

令和元年6月21日現在

機関番号：37112

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K17581

研究課題名(和文) 消散項を含む発展方程式の解の定性的性質の研究

研究課題名(英文) Qualitative properties of solutions to time evolution equations with damping terms

研究代表者

竹田 寛志 (Takeda, Hiroshi)

福岡工業大学・工学部・准教授

研究者番号：10589237

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では消散項を含む発展方程式の初期値問題を、解の時間大域的な漸近挙動を中心に考察した。弱い消散項を持つ非線形梁方程式の無条件時間大域適切性及びその解の1次漸近展開、また、空間遠方での減衰が遅い初期値に対する解の時間大域挙動、非線形消散型波動方程式の小さい初期値に対する高次漸近形、弱消散項と強消散項を併せ持つ非線形波動方程式の時間大域解の存在・非存在に関する臨界指数の同定が主だった成果として挙げられる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

非線形消散型波動方程式の高次漸近展開理論の確立は幅広い応用例を持つと考えられる。特に空間変数の次元に関しては3次元までと限定的ではあるが、高次元の場合もその漸近形は同じものと推測される。弱い消散項を持つ非線形梁方程式の無条件時間大域適切性及びその解の漸近展開の証明に用いた線形主要部から導かれる平滑化効果を消散項の性質と併用する方法論も今後大いに進展していく余地がある。弱消散項と強消散項を併せ持つ非線形波動方程式の時間大域解の存在・非存在に関する臨界指数の同定により、この方程式に対するより詳細な研究成果が今後得られるものと考えられる。

研究成果の概要(英文)：We studied the Cauchy problem of evolution equations with dissipative terms. Our main concern is to investigate the large time behavior of the solutions. As a result, we proved the asymptotic expansion formula of the solutions to various linear and nonlinear hyperbolic equations with damping terms.

研究分野：偏微分方程式論

キーワード：消散項 漸近形 時間大域解 有限時間爆発

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

消散型波動方程式に代表される消散項を含む双曲型・分散型方程式の解の時間大域挙動は、対応する放物型方程式の解の振る舞いとの類似性が多く知られている。これは解の拡散現象と言われる。一方で、近年、高次の漸近展開を行うことでの第3次漸近形の相違が定量的に明らかになった。このように解の拡散現象に留まらず、各論を通して方程式固有の性質を明らかにすることに改めて着手した。

2. 研究の目的

本研究の目的は、種々の消散項を含む時間発展方程式の解の基本的な定性的性質を導出することである。特に、

(1) 解の時間大域的な漸近挙動、解の平滑化効果、方程式の時間大域適切性を中心として各方程式の解の持つ性質の類似性、相違性を明らかにすること

(2) この各論に基づく統一理論の構築への寄与を目指している。

3. 研究の方法

最新の研究成果の情報収集(各種セミナーや研究集会への参加)及び共同研究者との研究打合せを主な研究推進の手段とした。その効率化を図るために最新の機器の運用も心掛けた。

併せて「偏微分方程式レクチャーシリーズ in 福岡工業大学」や「Seminar on PDE with Dissipative Structure 2018」を運営して積極的な研究交流を図った。

4. 研究成果

(1) 龍谷大学の川上竜樹氏と共同研究で、空間変数が3以下の場合に非線形消散型波動方程式の初期値問題に対し、小さい初期値の空間遠方での減衰に応じた形で時間大域解の高次漸近展開を証明した。これは線形消散型波動方程式の解の高次漸近展開と非線形熱方程式の時間大域解に対する非線形近似の手法を併せて用いることが基礎になっている。

(2) 弱い消散項を持つ非線形梁方程式の初期値問題に対して、最適な時間減衰評価と無条件時間大域適切性の同じ関数空間の下で扱った。線形主要部の高周波成分から導かれる分散効果を非線形項の評価に用いることが要点であった。

(3) 広島大学の池畠良氏との共同研究で、波動方程式に 弱消散項と強消散項 構造的消散項 非有界な弱消散項をそれぞれ付随させて初期値問題の解の時間大域挙動を考察し明らかにした。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 8 件)

(1) Ikehata, Ryo; Takeda, Hiroshi

Uniform Energy Decay for Wave Equations with Unbounded Damping Coefficients

To appear in Funkcialaj Ekvacioj, 査読有

(2) Ikehata, Ryo; Takeda, Hiroshi

Large time behavior of global solutions to nonlinear wave equations with frictional and viscoelastic damping terms

To appear in Osaka J. Math., 査読有

(3) Ikehata, Ryo; Takeda, Hiroshi

Asymptotic Profiles of Solutions for Structural Damped Wave Equations.

J. Dynam. Differential Equations 31 (2019), no. 1, 537-571. 査読有

Doi:10.1007/s10884-019-09731-8

(4) Takeda, Hiroshi

Unconditional small data global well-posedness for nonlinear beam equations with weak damping.

Nonlinear Anal. Real World Appl. 41 (2018), 1-33. 査読有

Doi:10.1016/j.nonrwa.2017.10.007

- (5) [Ikehata, Ryo](#); [Takeda, Hiroshi](#)
Critical exponent for nonlinear wave equations with frictional and viscoelastic damping terms.
Nonlinear Anal. 148 (2017), 228-253. 査読有
Doi:10.1016/j.na.2016.10.008
- (6) [Kawakami, Tatsuki](#); [Takeda, Hiroshi](#)
Higher order asymptotic expansions to the solutions for a nonlinear damped wave equation.
NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl. 23 (2016), no. 5, Art. 54, 30 pp. 査読有
Doi:10.1007/s00030-016-0408-8
- (7) [Takeda, Hiroshi](#)
Large time behavior of solutions for a nonlinear damped wave equation.
Commun. Pure Appl. Anal. 15 (2016), no. 1, 41-55. 査読有
Doi:10.3934/cpaa.2016.15.41
- (8) [Takeda, Hiroshi](#); [Maekawa, Yasunori](#); [Kawashima, Shuichi](#),
Asymptotic profile of solutions to a hyperbolic Cahn-Hilliard equation.
[Bull. Inst. Math. Acad. Sin. \(N.S.\)](#) 10 (2015), no. 4, 479-539. 査読有

〔学会発表〕(計 14 件)

- (1) [Hiroshi Takeda](#)
Asymptotic expansion of solutions for wave equations with structural damping and its application
Waseda Workshop on Partial Differential Equations 2019、2019 年
- (2) [竹田寛志](#)
構造的消散項を持つ波動方程式の解の漸近展開とその応用について
熊本大学応用解析セミナー、2018 年
- (3) [Hiroshi Takeda](#)
Asymptotic expansion of solutions to a nonlinear strong damped wave equation
Critical exponent and nonlinear evolution equations、2018 年
- (4) [Hiroshi Takeda](#)
Asymptotic profile of solutions to a nonlinear wave equation with strong damping
Ito Workshop on Partial Differential Equations、2017 年
- (5) [Hiroshi Takda](#)
Large time behavior of solutions to strong damped wave equations
The 11th ISAAC congress、2017 年
- (6) [竹田寛志](#)
Asymptotic expansion of the solution to a nonlinear wave equation with strong damping
解析セミナー(神戸大学)、2017 年
- (7) [竹田寛志](#)
強消散項を持つ非線形波動方程式の解の漸近形について
東北大学応用数学セミナー、2017 年
- (8) [竹田寛志](#)
非線形強消散型波動方程式の時間大域解の挙動について
九州関数方程式セミナー、2017 年
- (9) [竹田寛志](#)
構造的消散項をもつ波動方程式の解の大域挙動とその応用について
第 2 回大分解析セミナー、2017 年
- (10) [Hiroshi Takeda](#)

Large time behavior of solutions to strong damped wave equations
2nd Workshop Analysis for Nonlinear problems in UCSB、2016年

(11) Hiroshi Takeda

Unconditional global well-posedness for a nonlinear damped plated equation and decay property of the global solution
PDE/Applied Math Seminar、2016年

(12) 竹田寛志

弱い消散項を持つ非線形梁方程式の解の大域挙動
第4回室蘭連続講演会、2016年

(13) Hiroshi Takeda

Unconditional global well-posedness for a nonlinear damped beam equation and the decay property of the solution
Korea-Japan Workshop on Nonlinear PDEs、2015年

(14) 竹田寛志

奇関数を初期値とする非線形消散型梁方程式の解の挙動
第5回佐賀FIT微分方程式勉強会、2015年

〔その他〕

ホームページ等

<https://www.fit.ac.jp/research/search/profile/id/164>