

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 7 日現在

機関番号：13901

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K18085

研究課題名(和文) 連成表現を用いた分布定数系に対する状態変換ベース境界制御器設計

研究課題名(英文) Transformation-based boundary controller design for distributed-parameter systems in a coupled form

研究代表者

椿野 大輔 (Tsubakino, Daisuke)

名古屋大学・工学研究科・講師

研究者番号：00612813

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：本課題では、物理場を含むシステムである分布定数系のうち、境界値を介して結合する複数の方程式によって記述されるものを対象とし、状態変換を用いた境界制御器設計法について考察を行った。まず、入力もしくは出力ごとに異なる遅れを有する線形時間不変システムに対して、遅れを表現する双曲型方程式とその境界値を含む常微分方程式による表現に基づき、安定化制御則およびオブザーバの設計法を導出した。次に、境界において結合している二つ波動方程式でモデル化されるシステムに対して、不連続性を利用した状態変換を用いて制御器設計法を導いた。最後に、2次元容器内の液面揺動について、単純な境界制御則が得られる設計法を提案した。

研究成果の概要(英文)：This project deals with boundary stabilization problems for distributed parameter systems, which are systems involving physical fields. In particular, we focus on systems described by several partial differential equations coupled through boundary values. For those systems, we establish methods for designing control laws based on state-transformations. We have obtained significant results regarding design of state-feedback control laws and observers for a linear time-invariant systems with input or output delays, exponentially-stabilizing feedback control laws for boundary-coupled wave equations, and approximate boundary control laws for liquid sloshing in a 2-D rectangular tank.

研究分野：制御工学

キーワード：制御理論 分布定数系 境界安定化 状態変換

### 1. 研究開始当初の背景

空間に分布した物理量である場を含むシステムは分布定数系と呼ばれ、その動的な挙動は主に偏微分方程式によってモデル化される。分布定数系は多くの工学分野で見られるものであるため、その制御理論については古くから研究が行われてきた。これらの多くはシステムを関数空間上で抽象化された無限次元の常微分方程式で表現し、解析や制御器設計の方法論が展開されるため、一般に難解かつ抽象的な理論となりやすい。そのため、近年では実用上の観点から、分布定数系に対する一般的な制御論ではなく、ある程度のまとまりをもったシステム(偏微分方程式)のクラスごとに、具体的な制御器設計論を構築することが多くなっている。

バックステッピング法はそのような手法の一つであり、積分を含むある特殊な形の状態変換を用いるのが特徴である。領域全体ではなく、境界でのみ制御入力作用する場合において、系統的に境界フィードバック制御則が設計可能である。このバックステッピング法は、1次元領域上の放物型、双曲型偏微分方程式など、単一の方程式に対して多くの結果が得られていた。しかしながら、互いに連立するいくつかの方程式によってモデル化されるシステムに対しては、単純な拡張ではうまくゆかず、十分に発展していない状況であった。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、これまでにバックステッピング法が十分対処できていなかった、連立偏微分方程式系によってモデル化されるシステムに対して、状態変換を用いた境界制御器設計の枠組みを構築することである。特に、境界値を介して相互に影響を与えているような、偏微分方程式と常微分方程式の結合系、もしくは偏微分方程式同士の結合系を考察の対象とする。

### 3. 研究の方法

前節で述べた通り、本研究では境界値を介して連立した方程式系でモデル化されるシステムを扱い、状態変換を用いた系統的な設計法を確立することを目指す。一般的な偏微分方程式系のような領域内部に相互作用項がある場合とは異なり、境界で相互作用が生じる場合、方程式自体は領域内部では独立している。そのため、結合部において現象に何らかの不連続性が生じる。そのような変数に対して状態変換を行うためには、その不連続性を適切に扱う必要があると考えられる。

本研究では、次節において具体的に説明を行うが、飽和関数を用いた積分領域のなめらかではない制限、不連続性をもつ積分核の導入、空間領域の平均化によるある特定方向の動特性の縮約などを用いて、現象の不連続性に

対処して研究を進めて行く。

### 4. 研究成果

本研究課題の主たる研究成果について、四つに大別して述べる。

(1) 入力ごとに異なる遅れをもつ多入力線形時不変システムの安定化と出力ごとに異なる遅れをもつ多出力系のオブザーバ設計

通信などを介して制御、観測を行う際、入力や出力に時間遅れが生じてしまうのは避けられない問題である。このようなシステムは、遅れをもつ常微分方程式としても表現できるが、本来のシステムを表す常微分方程式と遅れを表す1階双曲型偏微分方程式の境界結合系として表現することができる。この安定化問題に対して、本研究課題開始前にすでに積分範囲に飽和関数を含む積分項をもつ状態変換を新たに導入し、安定化フィードバック制御則の導出に成功していた。本研究期間では、延長線にあたる内容として、その状態変換のさらなる解析と状態変換の構造の明確化を行った。さらに、新たな課題として、出力遅れをもつ場合のオブザーバ(状態推定器)設計についても考察を行った。

観測出力に遅れを伴う場合における、状態変換を用いたオブザーバ設計については、単出力系の場合に先行研究において行われている。そこでは、代数的な変換のみで設計が可能となっていた。本研究では他出力系を扱い、同様な代数的な状態変換を用いたオブザーバ設計について考察したが、代数的な変換のみではうまく設計法を確立することはできなかった。

そこで、制御則設計の場合と同様に、飽和関数を用いて積分範囲が定められる積分項を含む状態変換を新たに提案した。これにより、必要な補償項さえ導入されれば、遅れを無視した場合のオブザーバゲインをそのまま使用することができるオブザーバ設計が可能となった。なお、分布定数系においても状態フィードバック設計とオブザーバ設計は互いに双対なものとなっているが、この変換では飽和関数を含むことを除いて、その双対構造が自明ではなく、理論的にも興味深いものとなっている。なお、本成果をまとめた論文が、制御工学・制御理論の分野での代表的な国際学術雑誌である Automatica に採択され出版された。

(2) 境界で結合する異なる伝搬速度をもつ二つの波動方程式に対する境界制御器設計

複数の媒質中を伝播する波の運動は、伝播速度を表す係数が異なる複数の波動方程式の境界結合系としてモデル化される。境界における結合は、変位とその空間偏導関数についての境界条件によって表現される。この境界

条件によって、インピーダンスマッチング条件と呼ばれる条件が成り立つ場合を除き、境界面において波動の透過と反射が生じる。これにより、領域内での現象は複雑なものとなる。本研究では、二つの1次元領域上の波動方程式が境界で結合しており、制御入力の一つの方程式の結合点ではない側の境界において作用している場合に、安定化フィードバック制御則を導出した。

制御則設計には、研究代表者がこれまでに放物型の方程式に対して得ていた不連続な積分核をもつ積分を含む状態変換の考えを用いた。波動方程式は双曲型の方程式で、時間について2階の偏導関数を含む方程式である。そのため、変換には0階、1階時間偏導関数の両方が含まれている。制御入力に直接作用する方の方程式の状態変数を変換する際に、直接作用しない方の状態を特性曲線上で不連続性をもつ積分核を用いて積分する。これにより境界を除いて安定なシステムへと変換することが可能となる。

興味深いことに、そのような変換の解析的な(陽的な)表現を導出することに成功した。さらにこの変換から、任意の収束率でシステム全体を指数安定化する境界フィードバック制御則を導いた。得られた制御則は、波動方程式でよく知られている1階時間偏導関数の境界値をフィードバックして、境界で減衰を与える項と、入力に直接作用しない方程式の領域上のある1点での時間、空間偏導関数の値をフィードバックする項からなっている。このような構造は、これまでの先行研究では見られない新たなものである。

### (3) 平面矩形容器内スロッシングに対する制振制御

スロッシングは、容器内の液体が外的な要因により運動することで、液面が振動する現象である。特に、宇宙機内の液体燃料タンクやタンカーや貯蔵庫の石油タンク内で生じるものが知られている。前者であれば機体の運動に悪影響を与えることや、後者であれば液面によるタンクの破壊につながるなど、古くから問題とされてきた現象である。本研究では、2次元矩形容器に対して、容器加振による制振フィードバック制御則設計について考察を行った。

スロッシングの運動モデルには様々なモデルがある。制振制御によく用いられるものは、バネなどの機械要素で近似するメカニカルモデルである。本研究では、現実の物理量と整合性を重視し、ポテンシャル流モデルを用いた。この場合、質量保存則に相当する静的なラプラス方程式と、自由境界における液面の運動に対応する動的な境界条件、壁面での加振の影響を表す境界条件からなる。つまり、

時間偏導関数を含まない静的な偏微分方程式の境界条件に常微分方程式が現れる特殊な境界結合系となる。

静的な方程式は状態拘束に相当し、制御系設計を非常に困難とする。そこで、高さ方向にラプラス方程式を平均化し、さらに圧力分布に関して単純な仮定をおき近似を行うことを提案した。これより、波面高さは波動方程式で近似可能であることを示した。加振速度入力は波動方程式の境界入力となり、近似的に得られたモデルに対して、バックステップ法に基づいた状態変換を用いて境界フィードバック制御則を設計が可能である。こうして設計された制御則は、もとの近似前のモデルに対しても有効であることをいくつかのケースについて数値的に確認しているが、理論的な保証を得るには至っていない。

この研究は、開始当初の計画になかったもので、本課題で扱うことができる対象として研究期間の途中で新たに追加されたものである。ここで用いた偏微分方程式を別の偏微分方程式で近似するというアイデアと、考察しきれずに残された多くの問題が、平成30年度からの代表者の新たな研究課題につながることとなった。なお、本成果の一部を第17回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会において発表を行い、優秀講演賞を受賞した。

### (4) 2次元領域上での波動方程式の安定化

最後に(2)や(3)で述べた結果の多次元領域上でのシステムへの拡張を目指し、まずは2次元領域上での波動方程式の境界入力による安定化について考察を行った。用いた手法としては、多次元領域上での放物型方程式に対する先行研究で提案されていた、一方向のみモード展開し、無限個の1次元の方程式に帰着させるものである。空間領域としては、矩形領域と円環領域の2種類について考察を行った。

どちらの場合においても完全に満足のゆく結果は得られていない。どちらの場合においても、原理的には上記の手法で安定化制御則が設計できるが、無限個の偏微分方程式を解く必要があり、制御則もそれらの解を用いた無限和の形でしか表現できない。実装するためには、無限和を打ち切る必要があるため、事実上の実装ができない。もし、上記の偏微分方程式の陽的な解を得ることができれば、無限和を解析的に評価し、実装可能な形でフィードバック制御則を得ることができると可能性がある。そのため、そのような陽的な解を得ることが今後の課題となる。また数値的に解を求めるにしても、一般的な差分法を用いた解法では、数値振動が見られるような状況もあった。これらについては、なんらかの

機会を引き続き考察を続けてゆきたい。

上記のうち、円環領域上での結果を第 18 回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会において発表を行い、優秀講演賞を受賞した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 2 件)

Tiago Roux Oliveira, Miroslav Krstić, and Daisuke Tsubakino, Extremum seeking for static maps with delays, IEEE Transactions on Automatic Control, 査読有, vol. 62, no. 4, pp.1911-1926, 2017. DOI: 10.1109/TAC.2016.2564958

Daisuke Tsubakino, Miroslav Krstic, and Tiago Roux Oliveira, Exact predictor feedbacks for multi-input LTI systems with distinct input delays, Automatica, 査読有, vol. 71, pp. 143-150, 2016.  
DOI:10.1016/j.automatica.2016.04.047

[学会発表](計 7 件)

椿野大輔, 円環形状膜の状態フィードバック境界制御に関する一考察, 第 18 回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会, 査読無, 2017

Yasuo Sasaki, Daisuke Tsubakino, Model Predictive Control of a Separated Flow around a Circular Cylinder at a Low Reynolds Number, SICE Annual Conference 2017, 査読有, 2017

伊藤徳哉, 椿野大輔, 藤本圭一郎, 矩形容器内スロッシングにおける壁面波高のみに基づく状態推定, 第 4 回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 査読無, 2017

椿野大輔, 伝搬速度の異なる境界結合波動方程式の指数安定化, 第 4 回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 査読無, 2017

椿野大輔, 伊藤徳哉, 藤本圭一郎, 近似偏微分方程式モデルに基づく単純なスロッシング制御則について, 第 17 回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会, 査読無, 2016

椿野大輔, バックステップング法に基づく分布定数系の制御と状態推定, 第 3 回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 査読無, 2016 (チュートリアル講演)

Tiago Roux Oliveira, Miroslav Krstic, Daisuke Tsubakino, Extremum seeking subject to multiple and distinct input delays, 54th IEEE Conference on Decision and Control, 2015

[その他]

ホームページ等

<http://jupiter.nuae.nagoya-u.ac.jp/tsubakino/>

#### 6. 研究組織

(1) 研究代表者

椿野 大輔 (TSUBAKINO, Daisuke)

名古屋大学・大学院工学研究科・講師

研究者番号: 00612813