

令和元年5月28日現在

機関番号：32621

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K17519

研究課題名(和文)Iwahori Whittaker関数の組合せ論的表現論からの解明

研究課題名(英文)A Combinatorial Representaion approach to Iwahori Whittaker function

研究代表者

中筋 麻貴(NAKASUJI, Maki)

上智大学・理工学部・准教授

研究者番号：30609871

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：(1) Iwahori Whittaker関数が構成するベクトル空間の基底であるCasselman基底に関するCasselman問題に対し、Iwahori Hecke 環のYang-Baxter 基底との関係を用いることで、1つの解を得た。(成瀬弘氏との共同研究)
 (2) Kazhdan-Lusztig R-polynomialの持ち上げを導入することにより、Bump-Nakasuji予想の成立を証明した。また、Kazhdan-Lusztig R-polynomialの持ち上げを用いることにより、変換係数に関する行列に対し、関数等式を得た。(Daniel Bump氏との共同研究)

研究成果の学術的意義や社会的意義

Whittaker関数と組合せ論的表現論の連携は、2013年頃から始まった新しい取り組みである。それぞれの理論には、Demazure作用素やBruhat順序などの共通の道具があることは確認しているが、実際に領域間の関係を持ち込む研究は少ない。これに対し本研究は、Whittaker関数の問題に対して、シューベルトカルキュラスやKazhdan-Lusztig多項式といった組合せ論的表現論を持ち込み問題の解決を試みた。本研究は理論間の関係構築に貢献し、連携をより確実なものとしたと言える。また、これにより今後の解析数論およびその周辺の性質の解明に対する新しい展望を開くことが期待できる。

研究成果の概要(英文)：(1) Casselman basis is a basis vectors of the Iwahori Whittaker functions. Casselman problem is to get a closed formula for the change of basis between the Casselman basis and the natural basis. We obtained the solution to this problem by using the Yang-Baxter basis of Hecke algebra (joint work with H. Naruse).
 (2) We introduced the deformation of the Kazhdan-Lusztig R-polynomial. As an application of it, under some assumption we proved Bump-Nakasuji conjecture which is the closed formula for the transition matrices between the deformation of the Casselman basis and natural basis, and obtained certain new functional equations for this transition matrices (joint work with D. Bump).

研究分野：数物系科学

キーワード：Whittaker関数 Hecke環 Casselman基底

1. 研究開始当初の背景

局所体上の簡約代数群上に定義される spherical Whittaker 関数の解析的性質は、保型形式における研究対象として様々な形で研究されている。p進代数群については、Casselman-Shalika (Compositio Math., 41 (2), 1980) によって得られた公式がよく知られたものであり、Whittaker 関数の値が Lie 群の有限次元既約指標で記述できることを表す。この一方、Casselman-Shalika の公式が数理論理学や幾何的な Langlands 理論にも現れることが明らかになった。これにより、Whittaker 関数の研究対象は、保型形式に限らず関連する様々な分野の手法が適用できる特徴をもつ。具体的問題の一つとして B.Brubaker, D.Bump, G.Chinta, S.Friedberg, J.Hoffstein (Proc. Sympos. Pure Math., 75, 2006) によって導入された「ワイル群多重ディリクレ級数」の性質の解明の問題が挙げられる。「ワイル群多重ディリクレ級数」はメタプレクティック群上に定義される Eisenstein 級数の Whittaker 関数と一致することが期待されており、この級数の性質の解明はメタプレクティック群に対する研究および Whittaker 関数の理論の双方において注目されている。これに対し、A型ワイル群については、研究代表者が Bump 氏(Stanford大学) との共同研究において得た Casselman-Shalika の公式の結晶基底表示(Bump-Nakasuji, Proc. Am. Math. Soc., 138 (5), 2010)が鍵となり、上記予想の解決に至った(Brubaker-Bump-Friedberg, Ann. of Math., 173, 2011)。このように、Whittaker 関数は、関連分野との関係性を解明することで、研究対象の性質をさらに深く明らかにすることが期待できる。

2. 研究の目的

先行研究の経緯を踏まえ、ワイル群多重ディリクレ級数およびその周辺のさらなる性質の解明には、Whittaker 関数と他理論との関係解明が重要であると考えられる。そこで、本研究では、p 進代数群上の Whittaker 模型において Iwahori 部分群の作用に対して不変なベクトル、すなわち Iwahori Whittaker 関数に注目し、Iwahori Whittaker 関数が構成するベクトル空間の基底に関する Casselman 問題に対し、他理論における空間の基底との関係を解明することで、問題を解決することを目的とする。

3. 研究の方法

Iwahori Whittaker 関数が構成するベクトル空間の基底は、ワイル群の元でパラメトライズされる。研究代表者は D.Bump 氏(Stanford大学) との先行研究(Bump-Nakasuji, Canad. J. Math. 63(6), 2011) において、コンピュータを使った数値的な計算結果から、simply-laced なワイル群において、ワイル群の元と関係する Kazhdan-Lusztig 多項式の値が1のときに成立する明示公式の予想式を得た(Bump-Nakasuji 予想)。また、本予想に対し、シューベルトカルキュラスの観点から取り組み、成瀬弘氏(山梨大学)の協力のもと、量子群の alcove 理論における $-chain$ を用いて一般のワイル群に対する同様の予想式を得た(Naruse-Nakasuji 予想)。そこで本研究では、Kazhdan-Lusztig 多項式で記述された条件の意味を明らかにし、Kazhdan-Lusztig 理論およびシューベルトカルキュラスの理論を用いて、Iwahori Hecke 環における Casselman 問題にアプローチする。

4. 研究成果

(1) 成瀬弘氏(山梨大学)の協力のもと、Iwahori Hecke 環の Yang-Baxter 基底と

Casselman 基底との関係式を得た．また，さらに Kostant-Kumar によって定義された twisted group algebra における Demazure-Lusztig 作用素と Iwahori Hecke 環の Yang-Baxter 基底との関係式を得た．ここで，twisted group algebra における基底間の変換係数を求め，上記の関係式等を用いることで Yang-Baxter 基底を経て Casselman 問題に対する解を得た．研究成果は論文（雑誌論文[1], [2]）にまとめた．

(2) Daniel Bump 氏との共同研究において，Kazhdan-Lusztig R-polynomial の持ち上げを導入することにより，Bump-Nakasuji 予想の成立を証明した．なお，ここでは，Bump-Nakasuji 予想の成立にはワイル群の元についてのある性質が成り立つことを仮定している．コンピュータを使った計算結果ではこの仮定が成り立つことは確認できているが，証明には至っていない．一方，Kazhdan-Lusztig R-polynomial の持ち上げを用いることにより，変換係数に関する行列に対し，関数等式を得た．これらの成果は論文（雑誌論文[4],[5]）にまとめた．

5．主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 12 件)

[1] Maki Nakasuji and Hiroshi Naruse, “Yang-Baxter basis of Hecke algebra and Casselman’s problem (extended abstract)”, Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, 935-946, (2016), 査読有.

[2] 中筋麻貴, “Casselman 基底と自然基底の変換係数”, 「第九回数論女性の集まり」報告集, 90-96, (2016), 査読無.

[3] 中筋麻貴, “局所体上の主系列表現の基底”, 第 14 回城崎新人セミナー報告集, 1-10, (2017), 査読無.

[4] 中筋麻貴, “Kazhdan-Lusztig R-polynomial と Casselman 基底に関する変換係数について”, 「第 11 回数論女性の集まり」報告集, 54-60, (2018), 査読無.

[5] Daniel Bump and Maki Nakasuji, “Casselman’s Basis of Iwahori vectors and Kazhdan-Lusztig polynomials”, Canadian Journal of Mathematics, (2019) to appear 査読有.

その他査読付論文 1 件，査読無報告集 6 件

〔学会発表〕(計 18 件)

[1] 中筋麻貴, 題目「Casselman 問題と Duality」, 日本数学会, 2015 年 9 月 15 日, 京都産業大学.

[2] 中筋麻貴, 題目「Casselman 基底と自然基底の変換係数」, 第 9 回数論女性の集まり, 2016 年 5 月 21 日, 上智大学.

[3] 中筋麻貴, 題目「局所体上の主系列表現の基底-Hecke 環と Iwahori Whittaker 関数からのアプローチ」, 第 14 回城崎新人セミナー, 招待講演, 2017 年 2 月 16 日, 城崎市民セミナー.

[4] Maki Nakasuji, 題目「Schur multiple zeta functions」, Number Theory and Combinatorics Seminar, 2017 年 8 月 29 日, Stanford.

[5] 中筋麻貴, 題目「Casselman 基底に関する変換係数について」, 日本数学会, 2018 年 3 月 18 日, 東京大学.

[6] 中筋麻貴, 題目「Kazhdan-Lusztig R-polynomial と Casselman 基底に関する変換係数について」, 第 11 回数論女性の集まり, 2018 年 6 月 9 日, 立教大学 .

その他 12 件

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
出願年 :
国内外の別 :

取得状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
取得年 :
国内外の別 :

〔その他〕
ホームページ等

6 . 研究組織

(1)研究分担者

研究分担者氏名 :

ローマ字氏名 :

所属研究機関名 :

部局名 :

職名 :

研究者番号 (8 桁) :

(2)研究協力者

研究協力者氏名 : Daniel Bump

ローマ字氏名 : BUMP, Daniel

研究協力者氏名 : 成瀬 弘

ローマ字氏名 : NARUSE, Hiroshi

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。