

平成 30 年 5 月 22 日現在

機関番号：32682

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2015～2017

課題番号：15K12067

研究課題名(和文)多義柱体錯視の解明とその錯視効果の制御法の確立

研究課題名(英文)Study of Ambiguous Cylinder Illusion and Its Control

研究代表者

杉原 厚吉(Sugihara, Kokichi)

明治大学・研究・知財戦略機構・特任教授

研究者番号：40144117

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文): 本研究の目的は、二つの方向から見たとき全く異なる断面をもつ柱体に見える多義柱体の仕組みを明らかにし、その汎用設計法を確立することである。

まず与えられた2つの図形から、対応する空間曲線を求める方程式を構成し、それを一つの方向へ掃き出し、できるだけ一様な厚みをつけることによって多義柱体を設計する方法を開発した。それを紙工作するための展開図の製作法も開発した。

次に多義柱体の設計法を応用して、鏡に映すとトポロジーが変わる立体、鏡に映すと向きが逆転する立体などの計算法も開発した。そして、それらを実現する錯視立体を多数製作して錯視を確認し、多義柱体という新しい不可能立体の理論体系を作ることができた。

研究成果の概要(英文): The purpose of this research is to establish a design method for ambiguous cylinders, whose appearances change drastically when they are reflected in a plane mirror.

First, an equation system is constructed for finding the space curve that affects two given shapes when it is seen from two prespecified viewpoints. Next, an ambiguous cylinder is constructed as the surface swept by the space curve. Several heuristic methods were also constructed for controlling thickness of the ambiguous cylinders so that they appear to be as uniform as possible, and thus the cylinders are 3D printable. A method for drawing unfolded surface was also constructed.

On the basis of these methods, we also developed new types of impossible objects, such as "topology-disturbing objects", whose topology changes in the mirror, and "deformable objects", which appear to deform when viewpoint is moved. Thus, we establish a mathematical theory and a systematic design algorithm of "ambiguous cylinders".

研究分野：数理工学

キーワード：立体錯視 不可能立体 視覚モデル 変身立体 錯覚

1. 研究開始当初の背景

本研究代表者は、これまでに、絵を理解するコンピュータの開発研究を通して、不可能立体の絵とよばれるだまし絵を立体化する方法を開発してきた。その中で、人の視覚システムは、多くの可能性の中から直角を含む解釈を優先する傾向が非常に強いことを痛感した。この直角優先の具体例の一つは、柱体を見たとき、その断面は柱体の軸に垂直な平面で切断した結果であると解釈する傾向である。この傾向と、画像から立体を復元する際には奥行きに自由度があることを組み合わせると、一つの立体であるにもかかわらず、見る方向を変えると2種類の断面をもつ柱体に見えてくる立体の試作に成功した。例えば、立体自体は円形の断面をもつ柱体に見えるのに対して、鏡に写った像では、星型の断面をもつ柱体に見える立体である(図1)。このように2種類の断面形状が知覚される現象は新しい立体錯視であり、これを申請者は多義柱体錯視と名付けた。この新しい錯視の発見が、本研究の背景である。



(a) 立体とその鏡像



(b) 一般の方向から見たところ

図1. 多義柱体「満月と星」

2. 研究の目的

本研究の目的は、多義柱体錯視の仕組みを説明する数理モデルを構成して、それを応用することである。すなわち、多義柱体錯視がなぜ生じるかを明らかにし、この錯視をもたらす立体が存在するための幾何学的条件を特徴づけ、その錯視効果を最大にする立体の設計法を確立する。さらに、それを発展させて、鏡に移すと一部が消える錯視立体、鏡に移すと対象の一部が場所を移動して見える錯視立体なども制作する。そして、それらを

目立つ標識やエンタテインメントの素材として応用する方法を開拓する。

これらの成果は、人の視覚システムにおけるパターン認識過程の理解を助け、コンピュータによるパターン認識のための新しい手法を提案することにも貢献するものである。

3. 研究の方法

本研究代表者が偶然見つけて「多義柱体」と名付けた新しいタイプの不可能立体について、理論的解析、実験的観察、設計アルゴリズム構築の三つのアプローチで研究を進めた。

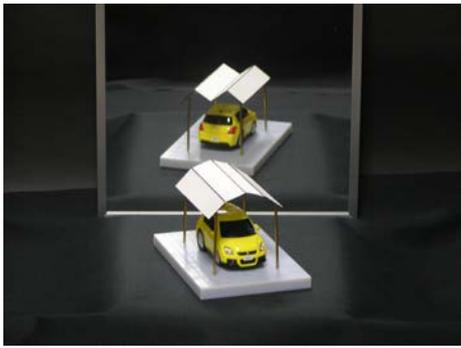
理論的解析では、視覚の数理モデルを作り、その性質を調べることによって、なぜ同一の立体が見る方向を変えると二つの別形に見えるかを説明する理論を作った。これには、従来から用いている研究代表者の視覚モデルに心理学的知見を加えて改良しそれを利用するという方法をとった。

実験的観察では、多義柱体の実例を紙工作あるいは3Dプリントによって作り、それを被験者に見せて、錯視の強さを測った。これにより、立体例によって錯視の強さが大きく異なることがわかったが、これは設計計算の段階では予測できないことであった。この結果を理論的解析へフィードバックして、錯視の強さの違いがなぜ生じるのかについても解析した。

設計アルゴリズム構築では、二つの図形が与えられたとき、多義柱体ができるか否かを判定し、できる場合はそれを厚み0の柱体として構成し、最後にできるだけ均一な厚みをつけるという一連のアルゴリズムを作って、それをソフトウェアに実装した。特に厚みをつける方法では、二つの見え方の両方に同一の均一厚みをつけることは理論的に不可能なので、次善の策として、いくつかのヒューリスティックな方法をメニューとして用意し、図形に応じて適切なものを選択できるようにするという方針をとった。

4. 研究成果

2015年度は、この錯視の数理的性質について調べた。まず、同一平面上の二つの図形A, Bが与えられたとき、視点Pから見たときAに一致し、視点Qから見たときBに一致する空間曲線が存在するための必要十分条件を明らかにした。そして、この空間曲線に沿って端点が移動するように一つの線分を方向を変えないで動かしたとき掃き出す曲面として多義柱体を作る方法を開発した。この方法に基づいていくつかの立体を試作し錯視効果を確認することができた(雑誌論文⑥)。この立体は二つの方向から見た姿が激変するので、そのことをわかりやすく表すために「変身立体」という名称も使うことにした(図2)。

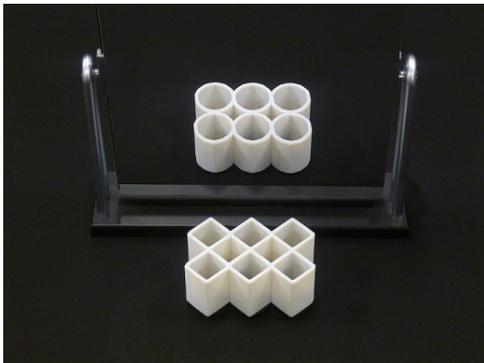


(a) 立体とその鏡像



(b) 一般の方向から見たところ
図2. 変身する「ガレージ屋根」

この立体錯視を効果的に体験するための一つの方法は、鏡を用いて、二つの方向からの姿を一つの視点で同時に見比べる方法である。このとき、柱体の反対側の端を見比べる呈示法と、同じ側の端を見比べる呈示法があるが、一般に後者の呈示法の方が、錯視がより効果的に起こることがわかった。これは、視点が有限の距離にあっても柱体が明確に



(a) 立体とその鏡像

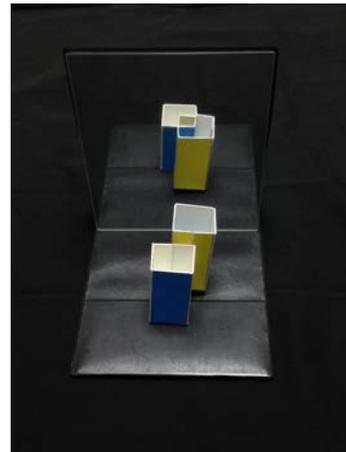


(b) 一般の方向から見たところ
図3. 変身立体「6本の円管と8本の正方形管」

定義できること、および、この柱体を、軸を垂直に向けて立てると、通常天井からの照明によって端の形状が明るく照らされて見やすくなることによる(図3)。

さらに、図形A, Bの組み合わせによって、錯視の安定性が大きく異なることもわかった。すなわち、視点を厳密に正しい位置に固定しないと錯視の生じないものから、おおよその位置から見て錯視が生じ、さらに両目で見てもまた目の位置を動かしても錯視が起こり続けるものまで広く分布する。この安定性は、AとBが近いほど、また二つの視線方向が直交に近いほど大きいこともわかった。

2016年度は、2015年度に構成した多義柱体設計アルゴリズムの出力から、立体を展開図に変換して紙工作で作るための方法を開発した。この場合には、形状を固定するために柱体の断面形状も与えなければならない。そして、錯視効果を高めるためには、この断面がどちらの視点からも見えないように隠さなければならない。これらの制約を追加した場合に立体が存在するための条件を明らかにし、その展開図描画法をソフトウェアとして実装した(図4)。



(a) 立体とその鏡像



(b) 一般の方向から見たところ
図4. 紙製の変身立体

多義柱体設計アルゴリズムの出力は柱状の曲面であるが、これに厚みを加えて 3D プリンターを用いて合成樹脂で作る方法も開発した。ただし、曲面を少し縮小して柱体の内側の面にするという単純な厚みの与え方では、錯視効果が減るため、錯視効果が残るように厚みと端の切り口の角度を場所ごとに制御する方法を開発した。

さらに、多義柱体を人が知覚するときの心理学的側面についても調べた。設計した柱体が本当に望み通りの錯視効果をもたらすかどうかを実験的に調べた結果、片方の目をつむった状況ではほぼ確実に望み通りの知覚が生じることがわかった。これは、脳が奥行き情報のない場面では、柱体の端の曲線を軸に垂直な平面で切断してできた切り口と解釈することによって生じるものであると理解できる。一方、両方の目を見たときには必ずしも望みの形が知覚されるとは限らないこともわかった。

初年度に発見した安定性の非常に高い多義柱体がなぜ生まれるかについても考察した。その結果、知覚してほしい二つの図形の近さが大きく影響することがわかった。特に、距離は大きい場合にこれが顕著であることがわかった(学会発表②)。

2017年度は、まず多義柱体にできるだけ均一な厚みをつける方法を開発した。柱体側面の厚みは、二つの方向それぞれから見たとき場所によらず一定で、かつ二つの方向から見た厚みも同じに見えることが理想的であるが、一般にそのような厚みは存在しない。そこで、次善の策として、それぞれの方向から見たときの厚みを一定にする方法、一方向から見たとき見えない部分に切り込みを入れて見かけの上で二方向の厚みを一定にする方法、角の鋭さを犠牲にして二つの方向から見た厚みを一定にする方法、柱体の形に応じて厚みを内側と外側につける比率を変える方法の4つの発見的方法を開発し、柱体の形に応じてその中から最も適切なものを選択できるようにした。これによって、多義柱体の美しさが格段に向上した(雑誌論文①)(図5)。

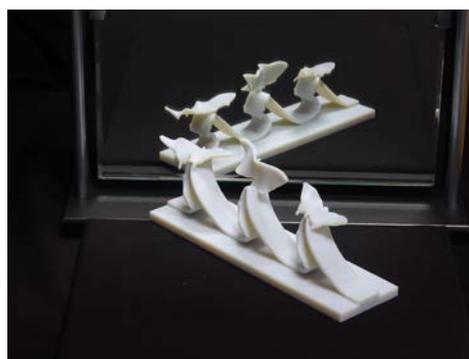
柱体と2次元図形を混在させることによる新しいタイプの多義柱体の設計法も発見した。シュレーダーの階段図形に代表される古くから知られた2次元多義図形に3次元的装飾を施し、斜めの二つの方向から見ることによって新しい視覚効果が得られ、この原理に基づいて多くの錯視立体も試作できた(図6)。

曲面を含む多義図形を紙工作で作るための展開図の計算法も開発した。これにより、3Dプリンターが使えない場面でも、多義柱体を自作し、それを直接見て錯視を体験できるようになった(図7)。

以上の諸成果を、視覚の仕組みを考える知育教材として、いくつかの出版社と協力して商品化することもできた(図書①, ②, ③)。

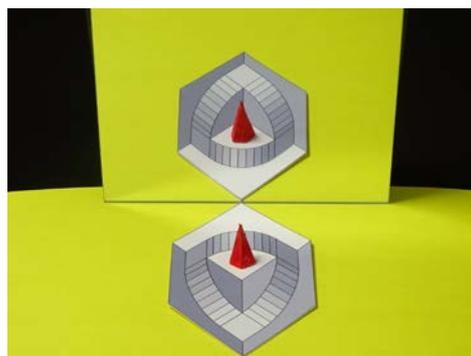


(a) 立体とその鏡像

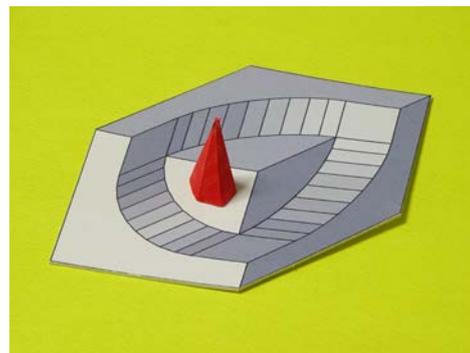


(b) 一般の方向から見たところ

図5. 厚みを制御した変身立体「水面と草原」



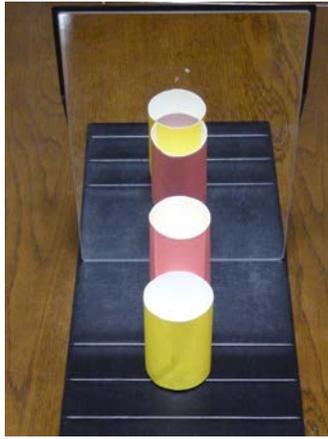
(a) 立体とその鏡像



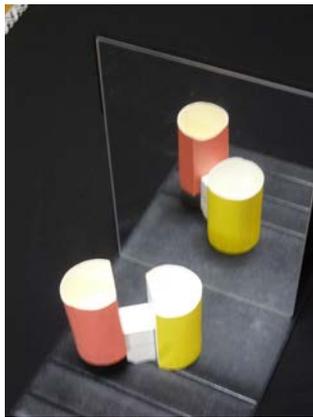
(b) 一般の方向から見たところ

図6. 高さの反転する変身立体「燭台」

さらに科学館、技術館などでの「見る仕組み」を題材とした特別展示イベントにおいて研究成果としての変身立体を展示して一般の方に見てもらえる機会もたくさんもてた。その中には、日本科学未来館、三菱みなとみらい技術館、明治大学博物館、池田記念美術



(a) 立体とその鏡像



(b) 一般の方向から見たところ

図 7. 紙製の曲面を含む変身立体「分離円柱と交差円柱」

館, そごう美術館, みくに龍翔館, 渋谷区子ども科学センター, 浜松科学館, 名古屋市科学館, 多摩六都科学館, 郡山市ふれあい科学館, 川口市立科学館, 熊本県立美術館, 防府市青少年科学館などが含まれる. これらの機会によって, 見ることの危うさと数理科学の有用さを一般の方にもアピールできた.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

① K. Sugihara: Thickness Design for Ambiguous Cylinder Illusion. *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, 査読有, vol. 35 (2018), pp. 391-409. DOI: 10.1007/s13160-017-0263-y

② K. Sugihara: Topology-disturbing objects: A new class of 3D optical illusion. *Journal of Mathematics and the Arts*, 査読有, vol. 12 (2018), pp. 2-18. <https://doi.org/10.1080/17513472.2017.1368133>

③ K. Sugihara: Anomalous Mirror Symmetry Generated by Optical Illusion. *Symmetry*,

査読有, vol. 8(2016), 21; doi:10.3390/sym8040021

④ K. Sugihara: A New Type of Impossible Objects That Become Partly Invisible in a Mirror. *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, 査読有, vol. 33 (2016), pp. 525-535. DOI: 10.1007/s13160-016-0233-9

⑤ K. Sugihara: Height reversal generated by rotation around a vertical axis. *Journal of Mathematical Psychology*, 査読有, vol. 68-69 (2015), pp. 7-12. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmp.2015.07.001>

⑥ K. Sugihara: Ambiguous cylinders: A new class of impossible objects. *Computer Aided Drafting, Design and manufacturing*, vol. 25 (2015), pp. 19-25.

[学会発表] (計 7 件)

① K. Sugihara: Mathematics has a power for discovery and innovation. Conference on Science and Mathematics Education, key note speech, 2017年11月14日~16日, Penan (Malaysia).

② K. Sugihara: Optimizing illusion for ambiguous cylinders. Franco-Japanese Days on Combinatorics and Optimization 2017 in Honour of Michel Deza. Invited talk, 2017年12月4日, Tokyo (Japan).

③ K. Sugihara: Impossible Objects: The Mathematics of 3D Illusions. IMA (Institute for mathematics and Its Applications) Public Lectures, University of Minnesota. 2018年2月21日, USA. <https://www.ima.umn.edu/2017-2018/PUB10.1.17-5.31.18/26505>

④ K. Sugihara: Evolution of Impossible Objects: Mathematical Development of New 3D Illusions. CONVEGNO: Illusione e Realta: tra Psicologia e Neuroscienze, 2016年7月12日, Universita - Sassari, Italy.

⑤ K. Sugihara: Height Reversal Generated by the Rotation around the Vertical Axis. *Psicologia e Neuroscienze*, 2016年9月29日, University of Sassari, Italy.

⑥ K. Sugihara: Design of ambiguous cylinders. *Asian Forum on Graphic Science, Electric Proceedings, F07, 8pp.*, 2015年8月5-9日, Bangkok.

⑦ K. Sugihara: Impossible objects as a tool for understanding the human vision

systems. Invited talk, Asian Forum on Graphic Science (AFGS 2015), 2015年8月5-9日, Bangkok.

〔図書〕(計 5 件)

- ① 杉原厚吉 (監修): 「作って!!ふしぎ・びっくり!!?? 杉原厚吉先生のトリック工作」, 64pp., 主婦と生活社, 2017年7月.
- ② 杉原厚吉: 「錯覚トリックキット」, 幻冬舎, 16pp., 2017年7月.
- ③ 杉原厚吉: 「鏡で変身! ?ふしぎ立体セット~驚きの錯覚 不可能立体の世界」, 17pp., 東京書籍, 2017年7月.
- ④ 杉原厚吉: 「不可能立体作品集3」, 明治大学先端数理科学インスティテュート 錯視の心理的・数理的アプローチの融合研究プロジェクト, 2017年1月.
- ⑤ 杉原厚吉: 「不可能立体作品集2」, 明治大学先端数理科学インスティテュート 錯覚と数理の融合研究プロジェクト, 2016年3月.

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 1 件)

名称: 「錯視立体群」
発明者: 杉原厚吉
権利者: 明治大学
種類: 特願
番号: 2017-187524
出願年月日: 2017年
国内外の別: 国内

○取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

多義柱体を紹介したホームページ
<http://www.isc.meiji.ac.jp/~kokichis/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

杉原 厚吉 (SUGIHARA, Kokichi)
明治大学・研究・知財戦略機構
研究者番号: 40144117