

令和元年5月31日現在

機関番号：15301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K17595

研究課題名(和文)自己交差を回避する界面方程式の導出とその解析

研究課題名(英文) Analysis and construction of interface equation without self-intersections

研究代表者

物部 治徳 (MONOBE, HARUNORI)

岡山大学・異分野基礎科学研究所・特任准教授

研究者番号：20635809

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、自己交差を起こさない界面方程式のシステムの導出を試みたが、構成することが出来なかった。そこで、自己交差を起こさないための外力の条件を特殊解である進行波解で考察を行なった。ここでは、外力が法線ベクトルに依存する場合を考察し、外力が正の場合、また符号変化する場合それぞれで考察し、ジョルダン曲線の進行波解は一意的に存在し、形状は凸であり不安定であることを示した。また、指数型の曲率を持つ界面方程式の凸性や、解の漸近挙動を解析をした。また、個体群動態に関連する自由境界問題の解の挙動の解析を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で取り扱った、外力を持つ曲率流方程式は、反応拡散方程式系の特異極限や細胞運動や油滴運動などの数理モデルと深く関係を持っている。このため、本研究で得たJordan曲線によって構成される進行波解の存在は、それらの現象の運動を解析する上で重要な役割を果たすと考えられる。

研究成果の概要(英文)：In this research, I tried to construct an interface equation without self-intersections, but we did not establish it. Thus we changed the our purpose and analyzed the traveling waves composed of Jordan curve, which is a solution of curvature flow equation with driving force. As a result, we showed that there exists a unique traveling solution for the equation, which is unstable, and the shape of it is strictly convex. Moreover, we analyzed the an interface equation with exponential curvature and a free boundary problem related to population dynamics.

研究分野：偏微分方程式

キーワード：界面方程式 自由境界問題 進行波解

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

細胞は「膜」をもっており、その形状は様々な要因で決定される。一般的には、膜には厚みが存在するため、その形状の曲がり具合(曲率)には限りがあり、膜同士が重なり合うこと(自己交差)は現実的にはありえない。一方で、膜やゴムなどのソフトマターの形状変化を微分方程式(平均曲率方程式など)で記述しようとする場合、その多くは、初期値やパラメータに依存して自己交差をおこすことが知られている。このため、モデルは時間局所的には現象と類似した動きをするものの、時間大域的には全く別の動きをする。

2. 研究の目的

本研究では、細胞膜などのソフトマターの運動を念頭に置き、さまざまな数理モデルと関連を持つ、外力を持つ平均曲率流方程式に焦点をあて、曲線または曲面が自己交差を起こさないための外力の十分条件を探し出すことを目標とする。特に、進行波解などの特殊解に関する存在定理や、初期形状の十分条件を調べる。また、その応用として細胞膜などの「厚み」を持つ曲面の運動を記述する微分方程式の構成をシステムなどを用いて表現できるようにすることを研究目的とする。

3. 研究の方法

研究の方法は主に2つから構成され、まず平均曲率流方程式の性質を保ちつつ、pinching現象などの自己交差を起こさない偏微分方程式の導出及びその十分条件を模索するために、界面の厚さに相当する概念を符号付き距離関数などを用いて構成することを試みる。また、この研究が予想通りに進まない場合、結晶成長や反応拡散方程式の特異極限などと関連を持つ、外力を持つ平均曲率流方程式の特殊解(進行波解)の存在や形状に関する研究を行う。これを実行するために、まずは方程式を常微分方程式系に持ち込む方法を調べ、その系の解の存在を調べる問題に帰着させる。また、自己交差を起こさないような初期形状の条件を調べるために、ここでは結晶成長に関連する指数型の曲率を持つ界面方程式を扱うことにする。特に、偏微分方程式の問題を適当な角度関数で変換させることで、凸性がその方程式の正值性と同値になるような問題に帰着させて、その解の性質を解析することにする。

4. 研究成果

本研究において、自己交差を起こさない界面方程式のシステムの導出を試みたが、構成することが出来なかった。そこで、自己交差を起こさないための外力の条件を特殊解である進行波解で考察を行なった。ここでは、外力が法線ベクトルに依存する場合を考察し、外力が正であればジョルダン曲線の進行波解は一意に存在し、形状は凸であり不安定であることを示した。また、符号変化する場合は、適当な条件を課せば、同様に進行波解は一意に存在し、形状は凸であり不安定であることを示した。この研究は、凸閉曲面の構成に関わる微分幾何との問題と深く繋がっていることがわかり、一方で、パルス型の進行波解の構成など非常に幅広く応用出来る結果が得られたと考えられる。また、自己交差を起こさない初期形状の考察として、結晶成長などの数理モデルに現れる指数型の曲率を持つ界面方程式の解析を行った。その結果、初期値が凸形状であれば、解は常に凸であること、グラフ表示されている場合は、解は進行波解の一部に形状が漸近して行くことを示した。こちらも非常に興味深い研究結果を得ることが出来た。他にも、界面の挙動の解析として、個体群動態に関連する1次元の自由境界問題を考察し、生息領域の広がりに関連する研究なども行なった。ここでは、Du-Linによって提唱されたFisher-KPP型の自由境界問題を扱い、領域が有限領域で止まり消えていく様子や(vanishing)、または領域が無限遠方まで広がって行く様子(spreading)の解析を行った。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 2件)

物部治徳、二宮広和、Traveling wave solutions with convex domains for a free boundary problem, *Discrete and Continuous Dynamical Systems Series A*, 査読有, 37, 2017, 905--914.

物部治徳、Chang-Hong Wu、On a free boundary problem for a reaction-diffusion-advection logistic model in heterogeneous environment, Journal of Differential Equations, 査読有, 261, 2016, 6144--6177.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.jde.2016.08.033>

〔学会発表〕(計 26 件)

物部治徳、Exponential type curvature equation with prescribed contact angle, NCTS 2019 Workshop on Applied Mathematics in Taichung, National Chung Hsing University, Taichung, Taiwan, 2019 年 3 月.

物部治徳、外力を持つ平均曲率流方程式の進行波解の存在, RIMS 研究集会「非線形問題への常微分方程式の手法によるアプローチ」, 京都大学, 2019 年 3 月.

物部治徳、指数型非線形性を持つ曲率依存方程式の解の挙動について, 2018 年度応用数学合同研究集会, 龍谷大学, 2018 年 12 月.

物部治徳、On compact traveling waves for an anisotropic curvature flow with driving force, PDE Seminar, Universite de Paris-Sud, Orsay, France, 2018 年 3 月.

物部治徳、On traveling waves for an anisotropic curvature flow with driving force, The 14th International Conference on Free Boundary Problems Theory and Application, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, China, 2017 年 7 月.

物部治徳、外力を持つ非等方的曲率流方程式の進行波解の存在とその性質, RIMS 研究集会「部分多様体の潮流」, 京都大学数理解析研究所, 2017 年 6 月

物部治徳、On traveling waves for anisotropic curve shortening flow with external driving force, Mathematics of Pattern Formation, Mathematical Research and Conference Center in Bedlewo, Poznan, Poland, 2016 年 9 月.

物部治徳、Traveling waves composed of convex closed curves in anisotropic curve shortening flow with a driving force, 2016 年日本数理生物学会年会, 九州大学, 2016 年 9 月.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：

取得状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6 . 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号（8桁）：

(2)研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。