検討を行い、その平衡の性質を詳細に明らかにすることに貢献する。

3. 研究の方法

nearby-fluids オーダリングを用いず、高精度化するためにグリッド数を多くとることになるが、計算時間を多く必要とする。そこで、高速反復解法である Multi-Grid Method (MGM) を採用し、電子系平衡方程式を解き、米国の球状トカマク装置 NSTX の境界条件に適用し、適用結果の妥当性を確認するために、先行研究 (A. Ishida and L.C. Steinhauer, Phys. Plasmas Vol. 19, 102512 (2012)) と比較検討を行う。

NSTX の閉じ込め領域の中心対称軸を  $z$  軸とする円柱座標  $(r, \theta, z)$  を用い、軸対称性を仮定する。イオン面変数  $Y(r, z)$  と電子面変数

$\psi(r, z)$  に対する2流体平衡方程式はそれぞれ

$$\bar{\psi}'_i r^2 \nabla \cdot \left( \frac{\bar{\psi}'_i \nabla Y}{n r^2} \right) = \frac{r}{\varepsilon} (B_\theta \bar{\psi}'_i - n u_\theta) + n r^2 (F'_i - T'_i \ln n) \quad (1)$$

$$r^2 \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \psi}{r^2} \right) = \frac{r}{\varepsilon} (B_\theta \bar{\psi}'_e - n u_\theta) - n r^2 (F'_e - T'_e \ln n) \quad (2)$$

で記述され、非線形2階偏微分方程式の組で表され、密度  $n(r, z)$  に対する一般化された Bernoulli の式は

$$n = \exp \left[ \frac{F_i + F_e + u^2 / 2}{T_i + T_e} - 1 \right] \quad (3)$$

を導出する。ここで、 $u, B_\theta, \varepsilon$  はそれぞれイオン流速、トロイダル磁場、2流体パラメータである。各粒子種 (イオン:  $\alpha = i$ , 電子:  $\alpha = e$ ) に対して、 $\bar{\psi}'_\alpha, F_\alpha, T_\alpha$  は各面変数の関数であり、それぞれトロイダル流速に対する流れ関数、一般化された Gibbs の自由エネルギー、温度を表す。これらの6つの関数は適切な関数形を採用することによって、実験データを反映するように仮定される。方程式(2)は  $r=0$  の位置で特異であるため、 $r$  方向のみを  $x = r^2 / 2$  を用いて座標変換を行うと、方程式(2)は

$$2x \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{\sqrt{2x}}{\varepsilon} (B_\theta \bar{\psi}'_e - n u_\theta) - 2nx (F'_e - T'_e \ln n) \quad (4)$$

として書き直される。計算領域と境界条件は図1に示されている。

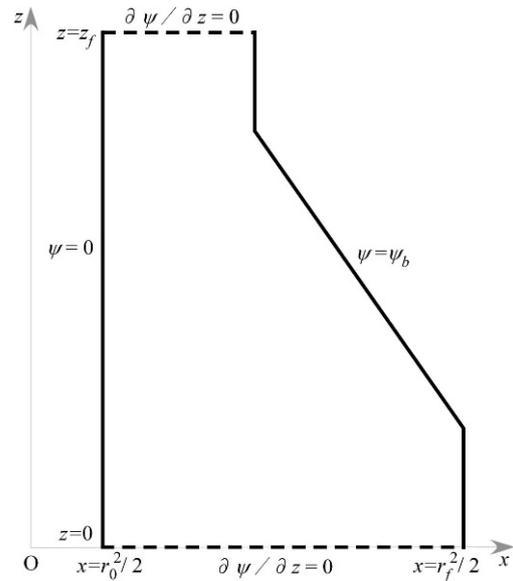


図1 NSTX 装置の計算領域と境界条件。

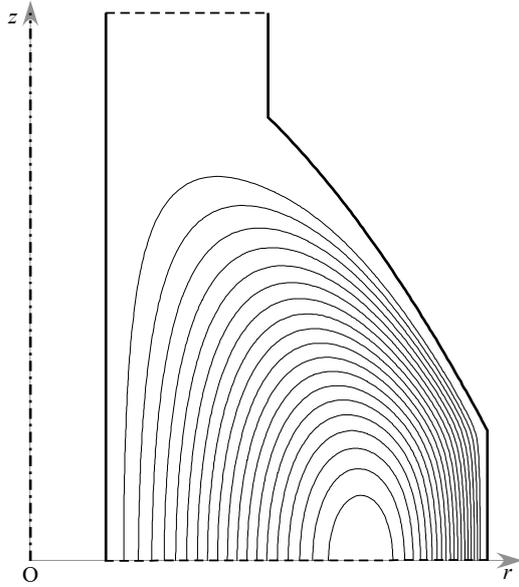


図 2 NSTX 装置における典型的な球状トカマクの 2 流体平衡. 等高線は平衡解  $\psi$  である.

上で述べた仮定と境界条件の下で, 方程式 (1)-(4) は以下のような反復解法で数値的に解かれる. (1st Step) 方程式 (4) の右辺を仮定し, MGM を用いて 2 次精度で差分近似した方程式 (4) を解く. (2nd step)  $Y$  と  $B_\theta$  を

$$Y = \psi + \varepsilon u_\theta \quad (5)$$

$$B_\theta = \frac{K(\psi)}{r} + \frac{\bar{\psi}_i(Y) - \bar{\psi}_i(\psi)}{\varepsilon} \quad (6)$$

を用いて更新する. ここで, nearby-fluids モデルと Ampere の法則

$$\bar{\psi}_i(\psi) = \bar{\psi}_e(\psi) + \varepsilon K(\psi) \quad (7)$$

$$B_\theta = \frac{\bar{\psi}_i(Y) - \bar{\psi}_e(\psi)}{\varepsilon} \quad (8)$$

を利用している. (3rd step)  $u_\theta$  は方程式 (1) を  $u_\theta$  で解いた式

$$u_\theta = \frac{\bar{\psi}_i'}{n} B_\theta + \varepsilon (F_i' - T_i' \ln n) - \varepsilon \frac{\bar{\psi}_i'}{n} r \nabla \cdot \left( \frac{\bar{\psi}_i'}{n} \frac{\nabla Y}{r^2} \right) \quad (9)$$

を用いて更新する. ここで, 2nd step で得られた  $Y$  と  $B_\theta$  を用いると共に式 (9) で得られた  $u_\theta$  を用いて  $Y$  と  $B_\theta$  を修正する. (4th step)  $n$  は式 (3) を用いて更新する. ここで, ポロイダルイオン流速  $u_p$

$$u_p = \frac{\nabla \bar{\psi}_i}{nr} \quad (10)$$

と 3rd step で得られた  $u_\theta$  を利用する. (5th step)  $\psi$  はその収束条件

$$\frac{\|\psi^{(k+1)} - \psi^{(k)}\|}{\|\psi^{(k+1)}\|} \leq \varepsilon_{outer} \quad (11)$$

を用いて収束状況を確認し,  $\psi$ ,  $Y$ ,  $B_\theta$ ,  $u_\theta$ ,  $n$  を用いて方程式 (4) の右辺を更新する. 上記の Step は十分な収束が得られるまで繰り返される. ここで,  $k$  はこの反復により構成される外側ループの反復回数であり,  $\varepsilon_{outer}$  は収束判定子である. MGM による方程式 (4) の計算は内側のループの反復を構成する.

#### 4. 研究成果

開発した平衡コードの妥当性を確認するために, 研究の方法で述べた先行研究の平衡解  $\psi$  と比較を行い,  $\psi$  が一致することを確認した. 図 2 の等高線はこの先行研究の入力パラメータと面関数係数に基づいて計算を行うことによって再構成された NSTX の  $\psi$  である.

$\psi$  の収束特性について調べる. 図 3 は方程式 (4) の右辺の  $z=0$  上の値の平均値のグリッド数に対する依存性を示している. この平均値はグリッド数に対して逆 2 乗収束しており, 数値的に安定な収束特性を示していることが分かる.

図 4 は MGM の平滑化ステップで用いた sweeper (damped Jacobi 法, Gauss Seidel 法, SOR 法) に対する  $\psi$  の残差の依存性を示している. damped Jacobi 法による残差の縮小率は Gauss Seidel 法や SOR 法によるそれよりも大きい. Gauss Seidel 法による残差の縮小率はほぼ一定であり, SOR 法のそれとほとんど同じである. このことは damped Jacobi 法が効果的に残差の高周波数成分を除去していることを示唆している.

図 5 は外側ループの反復回数に対する  $\psi$  の残差の依存性を示している. 残差は反復回数が増えるにつれて, 減少している. damped Jacobi 法による残差の縮小率は Gauss Seidel 法や SOR 法によるそれよりも大きい. これは図 4 により示された damped Jacobi 法の良好な収束特性によると考えられる.

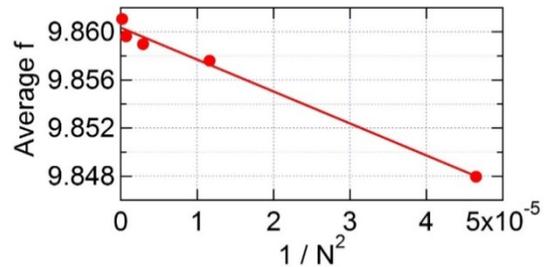
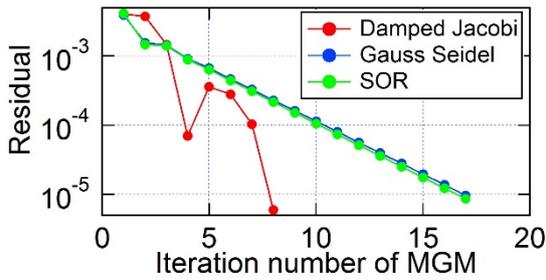
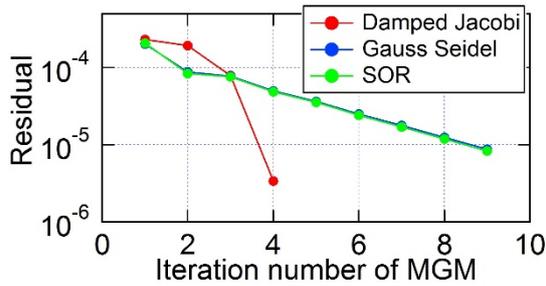


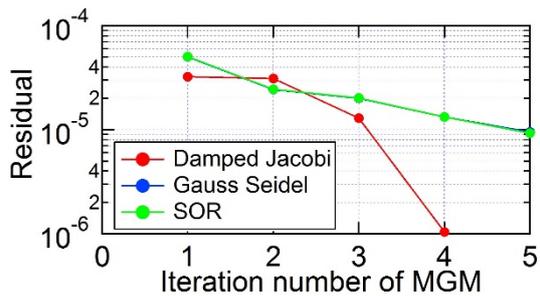
図 3 方程式 (4) の右辺の  $z=0$  上の値の平均値のグリッド数に対する依存性.



(a) 外側ループの1回目の反復



(b) 外側ループの2回目の反復



(c) 外側ループの3回目の反復

図4 MGMの平滑化ステップで用いた sweeper (damped Jacobi法, Gauss Seidel法, SOR法)に対する $\psi$ の残差の依存性.

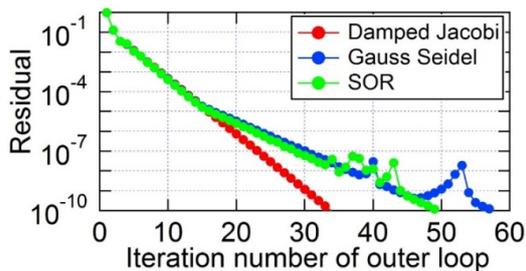


図5 外側ループの反復回数に対する $\psi$ の残差の依存性.

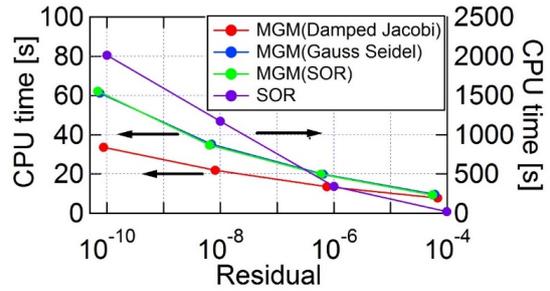


図6  $\psi$ の残差に対するCPU時間の依存性.

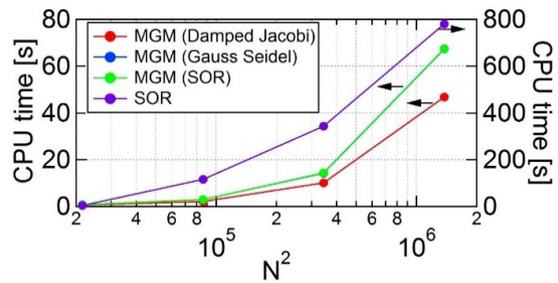


図7 グリッド数に対するCPU時間の依存性.

図6は $\psi$ の残差に対するCPU時間の依存性を示している. 平滑化ステップで damped Jacobi法を用いたMGMのCPU時間は, 残差が $8.7 \times 10^{-11}$ のときSOR法のみのもそれよりも約60倍短い. 平滑化ステップで Gauss Seidel法を用いたMGMのCPU時間は, 平滑化ステップでSOR法を用いたMGMのそれとほぼ同じである.

図7はグリッド数に対するCPU時間の依存性を示している. 平滑化ステップで damped Jacobi法を用いたMGMのCPU時間は, グリッド数の2乗が $1.4 \times 10^6$ のときSOR法のみのもそれよりも約16倍短い.

平滑化ステップで damped Jacobi法を用いたMGMは2流体平衡方程式を数値的に安定, 高精度, 高速に計算することができる有効な方法であることを確認した.

今後の展開として, 開発した平衡コードを国内のQUEST, HIST等の装置に適用し, 実験結果と比較検討を行い, その平衡の性質を詳細に明らかにしていきたい.

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計3件)

- ① T. Kanki, M. Nagata, 'Computation of Two-fluid Flowing Equilibrium of Spherical Torus Plasma Using Multi-grid Method', *accepted in International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics* (2018). (6pages) 査読有
- ② 永田正義, 神吉隆司, '磁化プラズマガンが創り出す多彩なプラズモイドの世界', *プラズマ・核融合学会誌* **93**, 563-572 (2017). (10pages) 査読無
- ③ M. Nagata, T. Kawai, Y. Uesaka, T. Hanao, Y. Kikuchi, N. Fukumoto, T. Kanki, 'Investigations of Plasmoid Formation and Flux Closure in Transient Coaxial Helicity Injection on HIST', 26th IAEA Fusion Energy Conference (Kyoto, Japan, Oct. 17-22, 2016) EX/P5-21. (7pages) 査読有

[学会発表] (計22件)

- ① T. Kanki, M. Nagata, 'Improvement of Accuracy and Speed of Flowing Two-fluid Equilibrium Code', Plasma Conference 2017 (Himeji, Japan, Nov. 20-24, 2017) 22P-106.
- ② T. Kanki, M. Nagata, 'Development of High Accuracy and High Speed Code for Two-fluid Flowing Equilibrium', US-Japan Workshop on Compact Tori 2017 "Improved Confinement and Novel Applications of Compact Tori" (Yokohama, Japan, Nov. 7-9, 2017).
- ③ M. Nagata, A. Fujita, Y. Ibaragi, T. Matsui, Y. Kikuchi, N. Fukumoto, T. Kanki, 'Studies of Two-fluid Relaxation and Plasmoid Reconnection in CHI-driven on HIST', US-Japan Workshop on Compact Tori 2017 "Improved Confinement and Novel Applications of Compact Tori" (Yokohama, Japan, Nov. 7-9, 2017).
- ④ T. Kanki, M. Nagata, 'Improved Computation of Two-fluid Flowing Equilibrium of Spherical Torus', 59th Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics (Milwaukee, USA, Oct., 23-27, 2017) UP11.00096.
- ⑤ M. Nagata, A. Fujita, Y. Ibaragi, T. Matsui, Y. Kikuchi, N. Fukumoto, T. Kanki, 'Investigations of Plasmoid Reconnection in the Presence of Strong Guide Fields in CHI Plasma Start-up on HIST', 59th Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics (Milwaukee, USA, Oct., 23-27, 2017) UP11.00097.
- ⑥ T. Kanki, M. Nagata, 'Computation of Two-fluid Flowing Equilibrium of Spherical Torus Plasma Using Multi-grid Method', 18th International Symposium on

Applied Electromagnetic and Mechanics (ISEM) 2017 (Chamonix - Mont Blanc, France, Sep. 3-6, 2017) P-TRA:1.

- ⑦ M. Nagata, H. Hirono, Y. Kikuchi, N. Fukumoto, T. Kanki, 'Experimental and Numerical Studies of Two-fluid Flowing Equilibrium of Spherical Torus Plasmas', 18th International Symposium on Applied Electromagnetic and Mechanics (ISEM) 2017 (Chamonix - Mont Blanc, France, Sep. 3-6, 2017) P-TRA:2.
- ⑧ 神吉隆司, 永田正義, '同軸ヘリシティ入射による球状トーラスの維持過程において形成されるトロイダル磁場の磁性', 第33回プラズマ・核融合学会年会, 2016年11月29日-12月2日, 東北大学青葉山キャンパス, 29aP54.
- ⑨ T. Kanki, M. Nagata, 'Magnetism of Toroidal Field in Two-fluid Equilibrium of CHI Driven Spherical Torus', 58th Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics (San Jose, USA, Oct. 31 - Nov. 4, 2016) NP10 63.
- ⑩ M. Nagata, A. Fujita, T. Matsui, Y. Kikuchi, N. Fukumoto, T. Kanki, 'Plasmoid Formation in the Elongated Current Sheet during Transient CHI on HIST', 58th Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics (San Jose, USA, Oct. 31 - Nov. 4, 2016) CP10 99.
- ⑪ M. Nagata, T. Kawai, Y. Uesaka, T. Matsui, T. Hanao, Y. Kikuchi, N. Fukumoto, T. Kanki, 'Multiple Plasmoid Formation and Flux Closure during Transient-CHI Start-up Process on HIST', 2016 US-Japan Workshop of Compact Tori "Equilibrium studies and novel applications of compact toroids based on innovative confinement techniques: The Future of Compact Tori" (Irvine, USA, Aug. 22-24, 2016).
- ⑫ 永田正義, 藤田晃弘, 松井貴昭, 菊池祐介, 福本直之, 神吉隆司, '球状トーラス HIST 装置における CHI 電流立ち上げと磁気リコネクション', 第11回核融合エネルギー連合講演会, 2016年7月14日-15日, 九州大学伊都キャンパス, 15P021.
- ⑬ T. Kanki, M. Nagata, 'Relation between Poloidal Flow Velocity and Toroidal Magnetic Field in Spherical Torus Plasma Driven by Coaxial Helicity Injection', 18th International Congress on Plasma Physics (Kaohsiung, Taiwan, Jun. 27 - Jul. 1, 2016) PPM1-15.
- ⑭ 神吉隆司, 永田正義, 'マルチ・パルス・ヘリシティ入射によって維持された球状トーラスの2流体平衡遷移の物理', 第32回プラズマ・核融合学会年会, 2015年11月24日-27日, 名古屋大学東山キャンパス, 25aE30P.

- ⑮ T. Kanki, M. Nagata, ‘Two-fluid Equilibrium Transition during Multi-pulsing CHI in Spherical Torus’, 57th Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics (Savannah, USA, Nov. 16-20, 2015) GP12 123.

他 7 件

6. 研究組織

(1) 研究代表者

神吉 隆司 (KANKI, Takashi)

海上保安大学校・国際海洋政策研究センター

・教授

研究者番号：40524468

(2) 研究分担者

永田 正義 (NAGATA, Masayoshi)

兵庫県立大学・工学研究科・教授

研究者番号：00192237