様　式　C－19、F－19－1、Z－19　（共通）

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 29 年　 6 月　 9 日現在

機関番号：１３９０１
研究種目：挑戦的萌芽研究
研究期間：2015～2016
課題番号：１５Ｋ１３８５６

研究課題名（和文）エナジーハーベスティング電磁デバイス設計のための３Ｄトポロジー最適化法

研究課題名（英文）Three-dimensional topology optimization method for energy harvesting electromagnetic device

研究代表者
松本　敏郎（Toshiro, Matsumoto）

名古屋大学・工学研究科・教授

研究者番号：１０２０９６４５

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,000,000円

研究成果の概要（和文）：エナジーハーベスティング電磁デバイスの三次元トポロジー最適化のために必要な基礎技術の確立を目的として，以下のことを行った．
(1) 順問題と随伴問題の電磁場解析を多数回繰り返す必要があるので，境界要素法の係数行列の計算にHマトリックス法とLU分解により，少ない記憶容量による高速解法を構築した．(2) 固有値を変更できるようなトポロジー最適化問題を計算できるように，固有値を目的関数とするトポロジー導関数を導出し，実際の固有値の再配置を行うトポロジー最適化問題により有効性を示した．(3) 電磁波同問題のトポロジー最適化の一連の流れを構築し，クローキング問題を解析例として有効性を示した．

研究成果の概要（英文）：Following results have been obtained aiming at establishing fundamental analysis techniques for topology optimization of 3d energy harvesting devices.
(1) Since in the topology optimization analyses, computations of electromagnetic fields for the direct and adjoint problems must be repeated, a fast solver of BEM with low memory requirement has been developed by employing H-matrix method and LU decomposition method. (2) In order to realize the computations of topology optimization problems having objective functions consisting of their eigenvalues, corresponding topological derivatives have been derived analytically. The effectiveness of the derived formulation has been demonstrated through a numerical example of rearranging the eigenvalues. (3) A basic flow of topology optimization for electromagnetic problem has been developed and its validity has been checked through an electromagnetic cloaking example.

研究分野：設計工学、計算力学

キーワード：トポロジー最適化

１．研究開始当初の背景

我々の生活空間は，様々な機器が発する電磁波が満ちている。近年，このエネルギーを回収して，大規模地震発生等の天災時に最低限の通信手段を確保するための充電手段として，振動エネルギーや電磁波のエネルギーを高効率に回収する技術の開発が望まれている。それには高効率アンテナ技術，検波回路技術，電源回路構成技術の研究開発などが同時に必要となるが，アンテナの構造や配置に関しては，まだ薄膜状の形状が試行錯誤で決定されており，物理的に最適な形状は求められていない。

一方，このような形状を効率的に見出すには，コンピュータによる数値シミュレーションが極めて有効である。境界要素法は無限領域を厳密に取り扱うことも可能であり，形状設計には誘電体や導体の形状を変更しながら電磁場解析を多数回繰り返す必要があるので，境界要素法ではその際の要素分割も容易である。また，境界要素法は大規模な解析のための高速解法の開発も容易であり，境界要素法の利点を生かした様々なトポロジー最適化問題への応用も進んでいる。しかしながら，電磁波問題のトポロジー最適化は，無限領域中の３次元空間内に置かれた形状の最適トポロジーを同定する問題であり，その解法の方法論はまだ確立されていない。

アンテナの電磁波解析は，無限空間に対して行う必要があり，境界要素法が最も適している。形状設計には誘電体形状を変更しながら電磁場解析を繰り返す必要があるが，上述のように境界要素法はその際の要素分割も容易であり，境界要素法はそれに簡単に対応でき，大規模な解析のための高速解法の開発も可能である。また，境界要素法の利点を生かした様々なトポロジー最適化問題への応用も進んでいるものの，電磁波同問題の最適トポロジーの同定問題に対してはまだ未知の領域であと言える.

２．研究の目的

トポロジー最適化の計算プロセスで必要な，開空間電磁場解析のための高速境界要素法を定式化する．すなわち，係数行列の低ランク近似（Adaptive Cross Approximation）およびＨマトリックスによる高速境界要素法をまず開発する。次に，電磁場の解析における共振周波数が目的関数の場合のトポロジー導関数，およびレベルセット法に基づくトポロジー最適化のアルゴリズムの開発とその有効性の検証を行う．共振周波数の計算は非線形固有値問題の経路積分による方法を境界要素法に拡張する.

電磁波動問題の場の最適形状を求めるには，高速な電磁場の解析法に加えて，高度な形状最適化手法が必要となる。現状では，試行した形状について電磁場解析を行い，形状を修正する試行錯誤により設計がなされている。本申請課題で行うようなアンテナや電極等の形状最適化，およびトポロジー最適化手法の開発はまだなされていない。電磁場の解析手法は，時間領域差分法(FDTD 法)や有限要素法が用いられている場合が多い。しかしながらこれらは有限領域に対する解法であり，無限空間を含むようなアンテナ等の形状設計問題の解析手法としては，開領域を厳密に扱うことができる境界要素法が断然有利であるものの，電磁材料のトポロジー最適化への利用技術はまだ開発されていない。支配微分方程式であるマックスウェル方程式は，境界要素法に高速多重極法を適用した高速化が可能であり，様々な研究が現在なされているが，形状設計問題にさらに適用するには，現状では，計算速度と連立方程式の反復解法における収束性の問題が存在している。また，電磁材料のトポロジー最適化を行うための形状のコントロール技術が新たに必要となる。

本研究は，これまで経験や試行錯誤によりなされていたエナジー・ハーベスティング用のアンテナの３次元的形状設計に，数理的手法を用いて最も効率的な最適形状を求めることを最終的な視野に，電磁場中でトポロジー最適化を行うためのトポロジー導関数，随伴境界値問題の新しい導出などを伴う方法論の提案を行う。電磁場の解析における共振周波数を目的関数とするトポロジー最適化はまだ手をつけられていない新しい問題である．従来の時間領域差分法や有限要素法では，無限領域を近似的に扱っており，領域内部も離散化することによる固有周波数の精度低下と要素分割に依存して重要な周波数がいくつか欠落してしまうという問題点があったが，本研究では，他の問題で近年用いられている非線形固有値問題の経路積分による解法を新しく定式化する境界要素法に拡張し，これまで困難であったこれらの問題の解決を試みる。

３．研究の方法

本研究課題では，電磁材料の形状を設計するためにトポロジーの変化を伴う形状変更毎に電磁場解析と固有振動数解析を多数回繰り返す必要があり，高速な電磁場解析法が必要となる。高速な電磁場解析を行う境界要素法として，マックスウェルの方程式に基づく基本解を多重極展開し，得られる連立方程式を反復法で解く方法が用いられているが，連立方程式の係数行列が悪条件であり，計算に時間がかかるという難点があった。本研究では，連立方程式を大規模な連立方程式を，係数行列の低ランク近似により少ない記憶容量と計算量で解く方法が，Adaptive Cross Approximation (ACA) と称して提案されている。電磁場解析の境界要素法に併せて用いれば，反復法の収束性の問題も一気に解決した大規模高速解法が実現すると考えら

れる。

境界要素法では，波数が基本解中に含まれており，共振周波数の計算は非線形固有値問題となるため，有限要素法に比べて不利であった。本研究では，この非線形固有値解析法を，新しく定式化する大規模高速境界要素法に適用し，ソフトウェアの開発を行う。

以上の定式化を基に，さらに電磁材料の形状・トポロジー最適化法のためのレベルセット法，随伴問題，トポロジー導関数の導出と解析アルゴリズムの開発をさらに行う．レベルセット関数は，この場合は電磁材料の内部，境界，外部でそれぞれ正，0，負の値を取るスカラー関数である。本研究課題では，電磁材料の分布形状に対するレベルセット関数の表現を検討し，目的関数に対してレベルセット関数の分布の更新に必要な随伴境界値問題の導出と，トポロジー導関数の導出を行う。

４．研究成果

(1) H マトリックスによる計算の効率化

ACA と階層型行列法（H マトリックス法）により，境界要素法で得られる連立方程式の係数行列を少ない記憶容量で効率的に解く方法を組み込んだ．簡単のために下記の境界積分方程式の場合についてその概要を示す．

$$u^{inc}(\mathbf{x}) = -\int_{\Gamma_p} G^1(\mathbf{x},\mathbf{y})\frac{\partial u(\mathbf{y})}{\partial n_y}d\Gamma_y \qquad (1)$$

ただし，$\mathbf{x}$，$\mathbf{y}$ はそれぞれ場の選点とソース点，G^1 は基本解，u は電場，u^{inc} は入射波，n は外向き単位法線方向，Γは誘電体（または導体）の境界である．式(1)を離散化すると，電場ベクトルにかかる係数行列 A が次に様に得られる．

$$A = a_{ij} = -\int_{\Gamma_j} G^1(\mathbf{x}_i,\mathbf{y})d\Gamma_y \qquad (2)$$

ただし，i，j はそれぞれソース点，要素番号であり，a_{ij} は係数行列の ij 成分である．

いま，材料の境界が図 1 のように要素分割されているものとする．

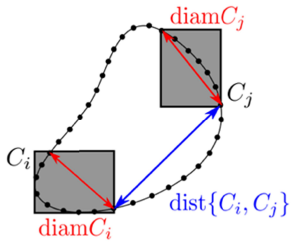


図 1 材料の境界要素分割とブロック

境界要素節点は，ソース点，選点ごとにその近傍の距離に応じてグルーピングしてブロック化できる．H マトリックスを構成するために，このグループ化を全体領域から始めて，図 2 のようにそれぞれのブロック内でさらに小ブロックに階層的にブロック化していく．

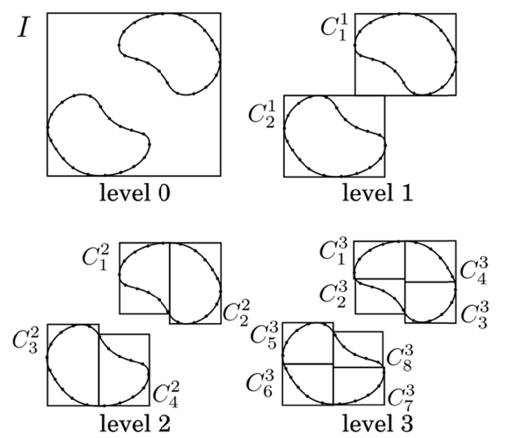


図 2 階層的ブロック化

H マトリックスの部分行列は低ランク近似を用いて少ない記憶容量で保存する．本研究では，トポロジー最適化の過程において場の直接的問題とその随伴問題の２つについて，連立方程式を２回解く必要が生じる．しかしながら両者の連立方程式の係数行列は共通のものとなるので，H マトリックスを LU 分解して解く直接解法を採用して，計算の効率化を図った．

図 3 に示すような二重円筒領域に無限遠から入射波が入る問題の計算を H マトリックスと LU 分解の組み合わせで計算を行った．図 4 に，H マトリックスに LU 分解による直説法を組み合わせた解法による計算時間（■）を高速多重極法と GMRES 法による反復解法の組み合わせによる方法（●）および GMRES 法のみを用いた場合（▲）と比較して示す．本研究の方法により，未知数が増加する大規模な問題に対して高速化が図られていることがわかる．

(2) 共振周波数のトポロジー導関数の計算法

無限領域中の誘電体等による散乱波に対して共振周波数は放射条件を考慮した複素固有値として得ることができる．境界要素法を用いた場合，係数行列の中に波数を陰に含んでしまうためこの固有値問題は非線形固有値問題となる．そこで，SS 法を適用して固有値問題を解いた．ある特定の共振周波数を有するように電磁材料の分布を求めるためには，固有値を目的関数とする必要がある．例として，TM モードの場合を考えると電場 u に対するヘルムホルツ方程式を考える．波数を k とし，目的関数を k^2 とする．誘電体中に半径εの微小円孔が出現したときの波数の変化を$\delta(k^2)$ と書くと，トポロジー導関数 T が次のよう得られた．

$$T = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\delta(k^2)}{\pi\varepsilon^2} = d - 2\,|\nabla u|^2 + k^2\,|u|^2 \qquad (3)$$

よって，場の中の電場とその勾配を境界要素

法により計算すればトポロジー導関数を計算できることがわかった．

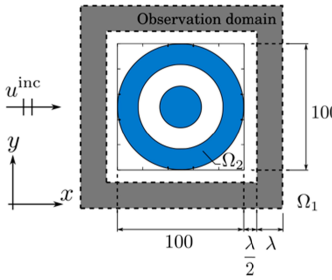


図 3　H マトリックスの計算効率化のための例題（二重円筒領域による散乱波の計算）

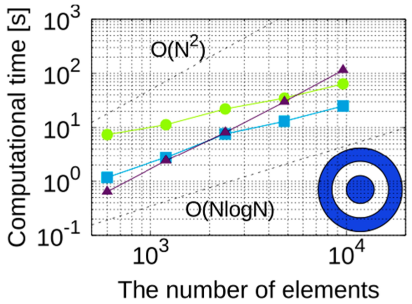


図 4　H マトリックスによる計算時間(■印)と高速多重極法と GMRES による反復解法の組み合わせ（●印）および GMRES による反復解法（▲印）の比較

得られたトポロジー導関数を用いて，図 5 に示すような矩形領域中に境界条件として Dirichlet 条件を満たす円孔が空いた問題の固有値を目的関数とするトポロジー最適化を行った．

図 5 の形状において，目的関数は 2 番目および 3 番目に小さい固有値それぞれの 2 乗の差，すなわち

$$J = (k_2)^2 - (k_3)^2 \tag{4}$$

とした．J を最小化することにより，k_2 と k_3 の間が広がることとなる．

図 6 に得られた最適形状を示す．図 5 の初期形状において，k_2 と k_3 はそれぞれ 3.125，3.218 であったのに対して，図 6 の最適形状においては，k_2 と k_3 はそれぞれ 2.859 と 3.302 となり，固有値の間隔が広がったことがわかる．

(3)電磁材料のトポロジー最適化への適用

トポロジー最適化の適用例として，図 7 に示すような反無限領域の境界上に半円形のこぶがある場を考える．TE モードとし，入射波と散乱波が同じ平面波となるように半円形のコブ状の突起の周囲に最適な形状の誘電体を配置する問題を考えた．誘電体を配置できる領域は，図 7 中の Design domain と記したのが固定設計領域である．この範囲にレベルセット関数を定義し，レベルセット法によりトポロジー最適化を行った．

目的関数は次式のように定義した．

$$J = \sum_{m=1}^{M} \left\| u(x_m) - \left\{ u^{\mathrm{inc}}(x_m) + u^{\mathrm{inc}\prime}(x_m) \right\} \right\| \tag{5}$$

ただし，x_m は固定設計領域の外に配置した観測点，M は観測点の個数，u^{inc} および $u^{\mathrm{inc}\prime}$ はそれぞれ磁場の入射波と散乱波である．

このとき，トポロジー導関数は次のようになる．

$$T = \Re\left[\frac{2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\varepsilon_1(\varepsilon_1 + \varepsilon 2)} \nabla\tilde{u} \cdot \nabla u \right] \tag{6}$$

ただし，ε_1 ε_2 はそれぞれ隠したい半円形のコブおよびその周囲に配置する誘電体の誘電率，u は TE モードにおける磁場，$\tilde{u}$ は対応する随伴問題の磁場である．

これらの目的関数とトポロジー導関数を用いて，レベルセット法によるトポロジー最適化により得られた最適な誘電体の分布を図 8 と図 9 に示す．図 8 には，異なる半径に対する最適分布の違いを示している．また，図 9 には異なる入射角に対する最適分布の違いを示している．いずれの場合も，観測点では入射波と同じ磁場が得られ，コブ状の突起物を隠蔽することができていることがわかる．

(3)以上のように，基本的な電磁場の問題に対して，効率的な境界要素法による電磁場解析法，トポロジー最適化問題におけるトポロジー導関数の導出，固有振動数に対する最適化と固有値の計算法，トポロジー最適化の解析法の枠組みの構築を行った．今後，さらに複雑な問題に適用し，エナジーハーベスティングを可能とする電磁場の最適化へ適用する必要がある．

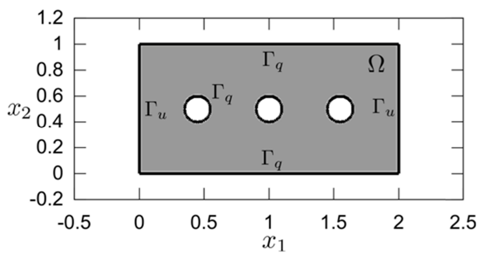


図 5　円孔が配置された矩形領域

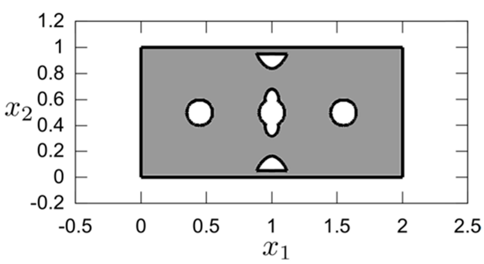


図 6　最適形状

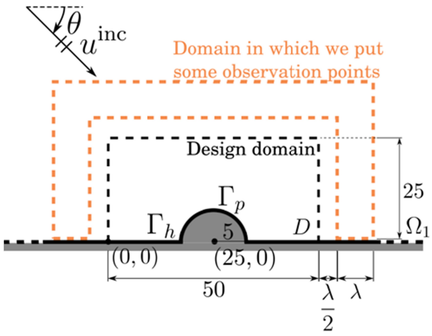
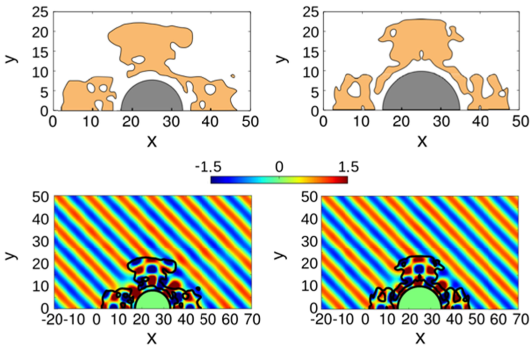
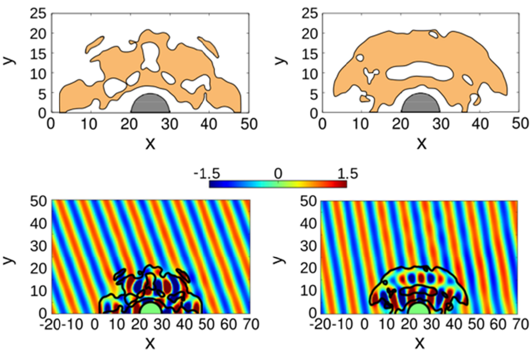


図 7　半円形の物体のクローキングの例



(a) $r = 8.0$, $\overline{J} = 2.0 \times 10^{-2}$　(b) $r = 10.0$, $\overline{J} = 4.7 \times 10^{-3}$

図 8　異なる半径に対する最適解とそのとき得られた磁場



(a) $\theta = 20°$, $\overline{J} = 6.0 \times 10^{-3}$　(b) $\theta = 10°$, $\overline{J} = 1.7 \times 10^{-2}$

図 9　異なる入射角度（左 20˚，右 10˚）対する最適解とそのとき得られた磁場

5．主な発表論文等

（研究代表者，研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 3 件）

(1) 中本謙太，飯盛浩司，高橋徹，松本敏郎，境界要素法を用いたクローキングデバイスのレベルセット法に基づくトポロジー最適化，計算数理工学論文集，査読有，Vol.15，2015, pp.55-60.

(2) 飯盛浩司，北林達也，高橋徹，松本敏郎，Helmholtz 方程式の境界値問題に関連する固有値のトポロジー導関数と高速直接境界要素法を用いたその数値計算，計算数理工学論文集，査読有，Vol.15，2015，pp.31-36.

(3) Isakari H., Nakamoto K., Kitabayashi T., Takahashi T. and Matsumoto T., A multi-objective topology optimization for 2D electro-magnetic wave problems with the level set method and BEM, European Journal of Computational Mechanics，査読有， Vol.25, 2016, pp.165-193

〔学会発表〕（計　10　件）

(1) 中本謙太,飯盛浩司,高橋徹,松本敏郎，境界要素法を用いた電磁波動散乱問題におけるレベルセット法に基づくトポロジー最適化，第 20 回計算工学会，つくば国際会議場，つくば市 (茨城県) , 2015 年 6 月.

(2) Kenta Nakamoto, Hiroshi Isakari, Toru Takahashi and Toshiro Matsumoto, A topology optimisation for cloaking devices with the boundary element method, BETEQ, Valencia 市 (Spain), 2015 年 7 月.

(3) 中本謙太,飯盛浩司,高橋徹,松本敏郎，境界要素法とレベルセット法を用いたカーペットクローキングのトポロジー最適化，日本機械学会 2015 年度年次大会，北海道大学，札幌市 (北海道) , 2015 年 9 月.

(4) 中本謙太,飯盛浩司,高橋徹,松本敏郎，高精度境界要素法を用いたトポロジー最適化によるクローキングデバイスの設計，第 25 回設計工学･システム部門講演会，信州大学工学部，長野市 (長野県) , 2015 年 9 月.

(5) Kenta Nakamoto, Hiroshi Isakari, Toru Takahashi, Toshiro Matsumoto, A topology optimisation of cloaking devices with a boundary element method accelerated by a H-matrix method, WCCM & APCOM 2016, Coex Convention & Exhibition Centre, Seoul 市 (Korea), 2016 年 7 月.

(6) Kenta Nakamoto, Hiroshi Isakari, Toru Takahashi and Toshiro Matsumoto, A level-set based topology optimisation of cloaking devices with the boundary element method, META2016, Convention & Exhibition Centre, Malaga 市 (Spain), 2016 年 7 月.

(7) 中本謙太，飯盛浩司，高橋徹，松本敏郎，H マトリクス法により高速化した境界要素法を用いた 2 次元電磁場におけるトポロジー最適化，平成 28 年電気学会 基礎･材料･共通部門大会，九州工業大学戸畑キャンパス，北九州市 (福岡県) , 2016 年 9 月

(8) Kenta Nakamoto, Hiroshi Isakari, Toru Takahashi and Toshiro Matsumoto, Acceleration of a multi-objective topology optimisation in 2D electro-magnetic field based on the level-set method and the

boundary element method by the H-matrix method, BEM/MRM39, Certosa di Pontignano, Siena 市 (Italy), 2016 年 9 月.
(9) 中本謙太，飯盛浩司，高橋徹，松本敏郎，境界要素法とレベルセット法に基づく多目的トポロジー最適化の H マトリクス法による高速化，第 26 回設計工学・システム部門講演会，慶応大学日吉キャンパス，横浜市（神奈川県）, 2016 年 9 月.
(10) 松田祐輔，飯盛浩司，高橋徹，松本敏郎，レベルセット法と境界要素法を用いた 3 種類の誘電体のトポロジー最適化，第 12 回最適化シンポジウム，北海道大学学術交流会館，札幌市（北海道）, 2016 年 12 月.

６．研究組織

(1)研究代表者

松本　敏郎（MATSUMOTO，Toshiro）
名古屋大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号：10209645

(2)研究分担者

飯盛　浩司（ISAKARI，Hiroshi）
名古屋大学・大学院工学研究科・助教
研究者番号：50638773