

平成 29 年 5 月 23 日現在

機関番号：11301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2016

課題番号：15K17965

研究課題名(和文) 熱音響現象における分岐現象の解明

研究課題名(英文) Study of the bifurcation phenomena in thermoacoustic oscillations

研究代表者

兵頭 弘晃 (Hyodo, Hiroaki)

東北大学・工学研究科・助教

研究者番号：10733115

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,500,000円

研究成果の概要(和文)：気柱に温度差を与えることで自励振動を開始することがある。これは熱音響自励振動として知られる。温度差を変化させることで系が静止状態と振動状態に変化する分岐現象と考えることができる。分岐現象を支配する方程式は単純な微分方程式で表すことができる。エネルギーを測定することによって熱音響振動の発展方程式を導出した。ヒステリシスのあるような熱音響自励振動系において、発展方程式を実験的に導出したとき不安定点が存在するという特徴があることが分かった。この系はサブクリティカルホップ分岐であると考えられる。

研究成果の概要(英文)：The gas column in a wall with temperature gradient begins to oscillate spontaneously. This phenomenon is called thermoacoustic oscillation. This phenomenon can be considered as one of the bifurcation phenomena because the limit cycle appears when the temperature gradient (bifurcation parameter) goes beyond the critical value. The equation governing the bifurcation can be essentially written in the differential equation. In this study, the evolution equation was determined by measuring the energy of oscillation. The unstable points were found in the evolution equation of thermoacoustic system which has the hysteresis phenomena. Therefore, the system in this study is the subcritical Hopf bifurcation.

研究分野：熱・流体力学

キーワード：熱音響自励振動 発展方程式 サブクリティカルホップ分岐

1. 研究開始当初の背景

(1) 熱音響現象について.

管軸方向に大きな温度勾配を与えた気柱は気体の粘性や熱散逸にも関わらず不安定化して自励振動を起すことがある. これは熱音響自励振動現象と呼ばれており, 仕事として音波を取り出す原動機とみることができる. 気体を強制振動させると周りの壁面が冷える現象もあり, 力学的エネルギーで熱を低温から高温へ汲み上げるのでこれはヒートポンプの作用とみなすことができる. 最近ではこれを熱機関に応用する研究が積極的に行われている. 熱音響現象の研究を進展させるには現象の根本的な理解が必要である.

(2) 熱音響現象の研究状況について.

熱音響現象の基礎方程式は流体の基礎方程式である. すでに線形理論は導出されており, 発振条件等が明らかにされている. しかし定常振動に至るまでの課程やその振幅の大きさを議論した研究は多くない.

2. 研究の目的

熱音響自励振動は気柱に温度差を与えることで振動を開始する現象である. これは系に与えるパラメータ (この場合であれば温度差) を変化させることで系が安定状態から振動状態へと変化する (リミットサイクルが現れる) ので分岐現象と考えることができる. 分岐現象を支配する方程式は単純な微分方程式で表すことができる. 熱音響振動の発展方程式を得ることは困難であるが, 状態量としてエネルギーを選ぶことによって発展方程式の実験的な導出が可能になる. そこで本研究ではヒステリシス現象が現れる熱音響自励振動系において, そのエネルギーを測定することにより系の発展方程式を実験的に導出し, 分岐現象という観点から熱音響自励振動を理解することを目的とする.

3. 研究の方法

(1) 熱音響自励振動子

本研究で使用する熱音響自励振動子の概略を図1に示す. 全長 $L=1640\text{mm}$, 内径 $R=20\text{mm}$ の円筒共鳴管の中にスタックと呼ばれる細い流路を積層したセラミックスを挿入する. 図1のように x 座標を取り, スタックの中心位置は $x=1320\text{mm}$ となるように設置する. 管の両端は固体壁で閉じられており, 管内は大気圧の空気で満たされている. 共鳴管内の圧力振動を計測するために圧力トランスデューサが管壁に取りつけられている. スタックの両側を熱交換機で挟むように設置し, スタックの上側の熱交換機は管の周りに巻き付けられた電気ヒーターで加熱され, その温度 T_H は K 型熱電対で測定する. 下側の熱交換機は管の周りに冷却水を循環させて室温 $T_C=296\text{K}$ に保つ. 1 インチ \times 1 インチの正方形に 1200 個の細管のあるスタックを用いた. 電気ヒーターの加熱量を調整してスタック両端の温度差 $\Delta T=(T_H - T_C)$ を上

昇させると自励発振することを確認した. このシステムは発振しない最高の温度差と振動が持続する最低の温度差が幅を持っている (ヒステリシスがある). 発振しない最高の温度差は 253K , 振動している最低の温度差は 220K であった.

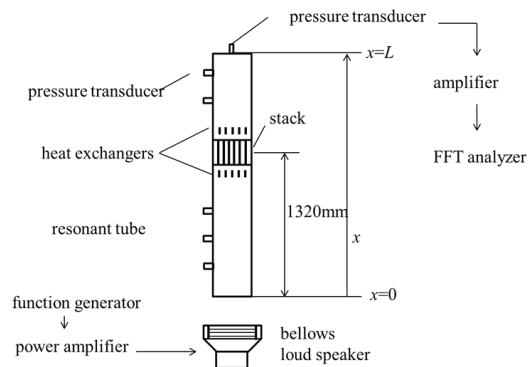


図1 熱音響自励振動子

(2) 発展方程式の導出

分岐現象を支配する方程式は単純な微分方程式で表すことができる.

$$\frac{dA}{dt} = f(A; \lambda)$$

ここで A は状態量であり, λ は分岐パラメータである. 熱音響系の基礎方程式から A として圧力振幅や流速振幅を選んで時間発展の形に表すことは難しいが, エネルギーを選ぶことによって実験的にその形を決定することができるようになる. 発展方程式の状態量として振動の1周期にわたる時間平均エネルギー E とその時間微分を考える. 発展方程式の関数 $f(E; \lambda)$ の形を決定するために, 系の振動と同じ周波数を持つ周期的な外力を加える. このときエネルギー E はエネルギー保存より次のような式に従う

$$\frac{dE}{dt} = f(E; \lambda) + W.$$

ここで W は外力によって加えられる時間平均化された音響パワーである. 外力を加えていない状態 ($W=0$) で, $E=E_0$ でエネルギーのバランスが保たれているとする, すなわち $(E, dE/dt) = (E_0, 0)$. そこに外力が加わると, $E=E_1$ の新しい定常状態となる. よって $f(E_1, \lambda) = -W$ の関係が成り立つ. よって加える外力 W の大きさを変化させることによって, そのときのエネルギーの大きさ E_1 を計測すれば発展方程式の形を決定することができる. 本実験ではスピーカーとベローズを用いた音響ドライバが共鳴管の底面に取り付けられている. 自励振動子のリミットサイクルと同じ周波数で音響ドライバを駆動することで自励振動系に対して外力 W を加えている.

系のエネルギー E と音響ドライバから入力される音響パワー W は管内の音場を測定することにより決定することができる. 共鳴管内

のエネルギー E は

$$E = \frac{1}{4} \frac{\pi R^2 L}{\rho a^2} P_e^2$$

で与えられる．ここで ρ は気体の平均密度， a は断熱音速， P_e は管の閉端での圧力振幅である．音響ドライバから入力される音響パワーは $x=0$ での圧力 p と断面平均流速 u の時間平均で与えられ，

$$W = A \langle pu \rangle \text{ at } x=0$$

となる．ここで $\langle \rangle$ は振動の 1 周期にわたる時間平均量を示す．管内の音場は管壁に取り付けられた圧力トランスデューサより得ることができ， W が決定される．

4. 研究成果

図 1 の実験装置に対して様々な温度差 ΔT に対して発展方程式の形を求めた．

(1) 温度差が小さい場合について

温度差が $\Delta T=0\text{K}, 100\text{K}, 200\text{K}$ のときの発展方程式の形を図 2(a) に示す．これら 3 つの温度差では，すべての E の値に対して dE/dt が負の値を持っているため，時間とともにエネルギーは減少しいずれ 0 になることを表している．よってシステムは静止状態で安定であることを表している．これは温度差が小さいときは装置が発振しないことと一致している．また温度差を上げると線の傾きが小さくなっているのので，温度差が大きい方が安定状態へゆっくりと変化する．実験では発振前の温度差に対して自励振動子に摂動を与えると，温度差が大きいほど振動が減衰する速さが遅くなっていくため，それが良く表れているといえる．

(2) 温度差が大きい場合について

温度差が $\Delta T= 235\text{K}$ のときの発展方程式を図 2(b) に示す．原点以外に $dE/dt=0$ となる点が現れた． $E=0.0012\text{J}$ で dE/dt が負から正になるように $dE/dt=0$ の線を交差する．よってシステムはこの点から離れるように状態が変化していくのでこの点は不安定であることを示している． $E=0.0067\text{J}$ では dE/dt が正から負になるように $dE/dt=0$ の線を交差する．したがって，システムはこの点に近づこうとするのでここは安定点である．よってこの温度差 $\Delta T= 235\text{K}$ のとき，システムは振幅 0 の静止状態で安定となるか， $E=0.0067\text{J}$ (振幅 $P_e=1395\text{Pa}$) を持つリミットサイクルで振動するか の 2 つの安定状態を持つことがわかった．

(3) さらに大きな温度差の場合

温度差 $\Delta T= 270\text{K}$ のときの発展方程式を図 2(c) に示す．すべての E に対して $dE/dt > 0$ であるため $E=0$ が不安定であることがわかる．さらに大きな E で $dE/dt=0$ となりリミットサイクルが現れると考えられる．

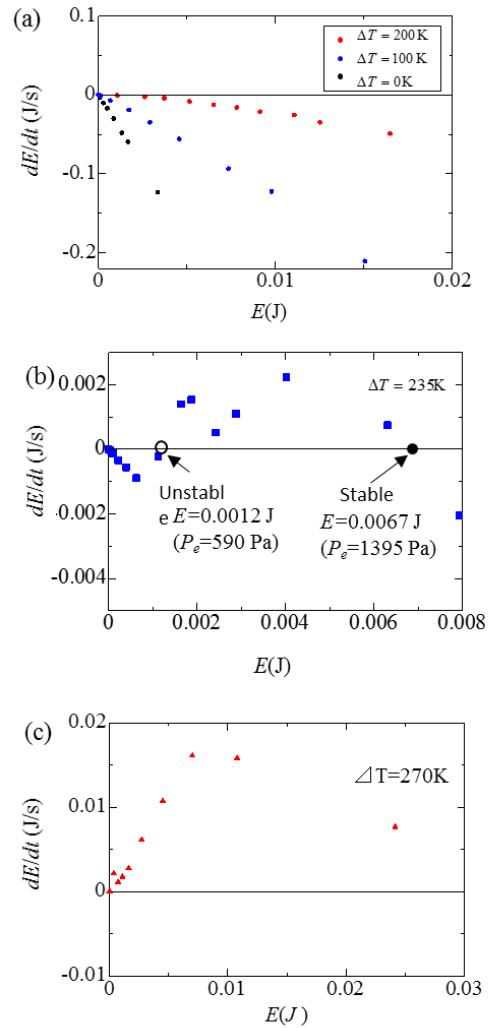


図 2 発展方程式

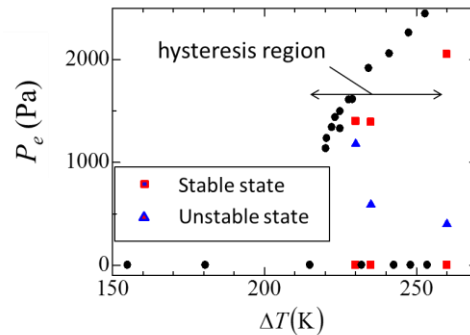


図 3 分岐図

温度差と圧力振幅の関係をプロットして図 1 のシステムの分岐図を図 3 のように作成した．黒で示したのは音響ドライバのない場合に測定した温度差と圧力振幅の値を示す．ここへ発展方程式より求めた安定点 (赤) と不安定点 (青) を加えた．ヒステリシスのある領域では静止状態とリミットサイクルの間に不安定点が現れるということが分かった．

(4) まとめ

熱音響自励振動の発展方程式の導出は理論的には難しい仕事であるが、管内の音場を測定することにより熱音響自励振動系の発展方程式を実験的に得ることができた。発展方程式からこの装置の分岐図を得ることができた。実験では分岐の不安定点は単に振動状態を観測しているだけでは見えないが、この方法によりその存在が明らかになった。ヒステリシスを示すような条件では不安定点が観察されることが明らかになり、このシステムはサブクリティカルホップ分岐であると考えられる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[学会発表] (計 1 件)

Hiroaki Hyodo and Tetsushi Biwa, Evolution equation of subcritical Hopf bifurcation in thermoacoustic oscillations, 20th international symposium on nonlinear acoustics, 2015/6/29-2016/7/30, Ecole centrale de Lyon, Lyon, France

6. 研究組織

(1) 研究代表者

兵頭 弘晃 (HYODO Hiroaki)

東北大学・工学研究科・助教

研究者番号：10733115