

平成 30 年 6 月 22 日現在

機関番号：37112

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K05813

研究課題名(和文) 気泡流に対する二流体モデル方程式の数学的適切性に関する研究

研究課題名(英文) Study on mathematical well-posedness of two fluid model equation for bubbly flow

研究代表者

江頭 竜 (Egashira, Ryu)

福岡工業大学・工学部・准教授

研究者番号：60455102

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、長年数学的に不適切であるとされてきた、気泡流に対する二流体モデル方程式の数学的適切性を調べ、改善することであった。そのために、従来のモデル方程式ではガリレイ変換に対して不変でない付加慣性力の式が使用されている(本来は物理的にはガリレイ変換に対して不変な式が用いられなければならない)ことに着目し、そのことがモデル方程式の数学的適切性に与える影響を固有値解析により明らかにした。さらに、気液界面での蒸発・凝縮をモデル方程式に正しく組み込むために、非平衡蒸発を考慮して気泡の膨張収縮運動を解析した。

研究成果の概要(英文)：The present study aims at investigating and improving the mathematical well-posedness of two fluid model equation for a bubbly flow, which has been realized to be mathematically ill-posed for a long time. To achieve this aim, effects of invariance under the Galilean transformation of added inertia force term on mathematical well-posedness of two fluid model equation was clarified on the basis of eigenvalue analysis. Furthermore, expansion or contraction process of a vapor bubble was analyzed considering nonequilibrium evaporation and condensation to be accurately incorporated into the model equation.

研究分野：流体工学

キーワード：二流体モデル 数学的適切性 固有値解析

1. 研究開始当初の背景

(1) 原子炉冷却水の流れは気液二相流であり、このような二相流の解析に通常の单相の流体力学の基礎式をそのまま適用することはできない。そこでこれまで、平均化モデルの一つである「二流体モデル」に基づく方程式系が気液二相流の分野で広く用いられ、大きな実績を上げてきた。特に、近年注目されているマイクロバブル・ナノバブルを含む流れや、キャビテーションをともなう水中ウォータージェットの流れのように莫大な数の微細な気泡を含む気泡流の理論的・数値的解析においては、二流体モデルが最も有効であると思われる。なぜなら、個々の気泡を追跡できないほど気泡数が多く微細であるがゆえに、平均量が合理的に定義されるからである。

(2) 1978年に Lyczkowski らが二流体モデル方程式は数学的に不適切であることを指摘して以来(Lyczkowski et al, Nucl. Sci. Eng., 1978), この不適切性の問題は未だ解決されていない。図1に示すように、モデル方程式が数学的に不適切であれば、それをを用いて数値解析を行う際、差分幅を小さくすると安定した解を得ることができない。

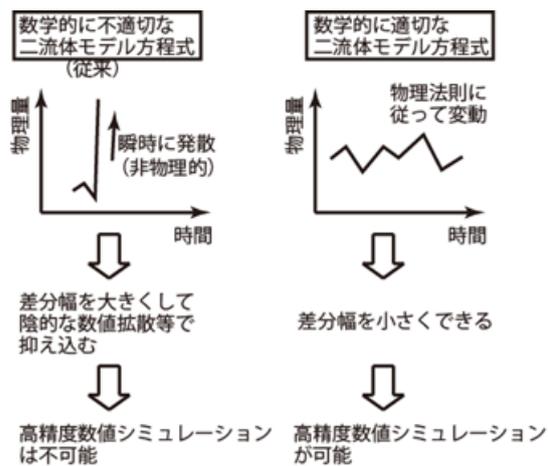


図1. 二流体モデル方程式の数学的適切性

(3) 二流体モデル方程式は数学的に不適切であるにもかかわらず原子炉安全解析等で広く用いられており、安定かつ物理的に妥当な数値解が現実に数多く得られている。この矛盾は、数値計算を行うために支配方程式を差分化する際、数値拡散等の効果により不安定性が抑えられていたものと解釈されている(大川, 片岡, 機論 B, 2000)。

(4) 以上述べたとおり、気泡流に対する数学的に適切な基礎方程式系が存在しないために、気泡流の高精度数値シミュレーションを実行できないのが研究開始当初の現状であった。

2. 研究の目的

(1) 従来の二流体モデル方程式系ではガリレイ変換に対して不変でない付加慣性力の式が用いられていたが、それをガリレイ変換に対して不変な式に修正した場合の数学的適切性を調べる。これにより、数学的適切性に与える付加慣性力の式のガリレイ変換に対する不変性<sup>(注)</sup>の影響のみを調べることができる。

(注)ガリレイ変換に対する不変性：物理法則を表す式は座標変換後も同じ形の式で表されなければならないという基本的な性質。

(2) 粘性や相変化、熱輸送をモデル方程式に組み込み、エネルギー保存の式も加えて、その数学的適切性を調べる。

3. 研究の方法

(1) 本研究で対象とする方程式系は、数学的に不適切とされてきた従来の二流体モデル方程式系と、報告者らが以前に提案した二流体モデル方程式系である。これらは本来、いずれも非線形方程式であるが、現在のところ、非線形方程式に対する数学的適切性の評価法は確立されていない。このため本研究では、気相と液相が異なる一定の速度で運動している一様流からの摂動を考え、方程式系を線形化し、線形偏微分方程式系の適切性を調べる。数値シミュレーションで非線形方程式を解く際でも、少なくとも線形方程式で適切性が満足されていなければならない。

(2) 数学的適切性を満足するための必要十分条件は Hadamard の条件を満足することである(山口, 野木, 数値解析の基礎, 共立出版, 1969)。Hadamard の条件とは、すべての波数の擾乱に対して瞬時に発散しないための条件であり、具体的には線形方程式系の定数係数から構成される行列の固有値の実部が有界となる条件のことである。二流体モデル方程式では、このときの固有方程式は一般に大変複雑となる。しかしながら、時間に関する1階微分の係数行列の行列式がゼロでなければ、Hadamard の条件は、より簡単な固有方程式から得られる固有値がすべて実数となることと等価になる。すなわち、時間に関する1階微分の係数行列の行列式がゼロか否かによって固有値解析の方法が異なる。

(3) 数値を用いた計算では以下の値を用いる。

表1.計算条件

	大気圧条件, 水-空気系	高圧条件, 水-蒸気系
圧力 [Pa]	0.1013×10 <sup>6</sup>	13.79×10 <sup>6</sup>
液体密度 [kg/m <sup>3</sup> ]	998.2	640.7
気体密度 [kg/m <sup>3</sup> ]	1.206	64.07

液体の音速 [m/s]	1478	1067
気体の音速 [m/s]	343.6	304.8

(4) 以上に基づいて、数学的に不適切とされてきた従来の二流体モデル方程式の数学的適切性を調べた結果の一例が図 2 である。この図では、大気圧における水-空気系を対象とし、横軸に液相の一樣流速を、縦軸に気相の一樣流速をとっている。帯状の緑色の部分が数学的に不適切な領域、その周囲の褐色の部分数学的に適切な領域である。図から、気液の速度が比較的近い領域が不適切になっているのがわかる。これは、実際の流れでは両相の速度が比較的近くなる場合が多いことを考えると致命的な欠陥である。

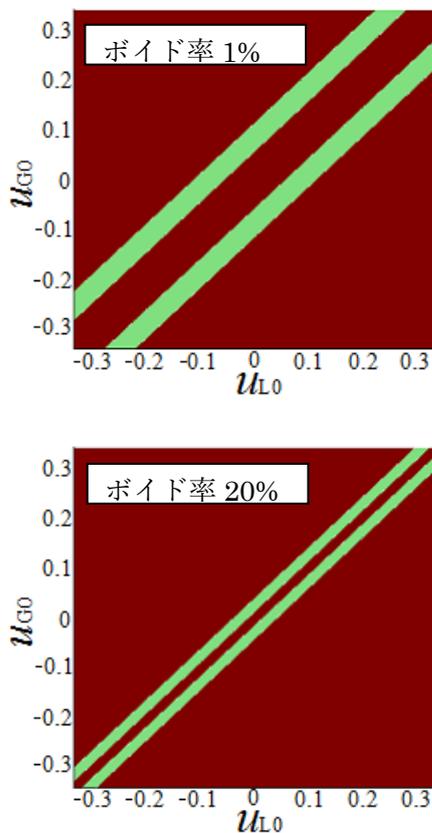


図 2. 従来の二流体モデル方程式の数学的適切性

(5) 研究の過程で、相変化を厳密に考慮するためには蒸発・凝縮を非平衡過程として扱う必要があることがわかった。そこで、蒸発・凝縮に関する非平衡の影響を調べるために、液体が高速で流れることにより低圧（例えば、張力）にさらされたとき、何らかの原因によって形成された様々なサイズの蒸気のみを含む気泡核の成長を調べるという立場から、キャビテーション初生を扱う理論を提示し、それに基づく数値解析を行う。理論では、非平衡蒸発・凝縮に関する藤川らの水-水蒸気系気液界面に関する研究成果を用いる。数値解析では、流れている水の中に瞬間的に形成さ

れたある半径の蒸気泡が周囲液体の圧力の低下により、非平衡蒸発を伴いながらどのように成長するかを調べる。また、その結果を気泡内蒸気が平衡状態に保たれていることを仮定した場合と比較することにより、気泡内部の熱力学的状態（圧力、温度、密度）への非平衡蒸発の影響を明らかにする。

#### 4. 研究成果

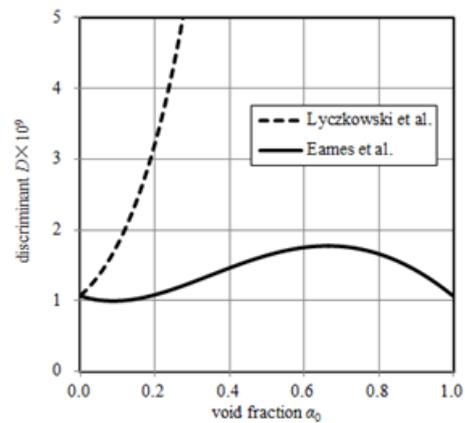
(1) Eames らが導出した付加慣性力の式で、係数を適切におけば、Lyczkowski らが用いた付加慣性力の式に帰着することを示した。

(2) いずれの付加慣性力の式を用いた場合でも、固有方程式は固有値の 4 次方程式となる。

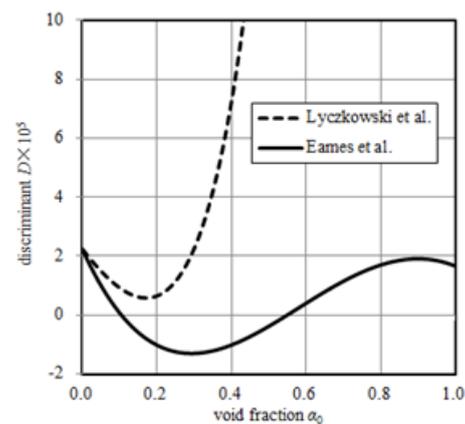
(3) 気液の流速が等しい場合の数学的適切について以下のことがわかった。

① この場合の 4 つの固有値は陽的に求められる。

② 図 3 は固有値が実数になるか虚数になるかを判別するための判別式のグラフである。



(a) 大気圧条件, 水-空気系



(b) 高压条件, 水-蒸気系

図 3. 気液流速が等しい場合の判別式の値

判別式の値が正であれば固有値が実数、負であれば虚数である。図 3 からわかるように、Lyczkowski らが用いた方程式系は、水-空気系、大気圧条件下でも、水-蒸気系、高压条件

下でも、すべての固有値が実数となり数学的に適切である。一方、Eamesらが導出した付加慣性力の式を用いた場合には、水-空気系では判別式の値があらゆるボイド率で正であるが、水-蒸気系、高圧条件下では、ボイド率が約 0.1 以下ではすべての固有値が実数で適切であるが、ボイド率がより大きくなると固有値が虚数になる領域があり、数学的に不適切なボイド率の範囲があることがわかった。③一様流速は数学的適切性に影響を及ぼさないことを示した。

(4) 気液のあらゆる流速条件に対する数学的適切性について以下のことがわかった。

①横軸に液相流速、縦軸に気相流速をとった数学的適切性のマップにおいて、不適切な領域がある場合、その領域は帯状であり、傾きはほぼ 1 であることを示した。

②ボイド率 0.00001, 0.01, 0.2 に対して上述のマップを作成したところ、Eamesらの導出した付加慣性力の式を用いた場合には、水-蒸気系、高圧条件下の場合のボイド率 0.2 以外、すべての領域で適切であるが、この場合の不適切な領域は、流速の等しい場合とそれに近い領域で不適切になることがわかった。

③Lyczkowskiらが用いた付加慣性力の式を用いた場合には、ボイド率の増加とともに、気液の流速が近い範囲に不適切な領域が近づいてくる。すなわち、ボイド率が比較的高い場合、比較的気液の流速が近い領域で数学的に不適切となりこの不適切な領域の速度条件になった場合は、安定な解が得られないことを意味している。

(5) 液体がある低圧にさらされたとき、何らかの原因によって形成された様々なサイズの蒸気のみで満たされた気泡核の成長を調べるという立場からキャビテーション初生を扱う理論を提示した。理論では、気泡核周囲の液体の流れを考慮し、気泡壁での非平衡蒸発・凝縮に関する最新の研究成果を取り入れた。さらに、この理論に基づいて、流れている水の中に、水蒸気のみを含む気泡核が瞬間的に形成された後の非平衡蒸発を伴う気泡の膨張過程を数値的に調べ、気液平衡状態での膨張過程と比較した。その結果、非平衡蒸発を考慮した場合には、気泡の膨張に蒸発が追いつかず、気液平衡の場合よりも気泡内部の蒸気の圧力および温度が大きく低下することを示した。これは、キャビテーション初生を扱うためには非平衡蒸発を考慮した理論を用いなければ、気泡内部の状態量を正しく求めることができないことを意味している。また、この数値解析により、蒸気のみを含む気泡核が膨張するか収縮するかの境における液体圧（臨界圧力）を様々なサイズの気泡核に対して求め、その圧力を古典理論に基づく臨界圧力および飽和蒸気圧と比較し、それらとの相違を明らかにした。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

① Ryu Egashira, Toshihide Fujikawa, Hisao Yaguchi, Shigeo Fujikawa, Microscopic and low Reynolds number flows between two intersecting permeable walls, Fluid Dynamics Research, 査読有, Vol. 50, 2018, 035502

② 矢口久雄, 藤川俊秀, 江頭 竜, 藤川重雄, テーパ状の微小な円管内層流の速度分布と圧力損失の理論, ながれ, 査読有, 2018, 49-59

③ 江頭 竜, 二流体モデル方程式の数学的適切性に及ぼす付加慣性力項のガリレイ変換不変性の影響, 福岡工業大学エレクトロニクス研究所所報, 査読有, 34 号, 2017, 1-7

④ Toshihide Fujikawa, Ryu Egashira, Shigeo Fujikawa, Kazu Takeda, Tetsuya Kodama, Extended Bernoulli equation, friction loss, and friction coefficient for microscopic Jeffery-Hamel flow with small Reynolds number up to  $O(1)$ , Journal of Fluid Science and Technology, 査読有, Vol. 11, No.3, 2016, DOI: 10.1299/jfst.2016jfst0019

⑤ 山本翔大, 江頭 竜, 低圧噴射の空気自給型マイクロバブル発生ノズルの検討, 福岡工業大学エレクトロニクス研究所所報, 査読有, 33 号, 2016, 31-33

⑥ 江頭 竜, 藤川俊秀, 藤川重雄, 非平衡蒸発を伴う蒸気泡のキャビテーション初生に関する理論と数値解析, 日本機械学会論文集, 査読有, 82 巻, 837 号, 2016, DOI: 10.1299/transjsme.16-00120

[学会発表] (計 12 件)

① 山本翔大, 江頭 竜, ベンチュリノズル内の気泡流の圧力分布とボイド率分布, 日本機械学会九州支部久留米講演会, 2017

② 江頭 竜, 藤川俊秀, 矢口久雄, 藤川重雄, 交差する二枚の透過性壁に囲まれた二次元マイクロチャンネル内の流れ, 2017 年度日本機械学会年次大会, 2017

③ 山本翔大, 江頭 竜, 冬季におけるマイクロバブルによる池の浄化の実証試験, 日本実験力学会講演論文集 2017 年度年次講演会, 2017

④ Toshihide Fujikawa, Ryu Egashira, Shigeo Fujikawa, Tetsuya Kodama, Kazu Takeda, CFD simulation of extremely low

Reynolds number flows in microscopic straight and tapered tube, International Symposium, on Micro-Nano Science and Technology 2016, 2016

⑤江頭 竜, 藤川俊秀, 藤川重雄, 水中における単一水蒸気泡のキャビテーション初生に及ぼす非平衡蒸発と並進運動の影響, キャビテーションに関するシンポジウム (第 18 回), 2016

⑥江頭 竜, 藤川俊秀, 藤川重雄, キャビテーション初生における蒸気泡の膨張・収縮に及ぼす並進運動の影響, 日本機械学会 第 94 期 流体工学部門講演会, 2016

⑦松尾想太, 江頭 竜, マイクロバブルと超音波を併用したメチレンブルーの分解実験, 2016 年度日本機械学会年次大会, 2016

⑧藤川俊秀, 江頭 竜, 藤川重雄, 小玉哲也, 武田 航, ドラッグデリバリーに係るマイクロ管内極低 Re 数ながれの CFD 解析, 2016 年度日本機械学会年次大会, 2016

⑨藤川俊秀, 江頭 竜, 藤川重雄, 小玉哲也, 武田 航, 二次元マイクロチャンネルでの定常な極低 Re 数ながれの抵抗係数, 2016 年度日本機械学会年次大会, 2016

⑩松尾想太, 江頭 竜, 農作物土壌栽培へのマイクロバブル水の適用, 日本混相流学会混相流シンポジウム 2016, 2016

⑪ Michiko Shimokawa, Ryu Egashira, Navigation speed of a camphor boat on bubbly water, Pacificchem 2015, 2015

⑫江頭 竜, 藤川俊秀, 藤川重雄, 非平衡蒸発を考慮したキャビテーション初生理論, 日本機械学会 2015 年度年次大会, 2015

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

江頭 竜 (EGASHIRA, Ryu)  
福岡工業大学・工学部・准教授  
研究者番号: 60455102

### (2) 研究分担者

なし

### (3) 連携研究者

なし

### (4) 研究協力者

なし