

令和 2 年 6 月 29 日現在

機関番号：24506

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2019

課題番号：15K17555

研究課題名(和文) 介在物同定の逆問題に対する安定性評価の解析

研究課題名(英文) On a stability estimate for the identification of unknown inclusions for inverse boundary value problems

研究代表者

永安 聖 (Nagayasu, Sei)

兵庫県立大学・物質理学研究科・准教授

研究者番号：90455684

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、介在物同定の境界値逆問題の安定性についての解析、中でも特に、未知である介在物に関する情報が安定性にどのように影響するのかについての解析である。この目的のためには、安定性評価に現れる定数が、介在物に関する情報にどのように依存するかについてのより精密な解析が必要となる。現在、その解析に必要なと思われる、境界値問題の解の明示的表示を得る方法についての知見を得た。今のところ目的である安定性評価を得るまでには至らなかったが、この知見を活かして解析を続けていきたい。

研究成果の学術的意義や社会的意義

逆問題に於いて、安定性とは、観測データの変動が連続的ならば未知情報の変動も連続的となるかどうか、言い換えると、二つの観測データの差が十分小さければ、夫々に対応する未知情報の差も小さいかどうか、ということである。実際の観測では誤差の混入は避けられない。そして安定性は、誤差を含む観測データが与えられたときに、それに対応する未知情報が真の未知情報に十分近いかどうかを判断する一つの目安となる。安定性評価の解析は、観測データから未知情報を推測したときのその推測の妥当性を保証する上でも重要であると思われる。

研究成果の概要(英文)：We consider identification of unknown inclusions for inverse boundary value problems. Our aim is to analyse stability for the inverse problems, in particular, influence of the location and so on of inclusions on the stability. Hence when we derive stability estimates, we need to take notice of dependence of the constants in the stability estimates on the inclusions. Now we have some ideas to express some explicit solutions needed in order to achieve our aim. I will continue to analyse this problem using these ideas.

研究分野：逆問題

キーワード：安定性評価

## 1. 研究開始当初の背景

物体が与えられたとき、通常我々が観測できるのは物体の表面のみであり、物体の内部を直接観測するのは難しい。その際、物体の内部を調べる方法の一つが非破壊検査である。即ち、まず外部から衝撃などの刺激を与え、その刺激によって生じる現象のうち表面に現れるものを観測する。そして、その観測データから内部の情報を推測する。これが非破壊検査である。そして非破壊検査の一つに EIT (電気インピーダンストモグラフィ) がある。EIT では表面での観測データとして電圧や電流を調べることになる。これを数学的に定式化すると、物体で起こる現象は或る偏微分方程式を用いて記述できる。ここで未知情報である物体内部の情報は偏微分方程式の係数に現れる。一方、観測データを定式する方法の一つは、偏微分方程式の解の境界に於ける Dirichlet データに Neumann データを対応させる Dirichlet-to-Neumann 写像 (DN 写像) を用いることである。以上により、非破壊検査を数学的に定式化すると、DN 写像から偏微分方程式の係数を決定する係数決定の逆問題となる。尚、EIT の逆問題は、数学では屢々 Calderón の逆問題とも呼ばれる。

ところで、物体内に異物があるかどうかを調べることは屢々重要であり、非破壊検査はこの異物の発見のためにもよく使われる。物体が全体に均一ではなく、何らかの異物、即ち介在物を含む場合、これを偏微分方程式で表すとその係数は区分的に滑らかとなる。観測データから介在物の情報を推測する逆問題、即ち介在物同定の逆問題では、介在物の有無、及び介在物が存在すればその位置や形状等について調べることが多い。

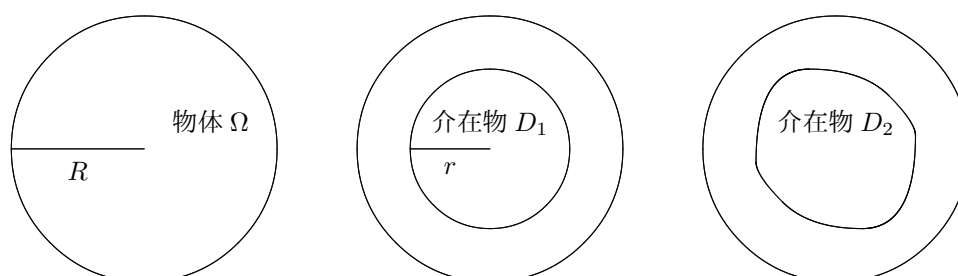
さて、逆問題に於いて、一意性とは観測データから未知情報が一意に決定するかどうかということである。そして安定性とは、観測データの変動が連続的ならば未知情報の変動も連続的となるかどうか、言い換えると、二つの観測データの差が十分小さければ、夫々に対応する未知情報の差も小さいかどうか、ということである。実際の観測では誤差の混入は避けられない。誤差の無い観測データが得られたときに、それに対応する未知情報が唯一に定まるかというのが一意性の問題であるのに対し、安定性は、誤差を含む観測データが与えられたときに、それに対応する未知情報が真の未知情報に十分近いかどうかを判断する一つの目安となる。よって逆問題に於ける安定性の研究は数学的な視点のみならず、数値計算等の点からも重要であることが分かる。尚、Calderón の逆問題、その中でも特に介在物同定の逆問題に対する一意性については、Isakov (1998) によって、又、安定性については Alessandrini-Di Cristo (2005) によって示されている。

以上を踏まえると、介在物同定の逆問題に於いて、介在物の位置や大きさ等、介在物の情報が、安定性にどのように影響するのかを調べることは重要なことであると考えられる。

## 2. 研究の目的

本研究での目的は、介在物同定の境界値逆問題の安定性についての解析である。その中でも特に、未知である介在物に関する情報が安定性にどのように影響するのかについて調べることである。そのためには、安定性評価に現れる定数が、介在物に関する情報にどのように依存するかについてより精密に調べる必要がある。

この種の問題に関する先行結果の一つである Nagayasu-Uhlmann-Wang (2009) [NUW] では、2次元平面に於いて、半径  $R$  の円板の物体  $\Omega$  中に、その円板と同心円となる半径  $r$  の介在物  $D_1$  とその摂動  $D_2$  があつたとき (下図参照) の介在物同定の逆問題の安定性についての解析が行われており、安定性評価の中に現れる定数が  $R$  や  $r$  にどのように依存するかについての結果が得られてい

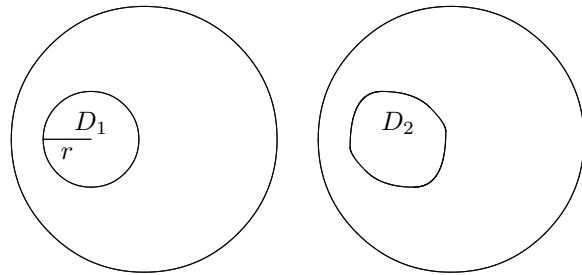


る. この結果から, 二つの円板の半径の比  $R/r$  が大きくなればなるほど  $\log$  のオーダーで安定性が悪くなることは分かったが, ここで考えている状況はまだ非常に限定的である. そこでより一般の状況での解析が必要となる.

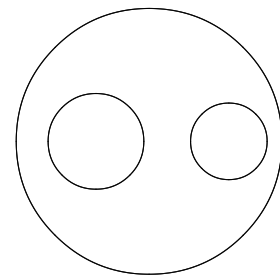
又, 物体内に介在物が複数あるときに, その複数の介在物同士の距離が安定性評価に与える影響について調べることも重要であると思われる. 何故なら, これは物体内の介在物の個数を推定することの難しさを示す一つの指標となり得るからである.

### 3. 研究の方法

最終的な目標としては, 全体領域  $\Omega$  や介在物としては一般的なものを考えるべきであろうが, それはまだ難しいと思われるので, まずは [NUW] の結果の拡張として, 次の状況を解析した. 即ち, [NUW] と同様, 2次元平面に於いて, 半径  $R$  の円板の物体  $\Omega$  中に, 半径  $r$  の円形の介在物  $D_1$  とその摂動  $D_2$  がある場合について考えた. 但し, 半径  $r$  の介在物  $D_1$  の中心は物体  $\Omega$  の中心と一致するとは限らない場合について考えた (右図参照). この場合, 介在物に関する情報としては,  $r$  の他に, 介在物  $D_1$  の中心の位置も考える必要がある. 素朴な予想としては  $r$  が小さければ小さい程安定性は悪くなりそうである. そして介在物  $D_1$  の中心が物体  $\Omega$  の中心に近ければ近い程,  $D_1$  は物体  $\Omega$  の境界から離れていくわけであるから安定性が悪くなりそうではある. それを安定性評価に現れる定数を精密に評価することで示して行くことがここでの目標である.



又, 物体内に介在物が複数ある場合の解析についても, まず解析の第一歩として, 円板の物体  $\Omega$  内に円形の介在物が二つある場合 (右図参照) とその摂動について考えた. その際, 最も注目すべきは介在物となる二つの円板の距離であろう. しかしこの状況下で介在物の状態を表すのに最も単純な情報は, 介在物である二つの円の夫々の半径と介在物となる夫々の円板の中心の位置である. それ故, 安定性評価に現れる定数をより精密に調べる際には更なる注意を要することになる.



いずれの場合の解析に於いても, 介在物の形が (円形からの摂動ではなく) 円形であるときに対応する偏微分方程式の境界値問題の解の明示的表示があると良いと思われるので, まずは解の明示的な表示を得ることから始めた.

### 4. 研究の成果

現在のところ, 上記の解析の際に必要な, 偏微分方程式の境界値問題の解を明示的に表示する手法については幾つか確認できており, そのうちの幾つかを用いて解の明示的表示を求めた. 尚, 目標としている安定性評価を得るまでには至らなかったが, これは [NUW] よりも解の表示等が複雑となり, 又考慮すべきパラメータが [NUW] のときよりも多くなることに起因するものと考えている. 引き続き解析を行うことで近いうちに然るべき安定性評価を導きたいと考えている.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計1件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 永安聖
2. 発表標題 Increasing stabilities in inverse problems for the acoustic equation and the Schroedinger equation
3. 学会等名 若手研究集会 「波動・振動・流れの制御と逆問題 -理論と数値計算-」 (招待講演)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----