

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和元年5月30日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K17628

研究課題名(和文) エンタングルメントエントロピーを用いた場の理論の真空構造の理解

研究課題名(英文) Aspects of entanglement entropy in quantum field theories

研究代表者

西岡 辰磨 (Nishioka, Tatsuma)

東京大学・大学院理学系研究科(理学部)・助教

研究者番号：90747445

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究課題では量子情報理論的側面から場の量子論の真空構造に迫った。エネルギースケールを変えたときの理論の変化を追うくりこみ群は低エネルギー領域での量子多体系の普遍的な特徴を理解する上で重要な概念だが、量子エンタングルメントがくりこみ群の下で理論の変化を特徴付ける良い指標となり、それが本研究課題を通して徐々に明らかになった。また量子エンタングルメントの持つ非局所性が、場の量子論と重力理論を結びつけるホログラフィー原理を理解する上で極めて重要であることが分かった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究課題を通して量子情報理論的アプローチが場の量子論およびホログラフィー原理を理解する上で有効であることが分かった。ここで得られた結果をさらに推し進めることで、素粒子、物性、宇宙理論全体を含む場の量子論のランドスケープの理解が一層深まると期待される。また現代物理学の課題である量子重力理論の構築にむけて、本研究課題で得られた量子情報理論的視点が、量子エンタングルメントと重力理論を繋ぐホログラフィー原理の理解に役立つと思われる。

研究成果の概要(英文)：In this project, I have been concerned with quantum informational aspects of the vacuum structures in quantum field theories. The renormalization group is one of the most important concepts in understanding the universal characteristics of quantum many body systems in low energy scale. Through this project, I revealed that quantum entanglement can be an invaluable measure characterizing the vacuum structure of quantum field theories under renormalization group flows. Furthermore, I showed that the non-local nature of quantum entanglement is the key to understand holographic principle relating quantum field theories and gravitational theories.

研究分野：素粒子論

キーワード：量子エンタングルメント 場の量子論 くりこみ群 ゲージ/重力対応 ホログラフィー原理

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

エンタングルメントエントロピーは二つの空間の間の相関を測る、量子論の基本的な物理量である。近年、この物理量は場の理論、量子情報理論、及び、ゲージ/重力対応を中心とした様々な方面から活発に研究されている。なかでも強結合領域の場の理論のエンタングルメントエントロピーは、ゲージ/重力対応における笠-高柳公式と呼ばれる一次元高い双曲空間中のある曲面の面積で与えられる。この公式を用いると、共形場理論をある演算子を加えて摂動した場合に、エンタングルメントエントロピーがくりこみ群の下でどのように変化するかを調べることができる。一方、一般的な場の理論で成立すると考えられているエンタングルメントエントロピーの満たすある不等式を用いることで、くりこみ群の下で単調減少する関数を構成することができる。このような関数は場の理論のあるエネルギースケールでの「有効自由度」を測る指標であり、場の理論のダイナミクスに強い制限を課す。しかし、場の理論のエンタングルメントエントロピーの計算は特殊な場合を除いて非常に難しく、相互作用が無い、または共形対称性を持つような簡単な場合しか扱われてこなかった。具体的な場の理論の真空構造を理解するためには、その系統的な計算方法の確立が求められる。

2. 研究の目的

- (1) 場の理論におけるエンタングルメントエントロピーの摂動論的な計算方法の確立を目指す。まずは、特に摂動論がエンタングルメントエントロピーの計算に適用出来るかどうか、という点を解明する。これまでのゲージ/重力対応を用いた研究から、エンタングルメントエントロピーは摂動で加えた演算子の共形次元に依ってその振る舞いを大きく変えることが分かっている。その結果、演算子の共形次元がある値より大きい場合は摂動展開が出来るが、小さくなると摂動論が破綻することが示唆されている。このゲージ/重力対応を用いた結果を、純粋な場の理論の枠内で再現することを試みる。
- (2) エンタングルメントエントロピーを用いたくりこみ群の下での場の理論の真空構造を理解する。特にゲージ理論の閉じ込め/非閉じ込め相転移などの相構造や、ゼロ温度での量子相転移の解析を行う。

3. 研究の方法

場の理論におけるエンタングルメントエントロピーの摂動論的な計算を実現するには、特異点を持つ有限体積の曲がった空間上の場の理論を理解する必要がある。本研究ではこの問題に対して以下のアプローチを採る。

- (1) 理論に超対称性を導入し、局所化の方法を用いて、特異点を持つ空間上の、相互作用のある場の理論の分配関数を厳密に計算する。そして理論を超対称性の無い場合に変形し、その分配関数の構造を解明する。
- (2) 特異点を場の理論の非局所的な演算子として解釈し、その相関関数を調べる。また非局所演算子を局所演算子の和として展開することで、これらの演算子積展開を決定する。

4. 研究成果

- (1) 場の理論を有限体積の球面上に置くことにより、エンタングルメントエントロピーに現れる赤外発散を除去した。この球面上で定義されたエンタングルメントエントロピーに対して摂動論的な計算手法を与え、くりこみ群の下での振る舞いの解析をおこなった。そして「くりこまれたエンタングルメントエントロピー」を導入し、くりこみ群の下で場の理論の「有効自由度」となる指標を構成した [5、雑誌論文]。

- (2) 場の理論の真空は古典的に保たれていた対称性が量子論的に破れる場合がある。この現象は量子異常と呼ばれ場の理論の非摂動論的な性質を捉える。ある種の量子異常がエンタングルメントエントロピーを通して捉えられることは分かっていたが、一般のクラスの量子異常が与える影響は議論されていなかった。そこで広いクラスの量子異常が存在する場の理論におけるエンタングルメントエントロピーの計算方法を確立し、量子異常の影響を決定した [5、雑誌論文]。

- (3) ゲージ/重力対応に基づくホログラフィーの観点から、エンタングルメントエントロピーの拡張である Rényi エントロピーと呼ばれる物理量の研究を行った。重力双対を持つ場の理論ではエンタングルメントエントロピーは「笠-高柳公式」と呼ばれるホログラフィック公式によって幾何学的に簡単に計算することができるが、Rényi エントロピーに関してはホログラフィー原理を用いてどう計算すれば良いのか、長らく知られていなかった。ところが最近、笠-高柳公式の拡張版としての Rényi エントロピーに対するホログラフィック公式が提唱された。この公式は場の理論で知られている幾つかの具体的な結果を再現するが、Rényi エントロピーの持つ特徴的な性質を満たすかどうかは検証されていなかった。そこでこの提唱されたホログラフィック公式が Rényi エントロピーを満たすべきいくつかの量子的な不等式に従うかどうかを検証した。その結果、ホログラフィー原理が適用可能な物理的にもっともらしい状況下ではホログラフィック公式が正しく不等式を満たすことを示した [5、雑誌論文]。

(4) 純粋に場の理論の技法のみを用いて自由スカラー場のエンタングルメントエントロピーの摂動論的性質を詳細に調べた。自由スカラー場に関しては数多くの研究がなされているが、その結果の中には相反するものが存在していた。そこでエンタングルメントエントロピーを定義する際に現れる余次元 2 の超曲面に境界項を導入できることに着目し、適切な項を入れることで知られている全ての結果が矛盾なく説明できることを示した[5、雑誌論文]。

(5) 場の理論のエンタングルメントエントロピーを余次元 2 の非局所的な欠損演算子として特徴付けるため、研究代表者が数年前に導入した超対称化された Rényi エントロピーを通してその定性的な性質を調べた。超対称化された Rényi エントロピーは超対称ゲージ理論に適用可能な局所化の方法を使うことで厳密な計算を行うことができる。そこでこの厳密に得られた結果を再現するような余次元 2 の欠損演算子を探したところ、超対称化された Rényi エントロピーには離散群に値を持つゲージ対称性が内在しており、欠損演算子はこの離散群に付随するものであることが明らかになった[5、雑誌論文]。

(6) 共形場理論における欠損演算子を局所演算子による演算子積展開の方法で調べ、そのゲージ/重力対応との関係を明らかにした。具体的には shadow formalism と呼ばれる手法を用いて任意の余次元を持つ欠損演算子を局所演算子の和として分解し、その具体的な形を積分表示で与えることができた。さらにこの積分表示で与えられる分解の一部に Radon 変換と呼ばれる数学的な操作を施すことで、共形欠損演算子の情報だけから反ドシッター時空上のスカラー粒子が構成できることを示した。この結果はホログラフィー原理における非局所演算子の新たな役割を示唆している[5、雑誌論文]。

(7) 近年の場の理論およびホログラフィー原理における量子エンタングルメントの発展に関する総括論文を執筆、発表した。この総括論文では場の理論におけるくりこみ群の下での量子エンタングルメントの果たす役割について当研究課題で得られた最新の研究成果を盛り込むとともに、場の理論のランドスケープへの量子情報理論的アプローチの有効性を指摘した[5、雑誌論文]。

(8) 量子エンタングルメントへの非局所的な欠損演算子を使ったアプローチをさらに掘り下げるため、共形場理論におけるスピンをもつ欠損演算子を導入し、その相関関数を対称性の観点から分類し決定した。この研究では具体的な場の量子論の量子エンタングルメントが計算できたわけではないが、スピンをもつ欠損演算子として量子エンタングルメントの新たな指標が構成できる可能性を探ることができた[5、雑誌論文]。

(9) くりこみ群への量子情報的アプローチを推し進めるため、エンタングルメントエントロピーおよび球面上の分配関数がくりこみ群の下でどのように振る舞いかをホログラフィー原理および場の量子論の様々な具体例を通して調べあげた。そして最も一般的な欠損演算子入りの共形場理論では、従来減少すると思われていたエンタングルメントエントロピーは一般に単調減少しない反例を構成した。また最終的に球面上の分配関数がくりこみ群の下で単調減少するという予想を立てた。この予想が正しければ、今後場の理論のダイナミクスにより強い制限を課すことができると期待される[5、雑誌論文]。

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 9 件)

Nozomu Kobayashi, [Tatsuma Nishioka](#), Yoshiki Sato, Kento Watanabe, Towards a C-theorem in defect CFT, Journal of High Energy Physics, 査読有, 1901 巻, 2019, 39

DOI: 10.1007/JHEP01(2019)039

Nozomu Kobayashi, [Tatsuma Nishioka](#), Spinning conformal defects, Journal of High Energy Physics, 査読有, 1809 巻, 2018, 134

DOI: 10.1007/JHEP09(2018)134

[Tatsuma Nishioka](#), Entanglement entropy: Holography and renormalization group, Reviews of Modern Physics, 査読有, 90 巻, 2018, 35007

DOI: 10.1103/RevModPhys.90.035007

Masayuki Fukuda, Nozomu Kobayashi, [Tatsuma Nishioka](#), Operator product expansion for conformal defects, Journal of High Energy Physics, 査読有, 1801 巻, 2018, 13

DOI: 10.1007/JHEP01(2018)013

[Tatsuma Nishioka](#), Itamar Yaakov, Supersymmetric Rényi entropy and defect operators, Journal of High Energy Physics, 査読有, 1711 巻, 2017, 71

DOI: 10.1007/JHEP11(2017)071

Christopher Herzog, [Tatsuma Nishioka](#), The Edge of Entanglement: Getting the Boundary Right for Non-Minimally Coupled Scalar Fields, 査読有, Journal of High Energy Physics, 1612 巻, 2016, 138

DOI: 10.1007/JHEP12(2016)138

Yuki Nakaguchi, Tatsuma Nishioka, A holographic proof of Rényi entropic inequalities, Journal of High Energy Physics、査読有、1612 巻、2016、129

DOI: 10.1007/JHEP12(2016)129

Tatsuma Nishioka, Amos Yarom, Anomalies and Entanglement Entropy, Journal of High Energy Physics、査読有、1603 巻、2016、77

DOI: 10.1007/JHEP03(2016)077

Shamik Banerjee, Yuki Nakaguchi, Tatsuma Nishioka, Renormalized Entanglement Entropy on Cylinder, Journal of High Energy Physics、査読有、1603 巻、2016、48

DOI: 10.1007/JHEP03(2016)048

〔学会発表〕(計 7 件)

Tatsuma Nishioka, Quantum information measures in QFT and holography, Indian Strings Meeting 2018, IISER, India, 2018

Tatsuma Nishioka, OPE for Conformal Defects and Holography, YITP Workshop ``Holography, Quantum Entanglement and Higher Spin Gravity II'', 京都大学, 2018

Tatsuma Nishioka, Entanglement and Supersymmetry, Gauge theories, supergravity and superstrings, Benasque, Spain, 2017

Tatsuma Nishioka, Anomalies and Entanglement Entropy, Strings 2015, ICTS-TIFR, India, 2015

Tatsuma Nishioka, Anomalies and Entanglement Entropy, International Workshop on Strings, Black Holes and Quantum Information, 東北大学, 2015

〔図書〕(計 0 件)

特に無し

〔産業財産権〕

特に無し

〔その他〕

特に無し

6 . 研究組織

(1)研究分担者

特に無し

(2)研究協力者

特に無し

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。