様　式　C－19、F－19－1、Z－19　（共通）

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 30 年　 6 月 14 日現在

機関番号：３２６７８
研究種目：挑戦的萌芽研究
研究期間：2015～2017
課題番号：１５Ｋ１３８７７

研究課題名（和文）3次元性を考慮して2次元平面内流速分布を推定する計算手法の基礎的研究

研究課題名（英文）A basic study to calculate 2-D velocity profile with 3-D flow characteristics considered

研究代表者

島野　健仁郎（Shimano, Kenjiro）

東京都市大学・工学部・教授

研究者番号：９０２８７４７５

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　1,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究の目的は、所与のx方向流速成分uからx-y平面内のy方向流速成分vを推定する数値計算手法を提案することである。その際、支配方程式中にある面外方向（z方向）微分項を無視せずに3次元性を考慮する。本研究では、u,vの他に発散Dと渦度ωを考慮することとした。これらをフーリエ級数展開により表現し、発散と渦度のフーリエ係数が等しいとする補助方程式を導入する手法を提案した。定量的な性能には改善の余地があるものの、本手法は吸い込み(D<0)と湧き出し(D>0)の位置を正確に同定することが可能で、合理的なvの分布を計算するポテンシャルを有することが示された。

研究成果の概要（英文）：The purpose of the study was to propose a new numerical method which could enable evaluation of the second velocity component (v) on x-y plane in the case where a profile of the first component (u) was given. Derivatives in the out-of-plane (z) direction in the governing equations should be considered so that 3-dimensional characteristics of the flow could be reflected on the calculated flow field. In the proposed method, not only the two velocity components but also divergence and vorticity were expressed by the Fourier series expansion, and it was assumed that the Fourier coefficients for divergence and vorticity were equal. Although the quantitative performance of the present method is not always satisfactory, the positions of flow suction (negative divergence) and flow source (positive divergence) were well-predicted by the present method. It can be concluded that the present method has good potential to calculate a reasonable velocity profile.

研究分野：数値流体力学

キーワード：数値解析　準3次元解析

１．研究開始当初の背景

(1) 一般に流れ場では、3 次元空間に速度 3 成分が分布している。したがって、流れ場の計測では、計測空間の次元と計測される速度成分数が問題になる。高次元、多成分の測定になるほど計測装置は大型化・複雑化し、コストも上昇するからである。そのため、PIV やステレオ PIV といった多成分計測が広く行われている中でも、2 次元平面での 1 成分計測も簡便性やコストの面でメリットがあるために広く行われている。

(2) 上述の 2 次元平面 1 成分計測の代表的な例として心室内や動脈内の血流の超音波計測が挙げられる。低コストであるために心疾患や血管障害の簡易的なスクリーニング手段として広く用いられているが、一方で流速の単一成分しか得られないために血流場の正しい理解には限界がある。2 次元平面での発散ゼロ条件（連続の式）より測定面内の第 2 速度成分を推定する方法（参考文献①）が提案されているものの、本来 3 次元である流れ場に 2 次元の連続の式を適用することで誤差が生じている懸念がある。

２．研究の目的

(1) 第 1 節で述べた背景を踏まえ本研究では、2 次元平面内で流速 1 成分の分布が既知であるときに、これに直交する第 2 番目の流速成分を推定する計算手法の開発を目的とした。

(2) 第 2 番目の流速成分の推定に際しては、流れの支配方程式中に含まれる面外方向微分を考慮して、流れの 3 次元性が推定結果にできる限り正しく反映される計算手法の開発を目指すこととした。2 次元平面内の分布でありながら、流れの 3 次元性を考慮しつつ解析を行うので、以下これを準 3 次元解析と称する。

３．研究の方法

(1) 本研究の目指す準 3 次元解析に対して、どのようなフレームワークが適切か検討を行う。すなわち、基礎方程式の選択や基礎方程式の離散化手法の選択について数値流体力学(computational fluid dynamics, CFD)に含まれる既存の技術を参考に検討する。

(2) 準 3 次元解析では支配方程式中に含まれる面外方向微分を考慮することが必要であるが、こうした面外方向微分項は複数あり、すべて未知数とみなされる。よって、これらをすべて考慮してしまうと支配方程式の本数に対して未知数過多となってしまうので、未知数の取捨選択ないし、補助方程式の導入が必要である。精度を損なわずに未知数の取捨選択ないし、補助方程式の導入が行えるように検討を行う。

(3) 上記(2)を行うに当たり、流入口・流出口をもつ直方体チャンバー内の定常流れの数値解を 3 次元 CFD により求め、その中央断面での流速分布を用いた。このように数値解を用いることで、測定に伴う誤差の影響を波除して数値計算手法の可否だけを検討することが可能である。

４．研究成果

(1) Lagrange 解法として近年着目されている粒子法は、計算格子を生成する必要がない、支配方程式中に非線形項を含まない等のメリットがある。また計算に使用する粒子のサイズを任意に選ぶことも可能である。本研究では代表的な粒子法である MPS 法を用いて、湧き出しを粒子サイズ増大、吸い込みを粒子サイズ減少によりそれぞれ表現することが可能であるか検討を行った。ところが、検討の結果、粒子径の増大（湧き出し相当）に対して粒子密度の変化が必ずしも単調増加ではなく、本研究の目指す準 3 次元解析には適さないとの結論に達した。そのため、以降の研究では有限体積法に基づくオイラー解法を採用することとした。

(2) 2 次元平面を考える場合、オイラー解法で用いられる支配方程式は、連続の式と x, y 各方向の運動方程式の合計 3 本である。通常の流れ場の 2 次元解析においては、面内速度 2 成分 u, v と圧力 p が未知数として解かれる。それに対して、準 3 次元解析では速度成分の 1 つ u が既知であるので、速度成分 v と圧力 p に加えて発散 D を解くことにした。ここに D は、面内に面外から流入する流量（または面外へ流出する流量）を表わすパラメータであり、連続の式中の面外方向（z 方向）微分項に負号を付したものに相当する。このとき、運動方程式に含まれる面外方向（z 方向）微分項は無視することとした。

求解に当たっては、圧力勾配を求める手法、運動方程式から圧力を消去する手法等を考案したが、いずれの計算手法においても奇数階の空間微分項が支配的になり、これを数値積分する際に積分範囲後半において誤差が蓄積していくことが分かった。また、蓄積していく誤差は運動方程式において無視された面外方向（z 方向）微分項が主たる原因であることも分かった。これは、本課題のもつ本質的な問題であり、支配方程式の離散化→代数方程式の求解という単純な手順を踏む限り回避することはできない。すなわち、未知数の個数を制限して方程式の個数に合わせるのではなく、補助方程式を導入して方程式の本数を未知数の個数に合わせることにより、方程式系を閉じることが必要であるとの結論に至った。

(3) 前項(2)での結論を受けて、補助方程式の導入を行うこととした。まず、支配方程式と未知数の個数を整理すると以下の通りである。

A．連続の式：未知数 v, D

B．x 方向運動方程式：未知数 v, F

C．y 方向運動方程式：未知数 v, G

運動方程式に含まれる F, G は圧力勾配項と面外方向微分項を一まとめにした未知数である。これによると、考慮する支配方程式の本数を 1 本増やしても、新たに未知数が 1 つ増えることとなり、closure problem が発生する。よって、補助方程式を 1 本追加するこ

とで系を閉じることができる。これを実現するために、渦度ωを導入し、これと発散 D で速度場 (u, v) を表現することにした。すなわち、発散の定義式（A．連続の式と等価）と渦度の定義式、合計 2 本の式を支配方程式とする。さらにω，D，u, v の各々を以下の要領でフーリエ級数展開する。

D：x 方向，y 方向ともに正弦展開
ω：x 方向，y 方向ともに余弦展開
u：x 方向に余弦展開，y 方向に正弦展開
v：x 方向に正弦展開，y 方向に余弦展開

これらの展開式を上述の 2 本の支配方程式に代入すると、フーリエ係数についての関係式が波数毎に分離された形で得られる。ここで、発散と渦度の速度場への寄与は comparable であると仮定して、D と ωのフーリエ係数が互いに等しいとする補助方程式を導入する。これにより方程式系が閉じられて、求解が可能となった。

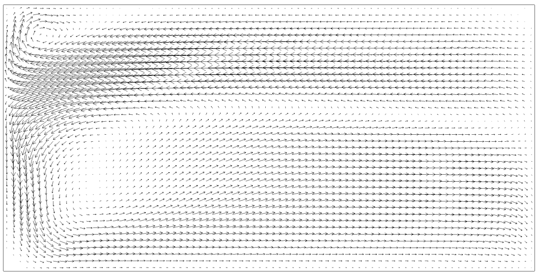

図 1　速度ベクトル分布（真値）

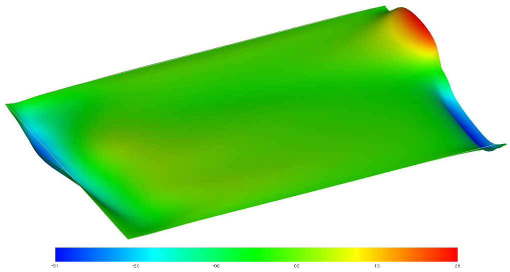

図 2　発散 D の分布（真値）

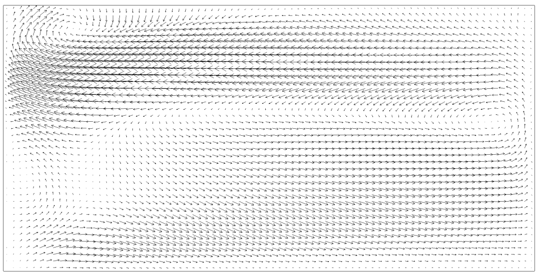

図 3　速度ベクトル分布（本手法）

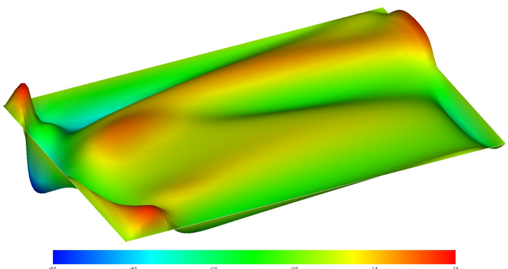

図 4　発散 D の分布（本手法）

上記手法を流入口・流出口をもつ直方体チャンバー内定常流れの中央断面に適用した。中央断面での速度ベクトルと発散 D の真の分布をそれぞれ図 1、図 2 に示す。中央断面の流れ場は四方を固体壁に囲まれており、計算領域の境界からの流入・流出はないが、面外方向から流入流出があるために面内に流れが惹起されている。面外からの流入（湧き出し）は主に右壁上半分付近で、流出（吸い込み）は右壁下半分付近と左壁付近でそれぞれ起こっている。

本手法により計算された速度ベクトル（図 3）と発散 D（図 4）の分布を図 1、図 2 と比較すると、本手法では発散 D の絶対値が真値よりも大きく算出される傾向があり、それに伴って速度分布にも誤差が発生している。それが顕著に見られるのが左壁近傍であり、吸い込み過多のために左壁に沿って下降する流れがほとんど見られない。また、左側上下の角部近傍に本来は見られないピークが算出されてしまっている。しかし、本計算手法は上述のような欠点があるものの、3 か所存在する顕著な湧き出し・吸い込みの位置を正確に予測することに成功している。特に右壁近傍にペアで存在する湧き出し・吸い込みについては、場所だけでなく強さもほぼ正確に予測できていることは特筆すべき点である。そのため、計算領域右半分での速度分布は真値をよく再現している。

以上のように、本研究で開発した準 3 次元解法は、定量的な性能はまだ十分とは言えないものの、3 次元性を有する流れの傾向を捕捉するためのポテンシャルを備えていると結論することができる。今後、さらなる検討を加えて補助方程式の改善を行うことで、実用に十分耐えうる計算手法となることが期待できる。

＜引用文献＞

①Garcia, T. et al., IEEE Trans. Med.Img., Vol.29 (2010), pp1701-1713.

５．主な発表論文等

〔学会発表〕（計２件）

① Kenjiro Shimano, A Basic Study to Calculate 2-D Flow Velocity Profile with Non-zero Divergence, The 5th Annual Conference on Engineering and Information Technology, 2018.

② Misako Shibamoto, Kenjiro Shimano, Semi-3D Flow Analysis on Plane Aiming at Assimilation of Measured Velocity, Asian Conference on Engineering and Natural Science, 2016.

６．研究組織

(1)研究代表者

島野　健仁郎（SHIMANO, Kenjiro）
東京都市大学・工学部・教授
研究者番号：９０２８７４７５

(2)研究協力者
柴本　実紗子（SHIBAMOTO, Misako）