

令和元年6月10日現在

機関番号：12612

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2015～2018

課題番号：15K11985

研究課題名（和文）劣線形時間パラダイム

研究課題名（英文）Sublinear-Time Paradigm

研究代表者

伊藤 大雄 (Ito, Hiro)

電気通信大学・大学院情報理工学研究所・教授

研究者番号：50283487

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,800,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、「劣線形時間パラダイム」の基本技術の確立を目的として行った。本研究期間における顕著な成果は、WebやSNSなど、複雑ネットワークと呼ばれる現実的な巨大グラフに対する万能定数時間アルゴリズムの提案である。すなわち、複雑ネットワークをモデル化したHSF (Hierarchical Scale Free) というマルチグラフの無限集合を定義し、それに対しては任意の性質が定数時間検査可能であることを証明した。これは疎でありかつ次数上限を持たない、所謂一般グラフと呼ばれる枠組みの非自明なクラスに対する初めての万能定数時間アルゴリズムである。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ビッグデータ時代においては、すべてのデータを読まず一部のデータのみから全体の性質を計算する、劣線形時間アルゴリズム、中でもどんなにデータが巨大になっても高々決まった量のデータしか読まない、定数時間アルゴリズムが重要になる。提案者はこれを「劣線形時間パラダイム」と名付け、そのための基本技術の開発に挑んでいる。今回の成果は、典型的なビッグデータである複雑ネットワークに対する非常に一般性のある定数時間アルゴリズムの提案であり、現実的なビッグデータに対して有効な定数時間アルゴリズムの理論的枠組みを世界で初めて与えた結果であり、理論的工学的インパクトは非常に高い。

研究成果の概要（英文）：The object of this project is establishing fundamental techniques for the “Sublinear-Time Paradigm.” The most remarkable result in this project is presenting a universal algorithm to complex networks, e.g., web graphs and social networks. That is, we define a class of (infinite) multigraphs, named HSF (Hierarchical Scale Free), which models a kind of hierarchical complex networks and prove that every property is constant-time testable for HSF. This is the first nontrivial universal constant-time algorithm on a graph class of sparse and degree-unbounded graphs, what is called the general graphs.

研究分野：理論計算機科学

キーワード：定数時間アルゴリズム 劣線形時間アルゴリズム ビッグデータ 複雑ネットワーク グラフアルゴリズム 性質検査 超有限性 スケールフリー

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

アルゴリズムの善し悪しを評価する最も重要な尺度の一つは計算時間である。入力サイズを  $n$  とし、計算時間を  $n$  の関数  $t(n)$  で表したときに、 $t(n)$  が多項式になること(これを多項式時間アルゴリズムという)が実用的なアルゴリズムである必要条件であるというのがアルゴリズム研究者の中で信じられてきた規範である。これを「多項式時間パラダイム」呼ぶ事にする。しかし近年、それを覆す理論が現れて来た。従来の常識では、入力データはすべて見なければいけないので、 $t(n) = O(n)$  は前提であったが、入力をごく一部しか見ない、すなわち  $t(n) = o(n)$ 、場合によっては  $t(n)$  が定数であるようなアルゴリズムの枠組みが出て来た。これを劣線形時間アルゴリズムという。この理論は今世紀に入ってから急激に進歩してきたが、申請者は日本における数少ないこの分野のプロフェッショナルである。

劣線形時間アルゴリズムは理論的興味から起った物だが、近年状況が変わりつつある。それはビッグデータの問題である。ビッグデータは対象となるデータサイズがそもそも膨大で、それを全て読み込むだけでたいへんな手間と時間がかかることが多い。これに対して、入力のほんの一部だけを見て結果を出す劣線形時間アルゴリズムはこの悩みを一気に解決する手法である。申請者は、今後ビッグデータを扱う場合には、劣線形時間アルゴリズムが中核的立場になると考え、これを**劣線形時間パラダイム**と名付けた。

### 2. 研究の目的

本研究では、「劣線形時間パラダイム」の検証と確立を目的とする。劣線形時間パラダイムとは、申請者によって提案された概念であり、「ビッグデータ時代を迎えたこれからのアルゴリズムは劣線形時間アルゴリズムが当たり前となり、実用上のアルゴリズムおよび理論研究の多くが劣線形時間のものになる」という考え方である。この研究計画では、様々な場面で劣線形時間アルゴリズムが効果的であることを検証する。例えば、NPに入らないと思われているクラスの問題、線形サイズの出力が必要である筈の問題、オンラインアルゴリズムやストリーミングアルゴリズム、あるいは複雑ネットワーク上の問題など、様々な場面で適用可能性を調べ、明らかにする。

### 3. 研究の方法

本研究では、前課題からの継続テーマである、指数時間完全問題の定数時間アルゴリズム、ケーキ分割問題の定数時間アルゴリズムなどに加えて、複雑ネットワーク上の定数時間アルゴリズムに取り組んだ。グラフの定数時間アルゴリズムは、密グラフや次数制限グラフに関しては有力なアルゴリズムが見つかっているが、複雑ネットワークはそのどれにも属さず、定数・劣線形時間アルゴリズムの分野ではほとんど成果が無かった。しかし複雑ネットワークは代表的なビッグデータであるので、これを定数時間で検査することは非常に重要である。複雑ネットワークにはスケールフリー性、クラスタ性、世間は狭いね現象等、様々な特徴があることがわかってきているが、これらを利用して定数時間アルゴリズムの開発を試みた。

### 4. 研究成果

主な成果を記す。

#### (I) 複雑ネットワークの定数時間アルゴリズム

複雑ネットワークは疎でかつ次数上限を持たないので、既存の万能定数時間アルゴリズムが適用できない。しかしスケールフリー性を持つグラフは任意の  $\epsilon > 0$  に対して次数制限グラフに  $\epsilon$ -近接であることを証明した。さらに複雑ネットワークには前述の性質の他に階層性があることが指摘されている [Barabasi & Barabasi 99], [Ravasz & Barabasi 03], [Dorogovsev et al. 11], [Shigezumi et al. 11]。そこでスケールフリー性に加え、ある種の階層性を持つ多重グラフのクラス HSF (Hierarchical Scale-Free) を定義した。そしてこのクラスに対しては、任意の性質が定数時間検査可能であることを証明した。これは疎でありかつ次数制限の無い所謂**一般グラフの非自明なクラスに対する初めての万能定数時間アルゴリズム**である [12][13]。この結果は欧州のアルゴリズムのトップ会議である ESA2016 に採録された [13]。

#### (II) その他の定数時間アルゴリズム

前プロジェクトからの継続課題であるケーキ分割問題に対する定数時間アルゴリズムの枠組みとともにアルゴリズムを与えた。これは国際会議 FUN16 に採録された [14]。他に将棋、中国象棋の先手必勝性が定数時間で検査可能であることを証明し、論文誌 IEICE-D に採録が決定した (掲載予定) [1]。

### 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 17 件)

[1] ITO Hiro, NAGAO Atsuki, and PARK Teagun, Generalized shogi, chess, and xiangqi are constant-time testable, IEICE Transactions, Vol.E102-A, No.9, 2019. (to appear)

[2] Yuto Kishi, Nattapong Kitsuan, Hiro Ito, Bijoy Chand Chatterjee, and Eiji Oki,

Modulation-Adaptive Link-Disjoint Path Selection Model for 1+1 Protected Elastic Optical Networks, IEEE Access, Vol. 7, Issue 1, pp. 25422--25437, 2019. [DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2901018]

- [3] Erik D. Demaine, Hiro Ito, Stefan Langerman, Jayson Lynch, Mikhail Rudoy, Kai Xiao, Cookie Clicker, special issue of JCDCG^3 2017, Graphs and Combinatorics, Springer, 2019. (to appear)
- [4] James Andro-Vasko, Wolfgang Bein, and Hiro Ito, Energy efficiency and renewable energy management with multi-state power-down system, special issue "Information technology: new generation (ITNG 2018)," Information, MDPI, 2019. (to appear)
- [5] Zachary Abel, Erik D. Demaine, Martin L. Demaine, Hiro Ito, Jack Snoeyink, and Ryuhei Uehara, Bumpy pyramid folding, Computational Geometry, Vol. 75, 2018, pp. 22--31. [DOI: 10.1016/j.comgeo.2018.06.007]
- [6] Sergey BEREG and ITO Hiro, Transforming graphs with the same graphic sequence, Journal of Information Processing, Vo. 25, pp. 627--633, Aug., 2017. [DOI: 10.2197/ipsjjip.25.627]
- [7] TOMITA Etsuji, MATSUZAKI Sora, NAGAO Atsuki, ITO Hiro, and WAKATSUKI Mitsuo, A much faster algorithm for finding a maximum clique with computational experiments, Journal of Information Processing, Vo. 25, pp. 667--677, Aug., 2017. [DOI: 10.2197/ipsjjip.25.667]
- [8] Zach Abel, Brad Ballinger, Erik Demaine, Martin Demaine, Jeff Erickson, Adam Hesterberg, Hiro Ito, Irina Kostitsyna, Jayson Lynch, and Ryuhei Uehara, Unfolding and dissection of multiple cubes, tetrahedra, and doubly covered squares, Journal of Information Processing, Vo. 25, pp. 610--615, Aug., 2017. [DOI: 10.2197/ipsjjip.25.610]
- [9] Erik D Demaine, David Eppstein, Adam Hesterberg, Hiro Ito, Anna Lubiw, Ryuhei Uehara, Yushi Uno, Folding a Paper Strip to Minimize Thickness, Journal of Discrete Algorithms, Vol. 36, Jan. 2016, pp. 18--26. [DOI: 10.1016/j.jda.2015.09.003]

(以下は国際会議プロシーディングス。すべて査読あり。)

- [10] ITO Hiro and SHIONO Yoshinao, Number of ties and undefeated signs on a generalized janken, Proceedings of the 18th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (JCDCG^2 2015), LNCS, Springer, # 9943, pp. 143--154, 2017. [DOI: 10.1007/978-3-319-48532-4\_13]
- [11] Kyle Burke, Erik D. Demaine, Harrison Gregg, Robert A. Hearn, Adam Hesterberg, Michael Hoffman, Hiro Ito, Irina Kostitsyna, Jody Leonard, Maarten Loffler, Christiane Schmidt, Ryuhei Uehara, Yushi Uno and Aaron Williams, Single-Player and Two-Player Buttons & Scissors Games, Proceedings of the 18th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (JCDCG^2 2015), LNCS, Springer, # 9943, pp. 60--72, 2017. [DOI: 10.1007/978-3-319-48532-4\_6]
- [12] Hiro Ito, Constant-time algorithms for complex networks, Proceedings of the Asian-Pacific World Congress on Computer Science 2016 (APWConCS 2016), IEEE Computer Society, 2016, pp. 10--17, [DOI 10.1109/APWC.on.CSE.2016.12].
- [13] Hiro Ito, Every property is testable on a natural class of scale-free multigraphs, Proceedings of the 24th European Symposium of Algorithms (ESA 2016), LIPICS, Vol. 57, 2016. pp. 51:1--51:12. [DOI: 10.4230/LIPIcs.ESA.2016.51]
- [14] ITO Hiro and UEDA Takahiro, How to solve the cake-cutting problem in sublinear time, Proceedings of the 8th International Conference on Fun with Algorithms (FUN2016), LIPICS, Vol. 49 (ISBN 978-3-95977-005-7), 2016, pp. 21:1--21:15, [DOI: 10.4230/LIPIcs.FUN.2016.21].
- [15] Etsuji Tomita, Kohei Yoshida, Takuro Hatta, Atsuki Nagao, Hiro Ito and Mitsuo Wakatsuki, A Much Faster Algorithm for Finding a Maximum Clique, Proceedings of

the 10th International Frontiers of Algorithmics Workshop (FAW2016), LNCS, #9711, Springer, 2016, pp. 215--226. [DOI: 10.1007/978-3-319-39817-4\_21]

[16] ITO Hiro and SEKI Shinnosuke, Computational complexity of inverse word search problem, Proceedings of the 12th International Symposium on Operations Research & Its Applications (ISORA 2015), IET Digital Library, 2015, pp. 41--44. [DOI: 10.1049/cp.2015.0607]

[17] ITO Hiro, NAGAO Atsuki, and PARK Teagun, Generalized shogi and chess are constant-time testable, Proceedings of the 12th International Symposium on Operations Research & Its Applications (ISORA 2015), IET Digital Library, 2015, pp. 1--6. [DOI: 10.1049/cp.2015.0601]

〔学会発表〕(計1件)

[18] 東園和樹, 伊藤大雄, 階層構造に基づく複雑ネットワーク生成モデルの超有限性, 電子通信学会コンピューテーション研究会, 京都大学, 2018/10/26.

〔図書〕(計1件)

[19] 伊藤大雄著, データ構造とアルゴリズム, コンピュータサイエンス教科書シリーズ 2, コロナ社, 2017年9月28日。(定数時間アルゴリズムの章を設けた。定数時間アルゴリズムについて詳しく解説した、おそらく日本で初めての教科書。)

〔産業財産権〕

なし

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.alg.cei.uec.ac.jp/itohiro/index-j.html>

6. 研究組織

(1) 研究分担者 なし

(2) 研究協力者 なし

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。