

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 21 日現在

機関番号：34406

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K06139

研究課題名(和文) 確率的モデル予測制御手法の構築とランダム量子化器への応用

研究課題名(英文) Establishment of stochastic model predictive control method and its application to random quantizers

研究代表者

橋本 智昭 (Hashimoto, Tomoaki)

大阪工業大学・工学部・講師

研究者番号：90515115

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：システム制御工学の研究分野では、不確定変動を有する外乱の影響を考慮した制御系設計問題が重要な課題の一つとして考えられている。本研究では、確率外乱を有するシステムを制御対象として、システムの状態に関する確率的制約条件を考慮した最適フィードバック制御手法の基盤となる理論と計算アルゴリズムを構築した。さらに、本研究で考案された確率的制約条件付き最適制御問題の解法を、ランダム量子化器を有するシステムの制御系設計問題に適用し、数値シミュレーションによりその有効性が確認された。

研究成果の概要(英文)：In the research field of system control engineering, a design method of control systems with taking uncertain disturbances into account is considered as one of the important research subjects. In this study, a basic theory and computational algorithm have been established for probabilistic constrained optimal control problem of uncertain systems with stochastic disturbances. Furthermore, the proposed method has been applied to the design problem of control systems with random quantizers. The effectiveness of the proposed method was verified by numerical simulations.

研究分野：工学

キーワード：制御工学 システム工学

## 1. 研究開始当初の背景

システムの状態や入出力に関する制約条件を考慮した制御系設計手法として、モデル予測制御手法が近年注目されている。モデル予測制御とは有限評価区間の最適制御問題を時間が進むごとに評価区間を移動させながら継続的にその最適化問題を解くことによって、最適フィードバック制御を実現する手法である。最適制御問題が解析的に解けなくても、数値解法により制御入力を決定することができれば、実応用が可能となる。近年、コンピュータの性能が飛躍的に向上し、最適化問題の高速数値解法アルゴリズムが発展しているため、制御工学分野では、モデル予測制御手法の有用性が高く評価されている。

1990年代後半から2000年代にかけて、ロバストモデル予測制御手法に関する研究が盛んに行われていた。一方、2000年代後半から現在に至るまで、確率的モデル予測制御手法の研究が注目されている。ロバストモデル予測制御の研究では、不確定外乱を有するシステムを制御対象として、制約条件を確定的に満足する最適制御入力の決定方法が考案されている。一方、確率的モデル予測制御では、確率外乱を有するシステムを制御対象として、制約条件を確率的に満足する最適制御入力の決定方法が考案されている。ロバストモデル予測制御の制約条件は確定的につまり確率1で満たす必要があり、確率的モデル予測制御の制約条件はある一定の確率以上で満たされていることが要求され、必ずしも満たさない場合があっても許容される。これが両者の大きな違いである。

ロバストモデル予測制御では、制約条件を常に保証するため、不確定外乱の変動幅は有界であると仮定する必要があり、最悪ケースの不確定外乱を想定して制御器の設計を行うため、制御性能が保守的になるという欠点が挙げられる。一方で、確率的モデル予測制御では、不確定変動幅の有界性を仮定する必要がなく、ある確定的制約条件を確率0.9以上で満たすというふうに、制約を確率的に少し緩和するだけで、制御性能が大幅に改善される場合があるという利点が挙げられる。ただし、確率的制約条件付き最適化問題は、確定的制約条件付き最適化問題に比べて、解くことは困難であり、確率的制約条件をさまざまなアプローチで確定的制約条件に変換し、可解な最適化問題に帰着させることが望まれる。このため、近年は確率的モデル予測制御手法における確率的制約条件の取り扱いに関する研究が盛んに行われている。

確率的外乱を有するシステムの一例として、ランダム量子化器を有するシステムが挙げられる。量子化とは、連続値信号が一定の刻み幅(量子化幅)に基づいて離散値信号に変換される操作のことを意味する。通例の制御系設計では、制御入力に連続値信号として設計するため、ネットワークシステムや離散値アクチュエータを用いるシステムなどに

おいて、制御信号が量子化される場合、制御性能の劣化が生じる。これに対して、通例の制御理論で設計された連続値信号の制御入力に、敢えてノイズ(確率外乱)を付加した後量子化が行われる場合、ノイズを加えない場合に比べて、制御性能の劣化が低減されることが近年発見され注目を浴びている。ノイズを印加して量子化する機構はランダム量子化器と呼ばれている。

## 2. 研究の目的

上記の研究背景で述べた通り、確率的モデル予測制御理論の研究が近年活発に行われているが、多くの研究では、以下のいずれかの制限的な仮定が置かれている。

- ・ 確率外乱が正規分布の確率変数である。
- ・ 確率外乱の確率分布は時不変である。
- ・ 確率外乱の確率分布は既知である。

上記のような仮定のもとでは、確率的制約条件を確定的制約条件に変換する方法が既に考案されている。本研究では、上記のような制限的な仮定を以下のように緩和することを目的にあげる。

- ・ 確率分布は任意(正規分布とは限らない)。
- ・ 確率分布は時変でもよい。
- ・ 確率分布は未知でもよい。ただし、確率外乱の期待値と分散のみ既知とする。

本研究では、先行研究における制限的な前提条件が大きく緩和されたもとで、確率的制約条件を確定的条件に変換するための新しい手法を考案することを目的としている。つまり、本研究では、確率分布が未知である確率外乱を有するシステムに対して、確率的制約条件を考慮した最適制御問題の新しい解法を考案し、確率的モデル予測制御問題の新規基盤理論と計算アルゴリズムを構築することを目的としている。

確率分布が未知である確率外乱を有するシステムに対するモデル予測制御系の安定性に関する研究はこれまでにない。したがって、本研究では、リアプノフ安定理論に基づいて、モデル予測制御によるシステムの確率的漸近安定性を解析し、評価関数の重み係数をどのように選べばシステムの確率的漸近安定性が保証されるかを明らかにすることを目的とする。

研究背景で述べた通り、近年、ノイズを活用したランダム量子化器を有する制御系設計に関する研究が注目されている。しかしながら、システムの状態制約を考慮したランダム量子化制御系の設計法はこれまでに考案されていない。したがって、本研究で考案された確率的モデル予測制御手法を応用して、システムの状態制約を考慮したランダム量子化制御系設計法を新たに考案することを目的とする。

### 3. 研究の方法

#### (1) 確率的制約条件の変形方法

モデル予測制御系設計における有限評価区間の最適制御問題は、制御変数を決定変数とする凸最適化問題に帰着できることが、これまでの研究でよく知られている。ただし、確率的モデル予測制御問題においては、これが確率的制約条件付き凸最適化問題に帰着される。この問題を直接解くことが困難であるため、確率的制約条件を確定的制約条件に変換することが望まれ、これまでに、いくつかのアプローチが提案されてきた。しかしながら、いずれのアプローチにおいても確率外乱の確率分布が既知(正規分布)であるという仮定に基づいて、確率的制約条件が確定的制約条件に変換されてきた。

本研究では、確率外乱の確率分布が任意で時変かつ未知であるという前提で適用可能な手法を構築することを目的としている。このため、既存の確率的制約条件の変換方法を用いることはできず、新たな方法を考案する必要がある。本研究では、この目的を達成するために、チェビシェフの不等式に着目した。チェビシェフの不等式とは、任意の確率分布に対して、ある確率変数とその期待値と分散の間において、ある関係式が成り立ち、その関係を記述する確率的不等式条件のことを指す。チェビシェフの不等式を用いて、確率的制約条件を確定的制約条件に変換する手法を構築した。このアプローチでは、チェビシェフの不等式が任意の確率分布に対して成立するという特徴を活用して、確率外乱の確率分布が未知であっても適用可能であるという利点を引き出している。ただし、チェビシェフの不等式を利用するため、確率外乱の期待値と分散は既知であるという仮定を置いている。実際には、外乱の過去のデータから、外乱の確率分布を推定するより、外乱の期待値と分散を推定する方がはるかに容易であるため、本研究のアプローチが有用であると考えられる。

#### (2) 確率的漸近安定条件の導出

確率外乱を有しない通常システムに対する、モデル予測制御系の安定性解析に関して、既に十分な研究成果が挙げられている。これらの研究で用いられてきたモデル予測制御系の安定性解析手法に基づいて、確率的モデル予測制御系の安定性解析を行う。本研究で扱う制御対象は、確率外乱を有する確率システムであるため、通常システムの漸近安定性の概念ではなく、確率的漸近安定性の概念を導入する。確率システム及びその確率的漸近安定性の定式化後に、通常モデル予測制御系の安定性解析手法を、確率システムに適用できるように改良し、確率的モデル予測制御系の確率的漸近安定条件を導出した。

まず、評価関数を構成する終端コストとステージコストを状態変数の2次形式で記述

し、その重み係数を自由度のある設計変数として残しておく。モデル予測制御系の安定性解析においては、終端コスト関数をリアプノフ関数とみなして、リアプノフの安定定理に基づいて、安定条件が導出される。その条件は、終端コストの時間変化にともなう減少量がステージコスト関数値より大きいという特殊なリアプノフ不等式で与えられる。このような解析手順を、確率的モデル予測制御系の安定性解析においても、同様に行う。ただし、必要に応じて、状態の2次形式を状態の期待値の2次形式に変更するなど、確率的な定式化に変更する。これにより、確率的モデル予測制御系の確率的漸近安定性を保証することができる。さらに、その不等式条件をシュールの補題を用いて、線形行列不等式に変換する。線形行列不等式は汎用的な凸最適化アルゴリズムを用いることで、容易に解くことができる。設計の自由度として残されていた評価関数の重み係数を適切に選び、線形行列不等式を解くことで、確率的モデル予測制御系の確率的漸近安定性を保証することができる。

#### (3) 状態制約付きランダム量子化制御系設計

ランダム量子化器における量子化誤差を確率外乱として書き表すことにより、量子化器を含むシステムを、量子化器を含まない確率外乱を有するシステムへ等価的に変形することができる。これにより、これまでに確立された確率的モデル予測制御手法が適用できる枠組みが構築される。ただし、当該確率的モデル予測制御手法を適用するためには、量子化誤差の期待値と分散を解析的に求める必要がある。量子化誤差の分散を厳密に求めるのが困難な場合は、分散の上限値を解析的に見積もる。チェビシェフの不等式の利用方法を少し改良すれば、分散の上限値の情報のみでも、確率的制約条件を確定的制約条件に変換することが可能である。線形状態フィードバック入力に基づくランダム量子化器制御系と確率的モデル予測制御入力によるランダム量子化器制御系の応答特性や性能の違いを数値シミュレーションにより比較し、確率的モデル予測制御手法の有用性を確認した。

### 4. 研究成果

#### (1) 初年度の研究成果

確率分布が未知である確率外乱を有する制御対象に対する確率的制約条件付きモデル予測制御問題の新しい解法をチェビシェフの不等式を活用することにより考案した。さらに、チェビシェフの不等式がもつ保守性を考慮して、提案手法により得られる確定的条件が、確率分布が既知である場合に得られる条件に比べて、どれほど保守的な条件になっているのかが確認できるような定量的な解析結果を示した。

## (2) 次年度の研究成果

確率的モデル予測制御系が確率的漸近安定となるための十分条件を導出した。まず、評価関数を構成する終端コストとステージコストを状態変数の2次形式の期待値で記述し、その重み係数を自由度のある設計変数として残しておき、終端コスト関数をリアプノフ関数とみなして、リアプノフの安定定理に基づいて、安定条件を導出した。導出された安定条件は線形行列不等式で与えられているので、汎用的な凸最適化アルゴリズムを用いることで、容易に解くことができる。設計の自由度として残されていた評価関数の重み係数を適切に選び、線形行列不等式を解くことで、確率的モデル予測制御系の確率的漸近安定性を保証することができた。

## (3) 最終年度の研究成果

デジタル信号を含む制御系の実装を考慮した場合、信号の量子化が必要になる。その際、量子化誤差が引き起こすシステムの性能劣化が懸念される。近年、人工的にランダムノイズを付加して量子化を行うことにより、量子化誤差の悪影響を低減させるランダム量子化と呼ばれる手法が注目されている。本研究では、システムの状態制約を考慮したランダム量子化制御系設計法を考案した。ランダム量子化による量子化誤差を確率外乱として扱い、その確率外乱の確率分布を解析的に導出するのは困難であるため、初年度で構築した確率的状態制約付きモデル予測制御問題の解法を応用して、状態制約を考慮したランダム量子化制御系設計手法の構築を達成することができた。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 8件)

- ① Taiki BABA, Tomoaki HASHIMOTO: Numerical Simulations on Feasibility of Stochastic Model Predictive Control for Linear Discrete-time Systems with Random Dither Quantization, International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering, Vol. 11, No. 9, pp.959-963, 2017, 査読有.
- ② Kazuma OKADA, Tomoaki HASHIMOTO, Hirokazu TAHARA: Attitude Stabilization of Satellites using Random Dither Quantization, International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering, Vol. 11, No. 8, pp.883-887, 2017, 査読有.
- ③ Tomoaki HASHIMOTO: Stochastic Model Predictive Control for Linear Discrete-time Systems with Random Dither Quantization, International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering, Vol. 11, No. 2,

pp.130-134, 2017, 査読有.

- ④ Tomoaki HASHIMOTO: Stability of Stochastic Model Predictive Control for Schrödinger Equation with Finite Approximation, International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering, Vol. 11, No. 1, pp.12-17, 2017, 査読有.
- ⑤ Tomoaki HASHIMOTO: Solutions to Probabilistic Constrained Optimal Control Problems Using Concentration Inequalities, International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering, Vol. 10, No. 10, pp.441-446, 2016, 査読有.
- ⑥ Tomoaki HASHIMOTO: A Method for Solving Optimal Control Problems subject to Probabilistic Affine State Constraints for Linear Discrete-time Uncertain Systems, International Journal of Mechanical and Production Engineering, Vol. 3, Issue 12, pp. 6-10, 2015, 査読有.
- ⑦ Tomoaki HASHIMOTO: Conservativeness of Probabilistic Constrained Optimal Control Method for Unknown Probability Distribution, International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering, Vol. 9, No. 9, pp.11-15, 2015, 査読有.
- ⑧ Tomoaki HASHIMOTO: Computational Simulations on Stability of Model Predictive Control for Linear Discrete-time Stochastic Systems, International Journal of Computer, Electrical, Automation, Control and Information Engineering, Vol. 9, No. 8, pp.1385-1390, 2015, 査読有.

〔学会発表〕(計 7件)

- ① Taiki BABA, Tomoaki HASHIMOTO: Numerical Simulations on Feasibility of Stochastic Model Predictive Control for Linear Discrete-time Systems with Random Dither Quantization, Proceedings of the 19th International Conference on Model Predictive Control, Stability and Optimality, Singapore, September 11, pp. 509-513, 2017.
- ② Kazuma OKADA, Tomoaki HASHIMOTO, Hirokazu TAHARA: Attitude Stabilization of Satellites using Random Dither Quantization, Proceedings of the 19th International Conference on Control Systems Design and Applications, Kuala Lumpur, Malaysia, August 24, pp.2297-2301, 2017.
- ③ 岡田和真, 橋本智昭: ランダムディザ量子化器を有する線形離散時間システムに対する機会制約付き最適制御, 第61回システム制御情報学会研究発表講演会論文集, 京都, 5月23日, 116-6, 2017.

- ④ Tomoaki HASHIMOTO: Stochastic Model Predictive Control for Linear Discrete-time Systems with Random Dither Quantization, Proceedings of the 19th International Conference on Control, Information and Systems Engineering, Kuala Lumpur, Malaysia, February 12, pp. 1302-1306, 2017.
- ⑤ Tomoaki HASHIMOTO: Stability of Stochastic Model Predictive Control for Schrödinger Equation with Finite Approximation, Proceedings of the 19th International Conference on Control, Signals and Systems, Singapore, January 8, pp. 59-64, 2017.
- ⑥ Tomoaki HASHIMOTO: Solutions to Probabilistic Constrained Optimal Control Problems Using Concentration Inequalities, Proceedings of the 18th International Conference on Computing and Mathematics, Seoul, Korea, October 5, pp. 209-213, 2016.
- ⑦ Tomoaki HASHIMOTO: A Method for Solving Optimal Control Problems subject to Probabilistic Affine State Constraints for Linear Discrete-time Uncertain Systems, Proceedings of the 41st IIER International Conference, New York, USA, October 23, pp. 1-5, 2015.

[その他]

参考 URL : <http://www.sys-lab.org/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

橋本 智昭 (HASHIMOTO, Tomoaki)  
大阪工業大学・機械工学科・講師  
研究者番号 : 9 0 5 1 5 1 1 5