

平成 30 年 6 月 6 日現在

機関番号：14302

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K17591

研究課題名(和文)セル・オートマトンモデルの計算可能な分類指標の構成

研究課題名(英文)Classification of cellular automata according to a computable index

研究代表者

川原田 茜 (Kawaharada, Akane)

京都教育大学・教育学部・講師

研究者番号：70710953

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、対称性を持つ二次元エレメンタリー・セル・オートマトン(ECA)の挙動の特性による分類と、これらが生成する時間発展パターンの特徴付けを行った。これらのECAについて、初期値 Single site seedからの軌道による分類を行ったところ、4種類に分類できることが分かった。自己相似様パターンを生成して無限成長するクラスには1024個のECAが属しているが、少なくとも346種の異なる時間発展パターンが存在することを示した。さらにこのクラスに属するあるECAについて、時間発展パターンが特異関数によって特徴付けられることが分かった。

研究成果の概要(英文)：In this research, we gave a classification of two-dimensional symmetrical elementary cellular automata (ECAs), and studied the spatio-temporal patterns. The spatio-temporal patterns from the single site seeds eventually fall under four cases. We shown that in the 1024 spatio-temporal patterns, there exist less than 346 different fractal-like patterns. Numerical simulations shown that essential fractal-like patterns created by the ECAs are related to a singular function.

研究分野：応用数学

キーワード：セル・オートマトン 特異関数 フラクタル図形

1. 研究開始当初の背景

近年のセル・オートマトン(CA)の研究は、「現象を模倣する数理モデル」としての研究と「記号力学系を拡張した離散力学系」としての研究の主にふたつの観点で独立に発展してきているように思えた。CAは数理モデルとして様々な分野(化学反応、生物のパターン形成、社会現象、車の渋滞など)で応用されて活躍しており、一方、後者の力学系としての定式化によりCAの数学的理解が飛躍的に進んだのは間違いない。しかし、数理モデルのCAを数学的に解釈する上では以下のような問題を孕んでいた。

ある現象に対して数理モデルとしてCAを構成した際、その力学系特性を調べようとしても、具体的に計算可能な指標が知られていなかった。一次元CAや線型CAなどは記号力学系の拡張として自然であるためよく研究されてきたが、数理モデルとして重要なそれ以外のクラス(非線型多次元CA)に関する研究成果は豊富にあるとは言い難かったためである。現象に合わせて様々な拡張を施された数理モデルとしてのCAはその範疇から外れていることが多かった。また現象モデルとしてのCAは有限サイズの空間上で考察するのに対し、力学系としてのCAは無窮長の記号列空間上でのダイナミクスとして捉えるため、定義の互換性がないことも問題であった。

2. 研究の目的

本研究では、これまで独立に発展してきたふたつのCA研究の流れ(数理モデルとしてのCAと力学系としてのCA)をつなぐために、数理モデルとしてのCAに対しても実際に計算可能となるような力学系に基づいた分類指標を与えて分類し、複雑なCAについても数学的に解釈することが可能となるような理論を構築することを目的としていた。ここで研究対象とするCAのクラスは、対称性(上下左右対称、回転対称)を持つ二次元エレメンタリー・セル・オートマトン(ECA)とした。前の章で述べたように、応用上重要なクラスは非線型多次元CAであるが、この中では比較的扱いやすい4096個の二次元ECAについて研究を行った。

3. 研究の方法

一般にCAの挙動の特徴を知るためにはまずSingle site seed(SSS)と呼ばれる初期値からの軌道を観察する。SSSは1セルのみが他のセルと異なる状態をとるため、この特徴的な初期値から始まるパターンを観察することでCAのおおまかな挙動の性質を知ることができる。本研究で対象としていた二次元対称ECAは初期値SSSからの軌道が自己相似様になっているものが多く存在することが既に知られていた。そこでそれらの自己相似様図形を特徴付ける指標を導入し、初期値SSSからの軌道の分類によって4096個の二次元対称ECAを分類することを考えた。

4. 研究成果

二次元対称性ECAの初期値SSSからの軌道による分類を行った。これらの軌道は、(1)長時間経過後に最終的に不動点に落ちるもの、(2)最終的に周期的挙動を示すもの、(3)自己相似様パターンを生成して無限成長するもの、(4)複雑なパターンを生成して無限成長するものに分類できることが分かった。これはWolframによって研究されたCAの複雑さによる分類との関連が示唆される結果であった。

二次元対称ECAの初期値SSSから描かれる時間発展パターンの中でも特に対称性のある自己相似様パターンを描く分類(3)に属する1024個のECAに着目した。1024個のECAからは少なくとも346種の異なる時間発展パターン(自己相似様パターン)が得られることを数値的に示すことができた。

さらにこれらのパターンは特異関数によって特徴付けられることが分かってきており、具体的にはこの中のある二次元対称ECAの時間発展パターンについて、その面積が特異関数で記述できることが分かった。その結果を用いて時間方向への(ある意味での)極限集合の存在を示し、空間パターンのフラクタル次元を計算することができた。この結果は、現時点ではひとつの二次元対称ECAに対して得られたものであるが、特異関数のパラメータを変えることによって他のECAの生成パターンについても拡張可能である。しかし、すべてのECAについて当てはまるわけではない

ことも分かっているので、拡張可能となるための条件、拡張可能な範囲については今後の課題として研究を進めていく予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

- (1) Akane Kawaharada, Takao Namiki, “Fractal structure of a class of two-dimensional two-states cellular automata”, 2017 Fifth International Symposium on Computing and Networking, 205-208, 2017. 査読あり.
- (2) Akane Kawaharada, Tomoyuki Miyaji, and Naoto Nakano, “Analysis of a method for constructing a cellular automaton from a continuous system”, International Journal of Networking and Computing, Volume 6, Number 2, 230-242, 2016. 査読あり.
- (3) Akane Kawaharada, Tomoyuki Miyaji, and Naoto Nakano, “An analyzable method for constructing a cellular automaton from a continuous system”, 2015 Third International Symposium on Computing and Networking, 1巻, 418-423, 2015. 査読あり.
- (4) Akane Kawaharada, Tomoyuki Miyaji, and Naoto Nakano, “Proper choice of spatio-temporal scale and dataset subsampling for empirical CA construction”, 2015 Third International Symposium on Computing and Networking, 1巻, 424-429, 2015. 査読あり.

[学会発表] (計12件)

- (1) Akane Kawaharada, Takao Namiki, “Fractal structure of a class of 2D two-state cellular automata”, 2017 Fifth International Symposium on Computing and Networking, 2017.

- (2) 川原田 茜, 「セル・オートマトンで生成される自己相似図形について」, 数学と現象in X (Mathematics and Phenomena in X), 2017.
- (3) Akane Kawaharada, “Mathematical characterization of space-time patterns created by multi-dimensional nonlinear cellular automata”, Women in Mathematics - a Panorama of Contributions, 2017.
- (4) 川原田 茜, 「実データに基づくセル・オートマトンモデルの構成とその応用」, 第1回京都教育大学数学談話会, 2016.
- (5) 川原田 茜, 「偏微分方程式を模倣するセル・オートマトンモデルの構成と解析」, 第29回京都大学応用数学セミナーと京都力学系セミナーの合同セミナー, 2016.
- (6) 川原田 茜, 「セル・オートマトンの生成図形と特異関数との関係について」, 2015年度冬の力学系研究集会, 2016.
- (7) 川原田 茜, 「二次元セル・オートマトンが生成する図形のフラクタル性について」, 2015年度応用数学合同研究集会, 2015.
- (8) Akane Kawaharada, Tomoyuki Miyaji, and Naoto Nakano, “An analyzable method for constructing a cellular automaton from a continuous system”, 2015 Third International Symposium on Computing and Networking, 2015.
- (9) 川原田 茜, 宮路 智行, 中野 直人, 「解析可能なセル・オートマトン構成法による偏微分方程式の模倣」, 可積分系が拓く現象数理モデル, 2015.
- (10) Akane Kawaharada, Tomoyuki Miyaji, and Naoto Nakano, “An empirical construction of a cellular automaton from a continuous system and its mathematical analysis”, International Conference on Mathematical Modeling and

Applications 2015
'Self-Organization-Modeling and
Analysis', 2015.

- (11) 川原田 茜, 「二次元セル・オートマトンが生成する図形のフラクタル性について」, 日本数学会2015年度秋季総合分科会, 2015.
- (12) Akane Kawaharada, “Statistical method for constructing cellular automata”, The 8th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, 2015.

[図書] (計 0 件)
なし

[産業財産権]
なし

[その他]
なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者
川原田 茜 (KAWAHARADA, Akane)
京都教育大学・教育学部・講師
研究者番号 : 70710953

(2) 研究分担者
なし

(3) 連携研究者
なし

(4) 研究協力者
なし