

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 1 日現在

機関番号：15101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K06647

研究課題名(和文)非正準Hamilton力学理論に基づく3次元MHD平衡コード開発とその物理応用

研究課題名(英文)Development of three-dimensional MHD equilibrium code based on non-canonical Hamiltonian theory and its application to physics

研究代表者

古川 勝 (Furukawa, Masaru)

鳥取大学・工学研究科・准教授

研究者番号：80360428

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：磁化プラズマの巨視的運動を記述する磁気流体力学的(MHD)モデルについて、これまで計算不可能だった定常状態の計算を可能にする新しい計算法(疑似アニーリング)を開発した。本研究課題では、低ベータ簡約化MHDに疑似アニーリングを適用し、円柱プラズマの内部に磁気島があったりヘリカル変形した定常状態が、系のエネルギー極小状態として求められることをシミュレーションで実証した。さらに、高ベータ簡約化MHDに拡張し、トロイダルプラズマの定常状態計算にも成功した。また本研究を通じ、ハミルトン系の先進的な数値計算法が必要となり、荷電粒子の運動も含め支配方程式のハミルトン構造を保持した数値計算法の開発も行った。

研究成果の概要(英文)：We have developed a new method for calculating steady states of magnetohydrodynamics (MHD) model that describes macroscopic motion of magnetized plasmas. The new method, named simulated annealing, enables us to obtain a wider class of equilibria that we have not be able to calculate by existing methods. We have applied the simulated annealing to low-beta reduced MHD, and have obtained steady states of cylindrical plasmas where magnetic islands and/or helical deformations exist inside the plasmas as lower energy states. Furthermore, we have extended the method to high-beta reduced MHD, and have succeeded to obtain equilibria of toroidal plasmas. In addition, this research required advanced numerical technique suitable for the Hamiltonian systems. Thus we have advanced research on structure-preserving numerical algorithms for Hamiltonian systems including charged particle dynamics.

研究分野：プラズマ物理学

キーワード：プラズマ・核融合 ハミルトン系 カシミール不変量 磁気流体力学(MHD) 定常状態

1. 研究開始当初の背景

トカマク型に代表される軸対称トーラスプラズマは、現実には完全に軸対称ではない。近年、この非軸対称性がもたらすプラズマ閉じ込め性能への影響評価が重要課題となっている。例えば、非軸対称な磁場成分がプラズマの運動モードと共鳴し増幅されて磁気島を生成し、磁気島領域でのプラズマ温度平坦化ならびにプラズマ中心部の温度低下を引き起こすことがある。磁気島を生成せず、プラズマが単に3次元(ヘリカル)変形するだけの場合でも、高温・高密度プラズマの安定性に大きな影響を与えると考えられている。プラズマ流を減速させるトルクを発生してしまう場合がある。さらに、何らかの原因で生成された磁気島が外部要因により存在する非軸対称な磁場成分にロックし、放電崩壊を誘起する可能性がある。最近では、逆に、意図的に印加した非軸対称磁場に対するプラズマの反応を利用し、プラズマ閉じ込めを制御しようとする試みも盛んに行われている。例えば、外部から時間変動する非軸対称磁場を印加し、プラズマ中に生成した磁気島を印加磁場にロックさせ、放電崩壊に至るのを防げる可能性がある。あるいは、プラズマ周辺部に非軸対称磁場を浸透させ、その辺りに局在して発生する磁気流体力学(MHD)不安定性の発現を制御できる可能性がある。これらを踏まえると、外的に与えられた非軸対称な磁場がプラズマ中にどのように浸透し、どのような構造を作るかを知ることは、核融合開発にとって非常に重要であることがわかる。もちろん、物理現象としても大変興味深い。このような現象の定量的分析には3次元的なプラズマ平衡が必須だが、現在可能な3次元的なプラズマ平衡の計算ではプラズマ流がないことや、磁気面が存在することなどの仮定が入っていて、一般的な(現在計算可能な平衡よりもより広いクラスの)平衡の計算には困難がある。

2. 研究の目的

本研究課題では、プラズマ流があってもよく、また磁気面が必ずしも存在しなくてもよいような、より広いクラスの3次元的なMHD平衡を計算できる新しい解法を、非正準八ミルトン力学理論を応用して開発することを目的とした。本研究で開発する方法には、非正準八ミルトン力学系の性質から生じるカシミール不変量によって平衡を系統的に整理できる特長がある。この特長を活かし、カシミール不変量を制御パラメータとした磁場構造変化の分岐図・相図を作成し、その物理を明らかにすることを目的とした。

3. 研究の方法

本研究で開発する3次元MHD平衡計算の方法は、2次元中性流体の定常状態計算で初めて用いられた歴史がある。2011年、FlierlとMorrisonによって、この方法はより一般的な

理論として整理され、疑似アニーリングという名前が付けられた。MHDも含め、無散逸の流体方程式系はハミルトニアンとポアソン括弧で構成される発展方程式で記述される。ポアソン括弧が歪対称作用素であるためにエネルギーが保存する。ここで、ポアソン括弧を1回余分に作用させた人工的な発展方程式を解けば、エネルギーが単調変化する系を作ることができる。ここで、ポアソン括弧に付随して生じるカシミール不変量が、人工的な運動でも保持される点が重要である。人工的な運動では、系はカシミール不変量が一定の“面”上でエネルギーを単調変化させ、最終的にはエネルギー極値に漸近する。このエネルギー極値の状態が元の系の定常状態に一致するので、ポアソン括弧を1回余分に作用させた人工的な発展方程式を解くことによって無散逸の流体方程式系の定常状態を計算できる。特に、MHDの場合に、プラズマ流や磁気面の存在は特に仮定する必要がない。

研究代表者らは、この理論を2次元矩形領域で低ベータ簡約化MHDの平衡計算に適用し、様々な定常状態を計算することに成功してきた。本研究では、このコードを基に、円柱形状のプラズマへの拡張、高ベータ簡約化MHDで記述されるトロイダル形状プラズマへと拡張した。また、コード拡張の各段階で、プラズマ内部に磁気島があったり、プラズマ内部がヘリカル変形したような定常状態の計算や、トロイダルプラズマの平衡計算結果の従来理論との比較などを行った。

また、このコード拡張を通じ、疑似アニーリングのシミュレーションでは数値安定性の確保に相当な労力を払う必要があることがわかった。したがって、偏微分方程式系である疑似アニーリングへの適用を念頭に、同様のハミルトン系だが常微分方程式の“性質のよい”シミュレーション法の研究も並行して行った。

その他、磁気島のある定常状態の計算に関連し、以前から行ってきた有限幅の内部領域を用いた数値接続法の非線形領域への拡張を完成させた。抵抗性MHDで記述されるプラズマに外部から摂動を与えたときに、1次元スラブプラズマ、線形近似の範囲内で摂動がどのように浸透し、プラズマ流が摂動の増幅・遮蔽にどう影響するかも解析した。そのトロイダルプラズマへの拡張の準備として、抵抗性MHD安定性解析コードを開発した。これらは、より広いクラスの3次元的なMHD平衡が計算された際に、その計算結果の解釈に必要なものである。

4. 研究成果

(1) まず、低ベータ簡約化MHDモデルの疑似アニーリングを円柱プラズマに対して行った。この円柱プラズマは、円柱対称な状態を平衡解の一つとしてもつが、ある空間パターンをもったヘリカル摂動を与えると、その摂

動は不安定で線形成長するようなものを選んだ。つまり、この円柱対称な平衡はヘリカル摂動に対して線形不安定であり、ヘリカル変形した状態の方が円柱対称な平衡よりもエネルギーが低いことを示唆する。したがって、この円柱対称平衡に対して該当のヘリカル摂動を非常に微小な振幅で加えた初期値から疑似アニーリングを行うと、系のエネルギーが単調減少し、最終的にヘリカル変形した別の定常状態に至ることが予想される。実際にシミュレーションを行うと、予想通り、最終的にはプラズマ中に磁気島がある定常状態が得られた。本研究成果は、ヴァレンナ-ローザンヌ核融合プラズマ理論国際ワークショップにて招待講演で発表し、Plasma and Controlled Fusion 誌にも論文発表した。また、エネルギーを減少させていく過程について、いくつかのシミュレーション結果から考察し、日本物理学会等で成果発表した。

(2) 同様に、プラズマ中に磁気島はできないものの、プラズマ内部がヘリカル形状に変形した定常状態の計算にも成功した。図 1, 2 は、それぞれ、この計算におけるエネルギーの時間発展と、得られた平衡の流れ関数の虚部のフーリエ成分を示している。本成果は日本物理学会等で発表した。

(3) 次に、このコードを高ベータ簡約化 MHD の疑似アニーリングを行うものに拡張した。高ベータ簡約化 MHD では、プラズマがトロイダル形状である効果も取り込むことができる。軸対称トカマク平衡を疑似アニーリングにより計算し、既存の近似理論による解析解との比較を行い、磁気軸シフトについて良好な一致を得た。なお、非圧縮ではあるがポロイダル方向のプラズマ流がある平衡計算にも成功している。日本物理学会等で成果発表すると共に、国際論文誌に投稿中である。

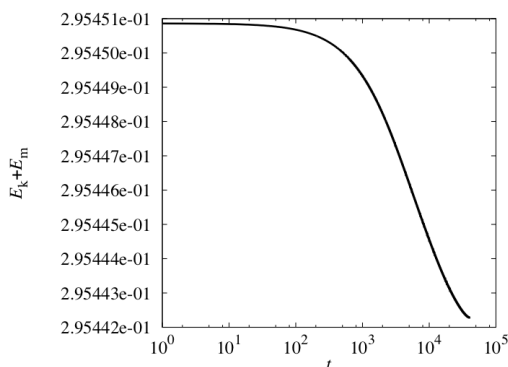


図 1: 円柱対称な平衡にヘリカル変形摂動を微小振幅で与え、疑似アニーリングを行ったときのエネルギー変化。理論通り単調減少していることがわかる。横軸が対数スケールなので、最終的にはエネルギーの時間変化率は十分に小さくなり、プラズマ内部がヘリカル変形した平衡に至っている。

(4) さらに、上記の高ベータ簡約化 MHD の疑似アニーリングコードは、ヘリカル系プラズマをステラレータ展開によってモデル化した方程式系にも容易に書き換えられる。実際に、トロイダル方向に平均化されたステラレータ平衡を計算することに成功し、先行研究の計算結果と比較し、良い一致を得た。本成果も、国際論文誌に投稿中である。

(5) これらの成果を得た一方、疑似アニーリングでは数値不安定性を抑えるのが容易でないこともわかってきた。そのため、多数のパラメータランを行って相図や分岐図を描くには至らなかった。しかし、数値不安定性と戦っていくうちに、対症療法的なことではなく、解いている方程式の性質を保持した数値アルゴリズム、つまり構造保存型数値アルゴリズムを使うことが本質的な解決策になると考えるに至った。例えば天体力学の分野では、天体の運動追跡にはシンプレクティック解法を用いる。この方法によれば、エネルギーがある一定値の周りに振動はするものの、Runge-Kutta 法などで見られる単調変化は起こらない。つまりエネルギー保存に関する“性質が良い”。このような解法を疑似アニーリングに適用するべきだと考え、非正準変数で書いた荷電粒子の運動方程式に対して任意の高次精度で相空間の体積を保存する数値アルゴリズムを開発した。拡大相空間の考えを用い、時間変動する場合の中の荷電粒子運動の追跡にも適用し、ポンデロモータイプ力を受けて荷電粒子が運動する様子を追跡することにも成功した。日本物理学会等で成果発表すると共に、論文発表も行った。

(6) さらに、本アルゴリズムを相対論的な運動にまで拡張することに成功した。共変形式で方程式を書くことによりローレンツ変換に対する不変性を実現し、また拡大相空間の考えを用いることにより固有時間でなく実験室時間でシミュレートすることに成功した。日本物理学会等で成果発表すると共に、論文発表も行った。

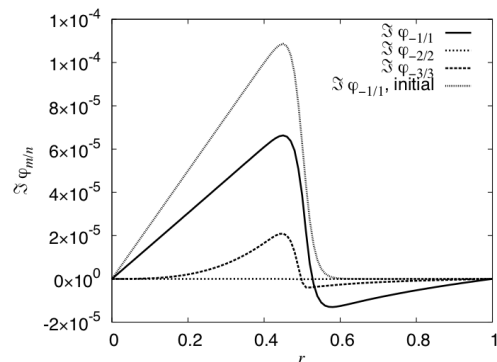


図 2: 流れ関数の虚部のフーリエ成分を小半径の関数として示したもの。得られた平衡と共に、初期値 (initial) も同時に示してある。内部キック不安定性の線形モード構造に近い構造である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計4件)

Akinobu Matsuyama, Masaru Furukawa, "High-order integration scheme for relativistic charged particle motion in magnetized plasmas with volume preserving properties", Computer Physics Communications vol. 220, 2017, pp. 285--296, 査読有.
DOI: 10.1016/j.cpc.2017.08.004

M. Furukawa and S. Tokuda, "Extension of Numerical Matching Method to Weakly Nonlinear Evolution of Resistive MHD Modes", Plasma and Fusion Research vol. 12, 2017, 140325 (9 pp), 査読有.
DOI: 10.1585/pfr.12.1403025

M. Furukawa and P. J. Morrison, "Simulated annealing for three-dimensional low-beta reduced MHD equilibria in cylindrical geometry", Plasma Physics and Controlled Fusion vol. 59, 2017, 054001 (11 pp), 査読有.
DOI: 10.1088/1361-6587/aa5863

M. Furukawa, A. Matsuyama and Y. Ohkawa, "High-Accuracy Numerical Integration of Charged Particle Motion – with Application to Ponderomotive Force", Plasma and Fusion Research vol. 11, 2016, 1303003 (4 pp), 査読有.
DOI: 10.1585/pfr.11.1303003

〔学会発表〕(計15件)

古川勝, 渡邊孝宏, "圧力を含めた簡約化MHDの疑似アニーリング", 日本物理学会第73回年次大会, 25aK501-10 (東京理科大学野田キャンパス, 2018年3月22-25日).

M. Furukawa, "Stability of equilibria obtained by simulated annealing of three-dimensional low-beta reduced MHD", Plasma Conference 2017 (日本物理学会(領域2)2017年秋季大会, 応用物理学会第34回プラズマプロセッシング研究会, プラズマ・核融合学会第34回年会, 第30回プラズマ材料科学シンポジウム), 24P-01 (姫路商工会議所, 2017年11月21-24日).

T. Maekawa, M. Furukawa, "Linear Analysis of the Resistive MHD Response in a One-dimensional Slab Plasma", Plasma Conference 2017 (日本物理学会(領域2)2017年秋季大会, 応用物理学会第34回プラズマプロセッシング研究会, プラズマ・核融合学会第34回年会, 第30回プラズマ材料科学シンポジウム), 23P-115 (姫路商工会議所, 2017年11月21-24日).

T. Watanabe, M. Furukawa,

"Computation of steady state by simulated annealing applied to two-dimensional reduced MHD", Plasma Conference 2017 (日本物理学会(領域2)2017年秋季大会, 応用物理学会第34回プラズマプロセッシング研究会, プラズマ・核融合学会第34回年会, 第30回プラズマ材料科学シンポジウム), 24P-20 (姫路商工会議所, 2017年11月21-24日).

M. Furukawa, "Helically deformed MHD equilibrium as lower-energy state via simulated annealing", 1st Asia-Pacific Conference on Plasma Physics, F-06 (Chengdu, China, September 18-22, 2017).

M. Furukawa, "A new method for 3D MHD equilibrium calculation via Hamiltonian field theory", Tohoku Forum for Creativity, Nonlinear PDE for Future Applications - Evolution Eq. and Mathematical Fluid Dynamics -, (Tohoku University, July 10-14, 2017).

古川勝, "3次元低ベータ簡約化MHDのアニーリングシミュレーションにおける緩和経路の考察", 日本物理学会第72回年次大会, 18aC34-5 (大阪大学豊中キャンパス, 2017年3月17-20日).

M. Furukawa, S. Tokuda, "Extension of numerical matching method to weakly nonlinear regime – beyond the Rutherford theory of magnetic island evolution", 26th IAEA Fusion Energy Conference, TH/P1-14 (Kyoto, Japan, Oct. 17-22, 2016).

古川勝, "アニーリングシミュレーションによる3次元低ベータ簡約化MHDの定常状態計算", 日本物理学会2016年秋季大会, 15aKA-11 (金沢大学角間キャンパス, 2016年9月13-16日).

M. Furukawa, "Simulated annealing for computing stationary state of ideal MHD", JOINT VARENNA - LAUSANNE INTERNATIONAL WORKSHOP "THEORY OF FUSION PLASMAS", I-7 (Varenna, Italy, August 29-September 2, 2016).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

古川 勝 (FURUKAWA, Masaru)

鳥取大学・大学院工学研究科・准教授

研究者番号: 80360428