

平成 30 年 6 月 7 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K06138

研究課題名(和文)作用素論に基づく連続時間系・サンプル値系の制御性能解析に関する新展開と周辺研究

研究課題名(英文) New Development for Control Performance Analysis of Continuous-Time and Sampled-Data Systems through Operator Theoretic Approach and Relevant Studies

研究代表者

萩原 朋道 (Hagiwara, Tomomichi)

京都大学・工学研究科・教授

研究者番号：70189463

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：サンプル値制御系を中心として、連続時間有限次元線形時不変系ないしむだ時間系も対象として、作用素論的な取り扱いを通してさまざまな成果を得た。具体的には、 $L_2$  誘導ノルム解析の問題について、入力ならびに核関数の近似をそれぞれ高速リフティングと関連付ける形で区分的な0次または1次関数などを用いて行い、有限次元行列に基づく計算法を与えた。その際の近似誤差の収束オーダーを明らかにする一方、有限次元線形時不変系の場合に特化した状況でのより精緻な結果も導いた。作用素に関連した重要な不等式の導出を通してサンプル値系の $L_2$  誘導ノルム最小化設計の方法も明らかにし、むだ時間系の安定解析においても成果を得た。

研究成果の概要(英文)：This project gave several new results through an operator theoretic approach on the control performance of not only sampled-data systems but also continuous-time finite-dimensional linear time-invariant systems and time-delay systems. For the  $L_2$  induced norm analysis problem, piecewise constant and linear approximation schemes were studied for the input and kernel functions through the fast-lifting approach. Computation methods through finite-dimensional matrices were developed and the convergence orders of the associated approximation errors were clarified. Refined arguments were also given for the case of finite-dimensional linear time-invariant systems. The optimal controller synthesis problem for the  $L_2$  induced norm reduction problem was also tackled through the derivation of a key inequality relevant to operator approximation. Some relevant results on the stability analysis of time-delay systems were also given.

研究分野：制御工学

キーワード：サンプル値系 　むだ時間系 　 $L_2$  ノルム 　入力近似 　核関数近似 　高速リフティング 　作用素論 　 $H_2$  ノルム

## 1. 研究開始当初の背景

当研究代表者は、サンプル値制御系ならびにむだ時間系と呼ばれるタイプの制御系において作用素論を適用した研究を進めてきた。とくに、基本となる数学的道具立てとして利用されてきたリフティング手法の上に立ち、高速リフティングという新たな考え方を導入し、それがさまざまな問題への取り組みにおいて有用であることを明らかにしてきた。

そのような取り組みにより培われた技法をさらに発展させ、これまでの研究においては扱うことの難しかった制御性能解析問題をカバーする新展開に取り組むとともに、性能評価のための有用かつ効率的な方法を確立することは意義深い。とくに、信号の大きさ（ノルム）について、平均的視点でとらえたことに相当する関数空間  $L_2$  での扱いのみならず、振幅の瞬時的最大値を考えることに相当する関数空間  $L_\infty$  での扱いを要する様々な制御性能を論じ、さらにそのような性能解析問題に対する発展的課題となる設計問題への取り組みへの拡張も念頭におき、さらには周辺に関連研究についても検討を進めることを念頭に研究を開始した。

## 2. 研究の目的

関数空間  $L_\infty$  上での信号の扱いを要する研究は、関数空間  $L_2$  上での信号の扱いに基づく研究に比して、成果に乏しいのが現状である。しかしながら、出力信号の振幅の瞬時的最大値を抑えることに意味のある制御問題は実用上も少なくなく、そのような問題に対して新たな取り組みを行うことを目指して研究を行う。そのような研究は、サンプル値系を中心として行うものとする一方で、連続時間有限次元線形時不変系に対する研究も別途進めるものとする。連続時間有限次元線形時不変系は、サンプル値系の特殊ケースとみることのできるものの、そのような視点を介することなく直接的に取り扱うことで、 $L_\infty$  誘導ノルム解析において、(サンプル値系に対して得られるであろう成果の特殊ケースとして直ちに得られる成果に比して) 冗長な計算や近似誤差の保守的な評価といった問題を回避することが可能となると考えられる。

さらには、 $L_\infty$  誘導ノルム解析の考え方を発展させ、サンプル値系において  $L_\infty$  誘導ノルムを最小化するような離散時間制御器を設計

するための方策を明らかにすることも重要な課題である。

一方、1 出力の連続時間線形時不変系において、しばしば利用される制御性能指標である  $H_2$  ノルムが、 $L_2$  に属する入力から  $L_\infty$  に属する出力への誘導ノルムに一致することが知られていることに着目して、サンプル値系の場合における新たな制御性能指標を持ち込んだ関連研究を展開することも目的とする。

## 3. 研究の方法

前項で述べた各目的に関する課題に取り組むための方法について、いずれもテクニカルなものとなるが、簡単に述べておく。

これまでの研究成果の上に立ち、サンプル値系を対象としてまず基礎となる  $L_\infty$  誘導ノルム制御性能解析の研究を進展させる。具体的には、リフティング表現により導入されるサンプリング区間上の断片として信号に対して、高速リフティングを適用することを考える。これは、制御性能解析において、最終的にはなんらかの近似の適用と、それに伴う近似誤差の上界値解析という 2 段階の手順を踏むことになるとしても、近似の影響を極力小さく抑えるための重要な出発点となる。高速リフティングの適用そのものは、一切の近似操作は生じさせない一方で、等価的にサンプリング周期を短くして扱う役割を果たすため、その後の近似技法の導入が効果的に働くものとなるための基盤を与えるものとなる。

(1) 高速リフティングにより導入される、サンプリング周期よりも小さい区間上の信号が制御対象に及ぼす影響の評価を、2つの近似技法を介して、有限次元行列に基づく計算が可能な議論に帰着させる。具体的には、制御対象への入力自体を区分的に 0 次または 1 次の関数として近似する入力近似、もしくは、入力との畳み込み積分の形で関係する制御対象の動特性に関与する積分核の方を区分的に 0 次または 1 次の関数として近似する積分核近似の 2 つの手法を中心に扱う。

(2) 上記の研究をサンプル値系に対して展開後、連続時間線形時不変系に対して同様の議論を展開する。その場合、離散時間制御器のダイナミクスがもともと存在しないことから、サンプル値系の特殊ケースとして見るよりも見通しがよくなる他、区分的近似の次数をさら

に高めることも考える。

(3) サンプル値系における  $L_\infty$  誘導ノルムに関して、その値を解析することにあたる上記課題に加えて、その値を最小化するための離散時間制御器を設計する問題に取り組む。  $L_\infty$  誘導ノルム解析自体は上述の方法で有限次元行列の計算に帰着させられると考えられるが、その方法で得られる有限次元行列の中に、離散時間制御器のパラメータが含まれる際の形は、非常に複雑なものとなることが予想される。このことは、解析に関して得られる成果を直ちに制御器設計に活かすことの困難さを予測させるものといえる。そのため、この点を回避するためにカギを握る作用素に関する不等式を、解析の際に用いる近似手法のうちのひとつの場合について導出し、それを活用した設計手法を明らかにする。

(4) サンプル値系に対して従来用いられてきた  $H_2$  ノルムの定義の他に、  $L_2$  に属する入力から  $L_\infty$  に属する出力への誘導ノルムという観点から、一般化された新たな  $H_2$  ノルムの定義を導入することが考えられる。さらに、従来の  $H_2$  ノルムのインパルス応答に沿った解釈に関しても、それを一般化することで、さらに新たな一般化された  $H_2$  ノルムの定義を導入することができる。それらの間の関係や、さらにはそれらの一般化されたノルムと密接な関係を有する他のノルムなどとの関係の研究、むだ時間系における関連研究などにも取り組む。

#### 4. 研究成果

やはりテクニカルな内容になるので、詳細は次項目の発表論文に譲ることとするが、一部について、それらとの関係を含めて簡略に紹介しておく。

(1) サンプル値系の  $L_\infty$  誘導ノルム解析に関して、まず雑誌論文 [5] において、高速リフティングに基づき、入力の区分的 0 次および 1 次近似を適用した計算法を与え、近似誤差の評価式も与えた。具体的には、それらの近似により有限次元行列の計算に基づくサンプル値系の  $L_\infty$  誘導ノルム計算法を与えるとともに、高速リフティングパラメータを  $M$  とするとき、近似誤差が  $M$  の増加とともに 0 に収束する際のオーダーが、区分的 0 次近似および 1 次近似において、それぞれ  $1/M$ ,  $1/M^2$  のオーダーであることを示した。

続いて雑誌論文 [4] においては同様の問題に対して入力ではなく核関数を近似する方法について考察した。その際、同じく区分的 0 次および 1 次関数に基づく近似のもとでの有限次元行列に基づく計算法を与え、近似誤差の収束オーダーについては入力近似の場合と同じとなることを示した。しかし、近似誤差そのものについては核関数近似の方が小さく抑えられ、したがって入力近似よりも有効であることを明らかにした。

(2) 連続時間線形時不変系に対しての  $L_\infty$  誘導ノルム解析に関して、サンプル値系に対して得られた成果を参照しつつ、その特殊ケースではない形のより直接的な議論を雑誌論文 [6] において展開した。その際にも高速リフティングを利用しており、高速リフティングパラメータと近似誤差の収束オーダー、ならびに入力近似と核関数近似の間の有効性に関する関係などについて、やはり同様の結論が導かれることを明らかにした。なお、サンプル値系の特殊ケースと見ず直接的に連続時間系を扱う議論であることから、より高次の近似を考へることも自然な拡張として比較的容易に行える。そのような方向性については学会発表 [7] で論じており、そのさらなる発展にも取り組んでいるところである。

(3) サンプル値系の  $L_\infty$  誘導ノルム解析の手法から、  $L_\infty$  誘導ノルムを最小化する制御器を設計する手法への拡張は、前者を有限次元行列に関する計算に帰着させた際のその有限次元行列の持つ構造との関係で、直接的には容易でない。そこで、入力に関する区分的 0 次近似のもとで制御器設計が論じられていた既存研究を参考に、区分的 1 次近似のもとでの制御器設計を行うためのカギを握る重要な不等式を導出することにより、区分的 1 次近似に基づく制御器設計手法を明らかにした。カギを握る不等式は、高速リフティングに関連して現れる作用素の近似に関連したものであり、サンプル値系の  $L_\infty$  誘導ノルム解析における近似誤差の上界値が、(設計問題においては事前に定まっていない) 制御器自体に依存するという点から来る議論の拡張上の難点を回避したものとなっている。この成果は、雑誌論文 [3] で発表した。

(4) 関数空間  $L_\infty$  が関係する関連研究についてもさまざまな周辺研究を行った。

まず、むだ時間系の安定解析手法について、上記の成果とも密接に関係する形で、雑誌論文 [7] の成果が得られている。これは、むだ時間系における初期状態を表す際に必要な初期関数について、それをどのような関数空間の元としてとらえるかが、安定性とどのように関係するかを論じたものである。 $L_\infty$  の他、 $L_2$  を含むいくつかの関数空間を対象として、むだ時間系のある時間間隔ごとで見た状態遷移を表す作用素のスペクトルに着目し、それが背後にある関数空間に依存しないこと、すなわち安定性が関数空間とは独立に定まることを明らかにした。

この他、関数空間  $L_2$  から  $L_\infty$  への誘導ノルムと  $H_2$  ノルムの間に存在する密接な関係に動機づけられて、雑誌論文 [1],[2] においてはサンプル値系の新たな一般化された  $H_2$  ノルムに関してさまざまな視点で研究を展開した。それらは学会発表 [5],[2] におけるハンケルノルムに関する研究とも密接に関連しており、今後も引き続き取り組んでいく予定である。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

[1] J. H. Kim and T. Hagiwara: Extensive Theoretical/Numerical Comparative Studies on  $H_2$  and Generalised  $H_2$  Norms in Sampled-Data Systems, *International Journal of Control*, Vol. 90, No. 11, pp. 2538–2553 (2017). 査読あり. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/00207179.2016.1257158>

[2] J. H. Kim and T. Hagiwara: Upper/Lower Bounds of Generalized  $H_2$  Norms in Sampled-Data Systems with Convergence Rate Analysis and Discretization Viewpoint, *Systems & Control Letters*, Vol. 107, pp. 28–35 (2017). 査読あり. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2017.06.008>

[3] J. H. Kim and T. Hagiwara:  $L_1$  Discretization for Sampled-Data Controller Synthesis via Piecewise Linear Approximation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 61, No. 5, pp. 1143–1157 (2016). 査読あり. DOI:

<http://dx.doi.org/10.1109/TAC.2015.2452815>

[4] J. H. Kim and T. Hagiwara: Further Results on the  $L_1$  Analysis of Sampled-Data Systems via Kernel Approximation Approach, *International Journal of Control*, Vol. 89, No. 8, pp. 1684–1697 (2016). 査読あり. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/00207179.2016.1144239>

[5] J. H. Kim and T. Hagiwara:  $L_\infty$ -Induced Norm Analysis of Sampled-Data Systems via Piecewise Constant and Linear Approximations, *Automatica*, Vol. 51, No. 1, pp. 223–232 (2015). 査読あり. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.automatica.2014.10.102>

[6] J. H. Kim and T. Hagiwara: Computing the  $L_\infty$ -Induced Norm of LTI Systems via Kernel Approximation and Its Comparison with Input Approximation, *IET Control Theory & Applications*, Vol. 9, No. 5, pp. 700–709 (2015). 査読あり. DOI: <http://dx.doi.org/10.1049/iet-cta.2014.0453>

[7] J. H. Kim, T. Hagiwara and K. Hirata: Spectrum of Monodromy Operator for a Time-Delay System with Application to Stability Analysis, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 60, No. 12, pp. 3385–3390 (2015). 査読あり. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.2015.2422479>

[学会発表] (計 15 件)

[1] J. H. Kim and T. Hagiwara: A Discretization Approach to the Analysis of Yet Another  $H_2$  Norm of LTI Sampled-Data Systems, Proc. 2017 IEEE 56th Conference on Decision and Control, pp. 3594–3599 (2017).

[2] A. Inai, T. Hagiwara and J. H. Kim: Characterization of Quasi  $L_\infty/L_2$  Hankel Norms of Sampled-Data Systems, Preprints of the 20th IFAC World Congress, pp. 3686–3691 (2017).

[3] J. H. Kim and T. Hagiwara: Kernel Approximation Approach to the  $L_1$  Optimal Sampled-Data Controller Synthesis Problem, Preprints of the 20th IFAC World Congress, pp. 933–938 (2017).

[4] J. H. Kim and T. Hagiwara: A Study on

Discretization Approach to the  $L_\infty/L_2$  Optimal Control Synthesis Problem in Sampled-Data Systems, Proc. 2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control, pp. 4021–4026 (2016).

[5] T. Hagiwara, A. Inai and J. H. Kim: The  $L_\infty/L_2$  Hankel Norm of Sampled-Data Systems, Proc. 2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control, pp. 4009–4014 (2016).

[6] J. H. Kim and T. Hagiwara: Computation of the Induced Norm from  $L_2$  to  $L_\infty$  in SISO Sampled-Data Systems: Discretization Approach with Convergence Rate Analysis, Proc. 2015 IEEE 54th Conference on Decision and Control, pp. 1750–1755 (2015).

[7] Y. W. Choi, J. H. Kim and T. Hagiwara:  $L_1$  Analysis of LTI Systems via Piecewise Higher-Order Approximation, Proc. 2015 IEEE Conference on Control Applications (Part of 2015 IEEE Multi-Conference on Systems and Control), pp. 1410–1415 (2015).

[8] J. H. Kim and T. Hagiwara: Kernel Approximation Approach to the  $L_1$  Analysis of Sampled-Data Systems, Proc. 2015 European Control Conference, pp. 416–421 (2015).

[9] J. H. Kim and T. Hagiwara: Induced Norm from  $L_2$  to  $L_\infty$  in SISO Sampled-Data Systems, Proc. 2015 American Control Conference, pp. 2862–2867 (2015).

他 6 件

〔図書〕（計 0 件）

〔産業財産権〕

○出願状況（計 0 件）

○取得状況（計 0 件）

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

萩原 朋道 (HAGIWARA TOMOMICHI)

京都大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号: 70189463

### (2) 研究分担者

なし

### (3) 連携研究者

なし

### (4) 研究協力者

Jung Hoon Kim