

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 12 日現在

機関番号：12701

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2016

課題番号：15K17019

研究課題名(和文) 実践的マッチングメカニズムの構築と遂行可能性

研究課題名(英文) Implementation of practical matching mechanisms

研究代表者

熊野 太郎 (Kumano, Taro)

横浜国立大学・大学院国際社会科学研究院・准教授

研究者番号：00700494

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、優先順位に無差別を含むようなマッチング市場(学校選択問題など)を分析する。現実社会のマッチング市場では、優先順位における優先度合いに無差別が自然に生じる。しかし、その時に、安定マッチングがどのような戦略的解概念の下で達成されるかは不明であった。

本研究では、簡素で実践可能なメカニズムを構築し、いかなる場合であっても安定マッチングがナッシュ均衡によって遂行可能であることを示した。さらに、安定マッチングの中でも最も効率的な安定マッチングのみをナッシュ均衡によって遂行しようとする場合は、Ehlers and Erdil (2010)が提供する条件が必要十分条件となることを示した。

研究成果の概要(英文)：In this study, we consider priority-based matching problems in which indifferent priorities are allowed. Although indifferences in priorities are naturally present in practice, it is unknown whether constrained efficient stable matchings are implementable in any strategic solution concept. Therefore, in this study, we show that (1) stable matchings are Nash implementable via a “practical” mechanism and (2) constrained efficient stable matchings are Nash implementable if and only if priorities satisfy the conditions identified by Ehlers and Erdil (2010). These findings immediately imply that efficient and stable matchings are Nash implementable under the same condition.

研究分野：Market Design, Matching Theory

キーワード：Market design Matching theory School choice Nash implementation Indifference

1. 研究開始当初の背景

マッチング理論は、世界各国の学校選択制度を改善している。特に、「公平性」と「真の選好を表明することが弱い意味で最適となる」という制度に対する2つの望ましい性質を担保することができる、deferred acceptance アルゴリズムは多くの場面で実践されている。ここで注意したいのは、マッチング理論によって明らかにされた deferred acceptance アルゴリズムの望ましい性質は、学校の学生に対する優先順位が厳密である(同順位を許さない)という仮定に依拠している点である。

現実の学校選択制度を考えると、理論との大きな差として、学校の学生に対する優先順位に同順位を含むという点が挙げられる。実際、米国のボストン市の学校選択制度では、学生の優先順位を決める際に、学校からの距離が考慮される。これは、学校から一定区間の学生同士には同順位をつけるという方法である。ここで重要なことは、学校の優先順位に同順位を許す場合、deferred acceptance アルゴリズムは、「公平性(安定性)」は満たす一方で「真の選好を表明することが弱い意味で最適となる」という性質を満たさなくなる。つまり、学生は嘘の選好を表明するインセンティブがある。

アルゴリズムの性質としての公平性(安定性)は、全ての学生が真の選好を表明していることを前提とした性質である。よって、学生に嘘をつくインセンティブがある場合、制度運用の結果として得られるマッチングが公平性(安定性)という性質すら達成できなくなる可能性があるため、非常に重大な問題となる。

では、学校の学生に対する優先順位が同順位を含む場合、学生はどのような行動をとるのであろうか。また、公平性(安定性)は達成されるのであろうか。これらの問題はこれまで全くといっていいほど分析されてこなかった。

2. 研究の目的

様々な場面において活用されている(され始めている)マッチング理論と現実のギャップを埋めることを目的とする。具体的には、学校選択問題に代表される priority-based assignment problem において、学校が学生に対して同順位を許す場合、公平性(安定性)を満たすようなマッチングが、いずれかの戦略的解概念において遂行可能であるか、を分析する。

公平性(安定性)を満たすマッチングは一般に多数存在するが、その中で最も(学生にとって)効率的なマッチングを安定性条件付きの効率的マッチング(constrained efficient stable matching、略して CES マッチング)と呼ぶ。「研究開始当初の背景」において紹介した deferred acceptance アルゴリズムは、学校の優先順位が厳密であるとき、CES

マッチングを支配戦略均衡で達成する。

しかし、Erdil and Ergin (2008) は学校が学生に対して同順位を許す場合には、CES マッチングを支配戦略均衡で達成するようなアルゴリズムまたは関数が存在しないことを明らかにした。本研究では、特に、CES マッチングを戦略的解概念で遂行できるかどうかを分析する。

3. 研究の方法

戦略的解概念として、ナッシュ均衡を採用する。ナッシュ均衡は、支配戦略均衡よりも弱い解概念であるが、遂行問題を考える場合には非常によく用いられている解概念である。故に、様々な経済環境において、ナッシュ遂行の可能性は理論的に特徴付けされているため、それらの結果を応用することができるかもしれない。

また本研究は、現実社会への応用を前提にしているので、ナッシュ遂行の可能性のみならず、ナッシュ遂行が可能であるならば、現実に応用可能なできるだけ簡単なメカニズムを構築する。簡単なメカニズムとは、具体的には、メッセージ空間が有限であるもの、マッチングを導出する関数が直接的で理解が容易であるもの、を指す。

一方で、ナッシュ遂行が一般に不可能である場合には、いかなる場合にナッシュ遂行が可能となるのかを明らかにする。つまり、経済環境の要素がどのような条件を満たす必要があるか、またいかなる条件を満たせば十分であるか(必要十分条件)を明らかにする。この条件を明らかにすることで、現実社会において、どの程度望ましいマッチングがナッシュ遂行可能であるかが明らかとなる。

4. 研究成果

2つの主要な結果が得られた。1つ目は、公平性(安定性)を満たすマッチングの集合は、いかなる場合であってもナッシュ遂行可能であることを示した。2つ目は、一般に CES マッチングの集合をナッシュ遂行することはできないことが明らかになった。しかし、CES マッチングの集合をナッシュ遂行するための必要十分条件を明らかにした。

(1) 公平性(安定性)を満たすマッチングのナッシュ遂行:

学校の学生に対する優先順位において同順位が許されていたとしても、公平性(安定性)を満たすマッチングは全てナッシュ均衡とできるし、全てのナッシュ均衡が公平性(安定性)を満たすマッチングを導くことを示した。特に、既存のナッシュ遂行に関する研究と異なり、可能性を示すだけでなく、「研究の方法」においても触れた、簡単で実践可能なメカニズムを構築することで、直接的にナッシュ遂行可能であることを示した。

簡単なメカニズムは、メッセージ空間が二次元で、第一次元に行きたい学校を1つ選び、

第二次元に、適当な数字を選ぶものとし、メッセージに対して帰結であるマッチングを選ぶ関数 (outcome function) を以下のような手順のものとして、構築される。

- 学生一人以外の全て、または全てのメッセージの第二次元の数字が一致している場合、一致している数字に対応した同順位の分解 (厳密化) を全ての学校に対して行う。
その厳密な優先順位の下で、それぞれの学生が第一次元で志望した学校に応募し、それぞれの学校は定員まで学生に入学許可を出し、それ以外の学生を入学不許可とする。
このようにして得られた学生と学校のマッチングを outcome function の値とする。
- 三人以上の学生のメッセージの第二次元の数字が異なる場合は、全ての学生の第二次元の数字の和 (mod n)、ここで n は学生数) と一致する学生を一人選ぶ。その学生は、第一次元で選んだ学校が割り当てられ、その学生以外の全ての学生はいかなる学校も割り当てられない。
このようにして得られた学生と学校のマッチングを outcome function の値とする。

このメカニズムの下では、公平性 (安定性) を満たすマッチングの集合とナッシュ均衡が導くマッチングの集合が常に一致する。

ここで注意したいのは、上記の簡単なメカニズムは、これまでのマッチング理論で研究されてきたアルゴリズムを基礎としていないことである。マッチング理論の遂行に関する多くの研究では、deferred acceptance アルゴリズム等の既存のアルゴリズムを基礎として直接メカニズムを分析している。一方で、本研究は、間接メカニズムと呼ばれる既存のアルゴリズムに依存しないメカニズムを構築した。

また既存研究では Ergin and Sonmez (2006) によって、学校の優先順位が厳密である場合には、ボストン・アルゴリズム (2006年まで米国ボストン市において使用されていた直感的なアルゴリズム。日本における公立高校入試制度等は、ボストン・アルゴリズムの類型である。) を基礎としたメカニズムの下で、公平性 (安定性) を満たすマッチングがナッシュ遂行可能であることが知られている。本研究において構築したメカニズムは、学校の優先順位が厳密な場合には、ボストン・アルゴリズムを基礎としたメカニズムとほとんど変わらないメカニズムに帰着する。よって、(1) の結果は、Ergin and Sonmez (2006) の一般化と位置付けられる。

(2) CES マッチングのナッシュ遂行：

CES マッチングは一般にはナッシュ遂行可能ではないことが判明した。そのため、CES マッチングをナッシュ遂行するための

必要十分条件を明らかにした。一般に、ナッシュ遂行可能であるとき、マスキン単調性は必要条件であるが、十分条件ではない。しかし、学校選択問題のようなマッチングの環境下では、マスキン単調性が十分条件にもなることを示した。

さらに、現実への応用の観点から、マスキン単調性と同値となるマッチング環境のパラメータに対する条件をも明らかにした。具体的には、Ehlers and Erdil (2010) において発見された acyclicity 条件がマスキン単調性と同値の条件となる。この条件の直感的解釈は、全ての学校が同様の優先順位を学生の集合に対してもつ、ということである。よって、非常に特殊な環境下でないと、CES をナッシュ均衡として達成することはできない、という、実践上、不可能性の結果を得た。

本研究では、学校が学生に対して無差別を許容する優先順位をもつ場合のナッシュ遂行可能性を分析した。公平性 (安定性) を満たすマッチングは「実践的なメカニズム」によって、いかなる場合も、ナッシュ遂行可能であるが、CES については、非常に強い条件の下でのみ可能であることが判明した。可能性、不可能性の如何にかかわらず、本研究は、現実的な環境下での学生のインセンティブと戦略的解概念を明らかにした初めての結果であり、ゲーム理論に関する国際的に最も評価の高い学術誌 *Games and Economic Behavior* に掲載された。

<引用文献>

L. Ehlers and A. Erdil, Efficient assignment respecting priorities, *Journal of Economic Theory*, 145, 2010, 1269-1282

A. Erdil and H. Ergin, What's the Matter with Tie-Breaking? Improving Efficiency in School Choice, *American Economic Review*, 98, 2008, 669-689

H. Ergin and T. Sonmez, Games of school choice under the Boston mechanism, *Journal of Public Economics*, 90, 2006, 215-237

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計1件)

Taro Kumano, Nash implementation of constrained efficient stable matchings under weak priorities, *Games and Economic Behavior*, 査読有, 104, 2017, 230-240

DOI:10.1016/j.geb.2017.04.003

[学会発表] (計4件)

Taro Kumano, Prioritizing diversity

in school choice, 2016 Asian Meeting
of the Econometric Society in Kyoto,
Aug. 2016, Doshisha University

熊野太郎、Prioritizing diversity in
school choice、ミクロ経済学セミナー、
2016年7月、筑波大学

熊野太郎、Prioritizing diversity in
school choice、経済理論ワークショップ、
2015年10月、一橋大学

熊野太郎、Nash implementation of
constrained efficient stable matchings
under weak priorities、ミクロ経済学セ
ミナー、2015年5月、筑波大学

〔その他〕

ホームページ等

<https://sites.google.com/site/tkumano2008/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

熊野 太郎 (KUMANO, Taro)

横浜国立大学・国際社会科学研究院・准教授

研究者番号： 00700494