様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科研費
KAKENHI

# 科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ３０ 年　 ６ 月 １１ 日現在

機関番号：３３９１７
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2015～2017
課題番号：１５Ｋ０６１５７

研究課題名（和文）非線形制御の誤差評価と性能保証：精度保証つき数値計算と２乗和多項式の適用

研究課題名（英文）Error Bound and Performance Guarantee for Nonlinear Control: Application of Validated Numerical Computation and Sum-of-Squares Polynomials

研究代表者
大石　泰章（OISHI, Yasuaki）

南山大学・理工学部・教授

研究者番号：８０２７２３９２

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,700,000円

研究成果の概要（和文）：数値計算と最適化の技術を使って，非線形システムのサンプル値制御や最適制御の新しい方法を開発した．まず，非線形システムに対するサンプル値制御器の設計を性能保証つきで行うために，与えられた非線形システムを誤差評価つきで離散化し，これをロバスト制御することを考えた．以上は，精度保証つき数値計算の技術と２乗和多項式の技術を使うことで実現できる．また，非線形システムの最適制御のための有望な方法である安定多様体法を改良するため，Hamilton系の軌道計算に平均ベクトル場法を導入したり，射撃法を開発して軌道の初期点を系統的に選べるようにしたりした．この他，非線形制御や最適制御の実システムへの適用を行った．

研究成果の概要（英文）：For sampled-data control and optimal control of a nonlinear system, new methodology is developed with numerical computational techniques and optimization techniques. First, in order to design a sampled-data controller for a nonlinear system with performance guarantee, it is proposed to discretize a given nonlinear system with an error bound and to design a robust controller.  This is realized with the techniques of validated numerical computation and sum-of-squares polynomials.  Also, for improvement of the stable-manifold method, which is a promising method for nonlinear optimal control, it is proposed to introduce the mean-vector-field method for trajectory computation of the associated Hamiltonian system and to develop a shooting method for systematic choice of an initial point of the trajectory.  Moreover, application of nonlinear control and optimal control is considered to practical systems.

研究分野：制御理論

キーワード：非線形システム　サンプル値制御　最適制御　精度保証つき数値計算　２乗和多項式　安定多様体法　平均ベクトル場法　射撃法

## １．研究開始当初の背景

非線形制御は長い歴史を持つ研究分野であるが，線形制御に比べてその適用範囲は限られている．例えば非線形システムのサンプル値制御は未成熟であり，サンプル時間が十分短ければ連続時間制御に近い性能が達成できるという，ほとんどあたりまえのことしかわかっていない．また最適制御についても，Hamilton--Jacobi 方程式を解けばよいという理論的な段階に長く留まっており，Sakamoto--van der Schaft によって安定多様体法という実用的解法が提案されたのはつい最近のことである．

本研究のアイデアは，数値計算と最適化の技術を使って，非線形システムのサンプル値制御と最適制御にアプローチしようというものである．数値計算の新しい技術である精度保証つき数値計算を使えば非線形システムの離散化が誤差評価つきで行えると考えられ，得られた結果にロバスト制御を適用すれば非線形システムのサンプル値制御が性能保証つきでできると考えられる．ここで必要とされる非線形システムのロバスト制御には最適化の新しい技術である２乗和多項式が適用できる．また数値計算の技術は安定多様体法とも親和性が高く，これを適用することで非線形システムの最適制御をより系統的に行える可能性がある．

## ２．研究の目的

本研究の目的は，数値計算と最適化の新しい技術，特に精度保証つき数値計算と２乗和多項式を使うことで，非線形システムのサンプル値制御と最適制御に対する系統的な新しいアプローチを開発することである．

## ３．研究の方法

研究は以下の３分野で行う：
(1) 非線形システムのサンプル値制御；
(2) 非線形システムの最適制御；
(3) 実システムへの応用．
以下順に研究方法を説明する．

### (1) 非線形システムのサンプル値制御

非線形システムのサンプル値制御が難しいのは，その離散化システムの動特性を陽に求められないからだと思われる．そこで精度保証つき数値計算を使うことで離散化システムを誤差評価つきで求めることを考える．さらに得られた結果に２乗和多項式を使ってロバスト制御を適用し，非零のサンプル周期におけるサンプル値制御の性能保証を行うことを考える．

### (2) 非線形システムの最適制御

Hamilton--Jacobi 方程式の実用的新解法である安定多様体法に，数値計算の技術を適用することでその実用性を高める．安定多様体法では，最適制御に関連した Hamilton 系の軌道計算を多数行うが，その計算が数値的に不安定であるという困難があった．また，軌道はその初期点を与えて初めて計算できるので，制御の観点からみて望ましい軌道を得るには，初期点に関する試行錯誤を行わなくてはならないという問題もある．こうした問題を，数値計算技術によって解決することを試みる．

### (3) 実システムへの応用

コントロールモーメントジャイロスコープのような実際の非線形システムに，サンプル値制御や最適制御を適用して，現実の問題に内在する困難を抽出する．

## ４．研究成果

本研究の成果は以下の３つである：
(1) 非線形サンプル値制御の性能保証；
(2) 非線形最適制御のための安定多様体法の改良；
(3) 実システムの非線形制御と最適制御．
以下順に説明する．

### (1) 非線形サンプル値制御の性能保証

現実の制御対象のほとんどが非線形システムであり，現実の制御器のほとんどがサンプル値制御器であることからわかるように，非線形システムのサンプル値制御は応用上重要であるが，理論的にはほとんど結果がない．本研究では，精度保証つき数値計算と２乗和多項式の技術を使ってこの問題に挑戦し，サンプル値制御器の設計を性能保証つきで行う方法を開発した．

まず制御対象である非線形システムの離散化を誤差評価つきで行う．具体的には，サンプル時間における制御対象の時間発展を，非線形微分方程式の初期値問題ととらえ，これを近似的に解くために Picard 反復を用いる．生成される関数列は厳密解に収束するので，近似的な離散化が得られ，収束速度の評価により厳密解との距離，すなわち誤差の評価が得られる．これは精度保証つき数値計算の制御への応用とみなすことができる．

次に離散化された制御対象とその誤差評価を，不確かさを持つ擬似線形表現で表し，不確かさに対してロバストな制御器を設計することで，サンプル値制御器の設計を性能保証つきで行う．設計計算はパラメータに対して多項式的に依存する線形行列不等式を解くことに帰着されるが，これは２乗和多項式の技術を使って解くことができる．

以上の結果は，当初は多項式で表現できる非線形システムだけを対象にしていたが，後にそれ以外の非線形システムにも拡張した．また，制御器設計の際にサンプル時刻間の制御性能を考慮する方法も開発した．

非線形サンプル値制御という応用上重要だが理論的研究が遅れていた分野に，数値計算と最適化という制御とは異なる技術を使って貢献したという点で，意義のある結果であると考える．

(2) 非線形最適制御のための安定多様体法の改良

安定多様体法は非線形最適制御のための有望な方法であり，飽和を持つシステムの制御や，制約を持つシステムの制御，非線形最適サーボなど多くの実用的な制御系に適用されて有効であることがわかっている．安定多様体法では，最適制御に関する Hamilton 系の軌道を数多く求め，それを補間することで安定多様体を求めて制御則を得る．その際，Hamilton 系の軌道計算が数値的に不安定であること，および，制御の観点で望ましい軌道を得るために，試行錯誤によって初期点を選ばなくてはならないことが問題であった．

本研究では，Hamilton 系の軌道計算を数値的に安定に行うため，数値計算の分野で最近開発された平均ベクトル場法を用いることを提案した．この方法は，軌道上で Hamilton 関数の値が保存されるという Hamilton 系本来の性質を保存することによって数値的安定性を確保しようというものである．平均ベクトル場法は陰的な数値計算法であるので，非線形方程式を解く必要があるが，安定多様体法はオフラインで実行すればよいので計算時間の問題は大きくない．

また，軌道の終端点が目標の点と一致するように初期点を選ぶための方法として，射撃法を提案した．まず初期軌道を用意し，その初期点に摂動を加えて終端点を目標点に近づけることを考える．もとの Hamilton 系の線形近似を考えることで，初期点の摂動によって軌道上の各点がどのように移動するかが求められるが，これを使って，終端点が目標点に一致するような初期点の摂動を逆算することができる．求めた摂動を初期点に加えても，線形近似の影響で終端点は目標点に一致しないかもしれないが，その場合は，再び初期点に摂動を加えることを考え，以上を繰り返す．

安定多様体法は本質的に数値計算と親和性が高いと考えられる．本研究では数値計算技術を導入することでその改良を行ったが，同じ方針でさらなる改良が可能と考えられ，新しい研究の方向性を示すことができた．

(3) 実システムの非線形制御と最適制御

非線形制御や最適制御の実システムへの応用として，コントロールモーメントジャイロスコープの制御，宇宙機のハロー軌道維持制御，住宅における蓄電池の最適運用の各課題に取り組んだ．

コントロールモーメントジャイロスコープは，３つのジンバルの中心に回転体が取り付けられた制御実験機であり，回転体にトルクを加えることで，逆に外側のジンバルを回転させることができる．従来はジンバル１つを固定して簡単化して制御することが多かったが，本研究では，複数の閉軌道を組み合わせて繰り返し適用する方法により，ジンバルを固定せずに３つのジンバルを任意の角度に回転させられるようにした．

宇宙機の軌道維持制御については，楕円制限３体問題の枠組みで，宇宙機をハロー軌道に維持制御することを考えた．まず軌道周辺での宇宙機の動特性を線形近似し，さらに離散化すると，周期的離散時間システムが得られる．これを最適制御するために，対応する Riccati 差分方程式を逆時間で解き，周期解に収束したらそれを使って制御則を得るという方法を提案した．また，燃料消費を小さくするには，サンプル時間やパルス幅，入力重みをどのように選んだらよいか検討した．

蓄電池の最適運用では，住宅での電気料金を最小化するような蓄電池の運用計画について研究した．この問題は線形計画問題の形に記述でき，これを解くことで最適運用計画が得られる．現在の日本の制度では，太陽光発電で発電した電力のうち，住宅で使わない余剰の電力のみが買取の対象になるが，このことが最適運用計画に大きく影響することがわかった．すなわち，太陽光発電の発電量が異なっていたとしても，住宅で使用する電力のパターンが似ていれば同じ運用計画を使っても電気料金の損は少ない．太陽光発電の発電量を予測するのは難しいが，使用電力のパターンは予測できるので，実用上意味のある結果である．

以上のように多くの成果を得た．特に「(2) 非線形最適制御のための安定多様体法の改良」にはさらなる発展の可能性があると考えられ，特に，非線形サンプル値制御への拡張ができるとインパクトが大きい．これについては，科学研究費助成事業基盤研究(C)（一般）「非線形最適制御における構造保存数値計算の利用とサンプル値制御への拡張」で研究を続ける予定である．

〈引用文献〉

① N. Sakamoto and A. J. van der Schaft, “Analytical approximation methods for the stabilizing solution of the Hamilton--Jacobi equation,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 53, No. 10, pp. 2335--2350, 2008.

② J. B. Lasserre, Moments, *Positive Polynomials and Their Applications*. London, UK: Imperial College Press, 2010.

③ R. Rihm, “Interval methods for initial value problems in ODEs,” in *Topics in Validated Computations*, J. Herzberger, Ed. Amsterdam, the Netherlands: Elsevier, 1994, pp. 173--207.

④ G. R. W. Quispel and D. I. McLaren, “A new class of energy-preserving numerical integration methods,” *Journal of Physics A:*

*Mathematical and Theoretical*, Vol. 41, No. 4, pp. 1--7. 2008.

**５．主な発表論文等**
**（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）**

〔雑誌論文〕（計５件）

① **坂井祐介・宇佐美元啓・大石泰章,** “**離散時間最適制御による宇宙機のハロー軌道維持：楕円制限三体問題の枠組みを使って**,” **計測自動制御学会論文集,** Vol. 54, No. 2, pp. 247-252, 2018, DOI: 10.9746/sicetr.54.247, **査読あり.**

② Y. Oishi and N. Sakamoto, “Numerical computational improvement of the stable-manifold method for nonlinear optimal control,” in *Proceedings of the 20th IFAC World Congress*, Toulouse, France, July 2017, pp. 5264-5269, DOI: 10.1016/j.ifacol.2017.08.777, **査読あり.**

③ Y. Oishi, “Validated discretization of a nonlinear system: Extension for a nonpolynomial system and intersample performance,” in *Proceedings of the SICE International Symposium on Control Systems 2016*, Nagoya, Japan, March 2016, **電子出版のためページ数なし（３ページ),** **査読あり.**

④ **荒川紘次・大石泰章,** “**非線形システムに対する動的量子化器の設計：擬似線形表現に基づくアプローチ**,” **計測自動制御学会論文集,** Vol. 52, No. 2, pp. 53-59, 2016, DOI: 10.9746/sicetr.52.53, **査読あり.**

⑤ Y. Oishi, “Validated discretization and robust controller design for nonlinear sampled-data control,” in *Proceedings of the 54th IEEE Conference on Decision and Control*, Osaka, Japan, December 2015, pp. 7280-7285, DOI: 10.1109/CDC.2015.7403368, **査読あり.**

〔図書〕（計１件）

① Y. Oishi, M. Kobayashi, and T. Yoshinaga, “Use of a matrix inequality technique for avoiding undesirable bifurcation,” in *Analysis and Control of Complex Dynamical Systems: Robust Bifurcation, Dynamic Attractors, and Network Complexity*, K. Aihara, J.-i. Imura, and T. Ueta, Eds. Tokyo, Japan: Springer, 2015, pp. 33-40, DOI: 10.1007/978-4-431-55013-6_3.

〔その他〕
**ホームページ等**
http://www.st.nanzan-u.ac.jp/info/oishi/papers-j.html

**６．研究組織**
**(1)研究代表者**
**大石　泰章**（OISHI, Yasuaki）
**南山大学・理工学部・教授**
**研究者番号：８０２７２３９２**