

令和元年6月3日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K20939

研究課題名(和文) スピン鎖が持つ自由度とその有効場理論に現れる超対称性との関係の解明

研究課題名(英文) The relation between degree of freedom of spin chains and supersymmetry emerging in their effective field theories

研究代表者

松井 千尋 (Matsui, Chihiro)

東京大学・大学院数理科学研究科・准教授

研究者番号：60732451

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：高次スピンをもつ可積分スピン鎖における自由度とその有効場理論に現れる超対称性との関係、およびスピン鎖に関連する多彩な物理を調べることを目的として、以下のことを明らかにした。まず、可積分な場合にスピン鎖と場の理論の散乱行列が一致すること、および両者の励起がスピノンで記述されることを用い、スピン鎖における隠れた超対称性と場の理論における超対称性の対応付けを行なった。また、スピン鎖に関連する非平衡現象のうち、高次スピンに対応する多自由度な古典確率過程に特徴的な振る舞いを明らかにした。さらに、両端がスピン浴に接する異方的ハイゼンベルグ模型の定常状態を厳密に構成した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

有効場理論を用いたスピン鎖の解析は量子一次元物理系の重要な中核を成すが、スピン鎖のような離散系ではサイト数に応じて許される励起状態が異なるため、連続系との対応を議論する際には注意が必要である。本研究成果は、離散系と連続系に共通の励起構造を用いて解析を行なったという点で、両者の対応関係を提示し、離散系における隠れた対称性の理解を前進させるものである。また、多自由度な古典確率過程やスピン浴に接した量子スピン鎖など、量子スピン鎖に関連した非平衡現象の解明により、量子スピン鎖の可積分性や多自由度への拡張のしやすさが関連する非平衡系における多彩な物理を調べるのに有効であることを示した。

研究成果の概要(英文)：We aimed to investigate (1) the relation between the degree of freedom in higher-spin integrable spin chains and the supersymmetry emerging in their effective field theories, and (2) various physics related to spin chains. In order to achieve these aims, we worked on the following projects:

We have showed that the hidden supersymmetry behind spin chains corresponds to the supersymmetry of their effective field theories by using the fact that the scattering matrix of an integrable spin chain coincides with that of its effective field theory. We have also discussed non-equilibrium phenomena including the characterizing behavior of classical stochastic processes with multi-degree of freedom associated with higher-spin systems and the steady state of anisotropic spin chain with both ends attached to spin baths.

研究分野：物理学

キーワード：可積分系 量子スピン鎖 超対称性 非平衡系

様式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19（共通）

1. 研究開始当初の背景

量子場の理論はミンコフスキー空間中での光円錐の離散化により、量子スピン鎖における散乱過程と対応付けることができる。特に可積分系の場合には散乱行列が厳密に求まるため、両者のパラメータを対応付けるなど詳細な比較が可能である。

局所ハミルトニアンがスピン $1/2$ の場合と同じ対称性をもつ可積分スピン s ハイゼンベルグスピン鎖は陽に超対称性をもたないが、超対称な場の理論が対応することが知られていた。実際、スピン自由度を分離するような複数の境界条件のもとで連続極限を取ると、異なるセクター(NS/R)が実現されるため、スピン自由度が超対称性の出現に深く関係すると予想した。

既存研究では連続場の理論における超対称性は共形場理論や散乱理論を用いて議論されることが多く、元のスピン鎖との関係が見えにくかった。よって、スピン自由度と超対称性との関係を理解するためには、低エネルギー領域でスピン演算子とフェルミオン場を直接対応付けて得られる有効場理論の解析が重要であると考えた。また、有効場理論における相互作用を摂動として扱うことで、可積分でない系の取扱いも可能になると期待した。

2. 研究の目的

高次スピンをもつ可積分スピン鎖における自由度と、その有効場理論に現れる超対称性との関係を明らかにすることを目的とした。この目的を達成するため、次の三点を明らかにすることを課題とした。

(1) 対称性を拡張したスピン鎖に対応する有効場理論を明らかにする

(2) フェルミオン場の散乱振幅を導出する

(3) 有効場理論における超対称チャージがスピン鎖のどのような作用に対応するのか解明する

高次スピンを持つハイゼンベルグ鎖の有効場理論は、color 自由度を持つフェルミオン場から成る。一方、高次スピンハイゼンベルグ鎖における励起の数理構造は、可積分な場合にスピノン基底を用いてよく調べられている。スピノン描像における散乱振幅と color フェルミオン場の散乱振幅とを比較することにより、スピノン描像で明らかにした超対称性をスピン鎖に焼き直すことを目的とした。

3. 研究の方法

目的の達成のため、大きく分けて次の二つのテーマに取り組んだ。

(1) スピン鎖における隠れた超対称性と場の理論における超対称性の対応付け

(2) スピン鎖に関連する非平衡現象の解明

一般に、スピン鎖のハミルトニアンに対して超対称代数が定義されたからといって、対応する場の理論における超対称性とどう関係するかは非自明である。可積分な場合にスピン鎖と場の理論の散乱行列が一致することを用い、スピン鎖における隠れた超対称性と場の理論とを対応付けた。また、物理系のもつ対称性がそのダイナミクスにおよぼす影響を明らかにするため、数理構造がよく理解されたスピン鎖に対応する模型の定常状態について調べた。当初の目標は可積分スピン鎖の対称性とそれに対応する古典確率過程の振る舞いとの関係を明らかにすることであったが、非可積分な場合でも高次スピンに対応する多自由度な古典確率過程に面白い現象が見られたので、対象を広げて研究を行うことにした。また、量子可積分系における非平衡ダイナミクスの研究に大きな進展があり、そちらのほうが緊急性が高いと判断したため、三年目より量子系のダイナミクスの研究を行った。

4. 研究成果

(1) スピン鎖における隠れた超対称性と場の理論における超対称性の対応付け

場の理論との対応とは別の背景から、可積分スピン鎖が陽に見えない超対称性をもつことが指摘されていた。ここでいう超対称性とは、スピン鎖のハミルトニアンを超対称代数の生成子として場の理論とは無関係に定義された超対称性のことである。超対称代数はエネルギー演算子であるハミルトニアンに加え超対称チャージから生成されるが、この超対称チャージはスピン鎖上で鎖長を1サイト分変化させる演算子として作用する。このため、スピン鎖長を固定して考えた場合には超対称性が陽に見えない。一方、可積分な場の理論における励起はスピノンを用いて記述される。スピノンは「スピノンスピン」と「RSOS インデックス」と呼ばれる二種類の自由度をもつ。理論が超対称性を持つ場合、超対称代数を生成する演算子は RSOS 自由度のみに作用する。

実は、可積分高次スピン鎖における励起もスピノンを用いて記述することができる。スピン鎖においてスピノン基底を用いる利点は、スピノン生成消滅演算子が位置をパラメータに含まないことである。スピン鎖において超対称性を考える際の困難は、超対称生成子がスピン鎖長を変化させることであったが、スピノン基底を用いることでサイト数の変化を陽に取り扱う必要がなくなる。したがって、RSOS 自由度に対する作用 (図 1) を比較することにより、場の理論における超対称性とスピン鎖における隠れた超対称性の関係がわかる。一般にスピノン基底をスピンの配置で書きあらわすことは困難であるが、模型の異方性が強いイジング極限ではスピノンがスピン配列中のドメインウォールとして出現する。この場合の

解析から、RSOS 自由度に作用する超対称生成子が既存研究の「スピン鎖長を変化させる演算子」そのものであることを示した [1]。この結果は、スピン鎖の連続極限から導いた超対称な場の理論の境界条件と、それが属するセクターとの関係とも整合している [2]。

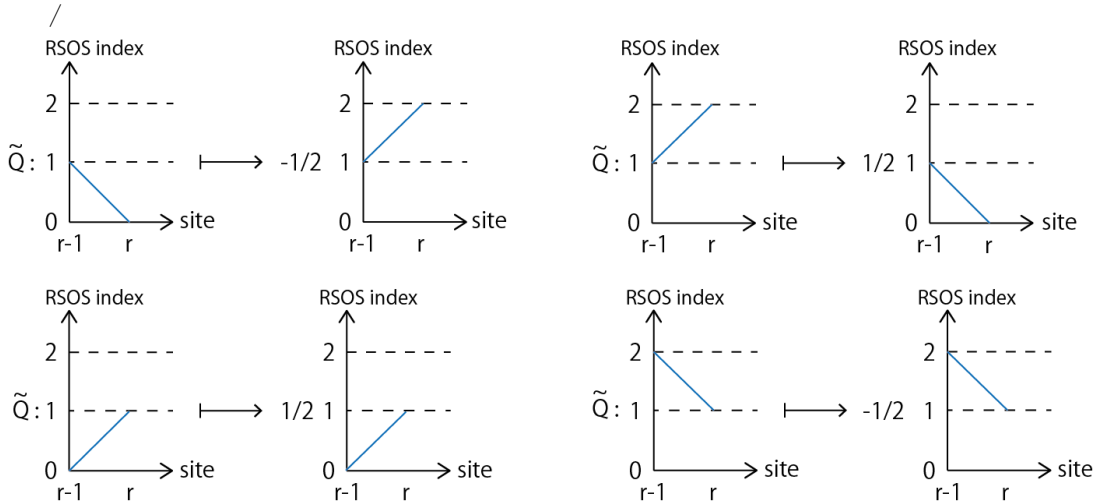


図 1. RSOS 自由度に対する超対称チャージの作用

(2) スピン鎖に関連する非平衡現象の解明

排他的な相互作用をもつ一次元ランダムウォークの一種である三状態人嫌い過程について、多自由度系に特有の振る舞いが見られることを明らかにした [3]。三状態人嫌い過程は、一次元状に並んだ箱に、各箱あたり最大二個まで粒子の存在を許して粒子をランダムウォークさせる確率モデルである (図 2)。三状態人嫌い過程は遷移率が特定の条件を満たすとき周期的条件下で可解であることが知られており、そのカレント-密度曲線は二つの二状態単純排他過程と一致する。両端に粒子浴を付けた場合、可解性は保たれないが、定常状態におけるカレントは勾配型であり、流体極限の存在を仮定することでフィックの法則から区分線形な密度プロファイルを得ることができる。有限系の密度プロファイルにおいて、流体極限に対する有限サイズ補正が傾きの転移点に現れることを数値的に示し、系のサイズ依存性を表すスケーリング関数を提案した。さらに、反衝撃波の存在条件である二ピークカレント-密度曲線を三状態人嫌い過程がもつことに着目し、反衝撃波の振る舞いを調べた。両端の粒子浴密度に応じてカレントは多彩な振る舞いを示し、それぞれの相での衝撃波の振る舞いが知られている。既存研究では、最大カレント相における特定のパラメータ領域で反衝撃波の速度がゼロであると主張されていたが、時間スケールを系のサイズと同程度にすることにより、同パラメータ領域においても衝撃波はゆっくりと安定な位置へ移動することを示した。

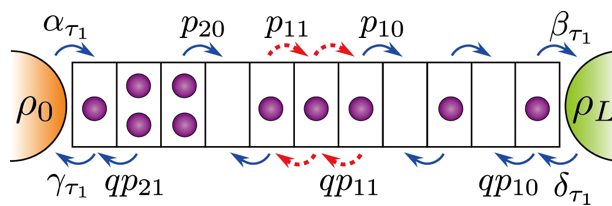


図 2. 三状態人嫌い過程

また、両端がスピン浴に接する異方的ハイゼンベルグ模型の定常状態について考察した [4]。スピン浴との相互作用が Lindblad 型マスター方程式に従う場合、つまり初期状態が環境とシステムのテンソル積で書け、さらに時間発展がマルコフ的である場合、定常状態が厳密に求まることが知られている。このときの定常状態は、非エルミートな転送行列で与えられる。境界に磁場をかけ、定常状態に関する可解性が保たれるか調べた。結果、(i) z 方向に磁場がかかっているときは系とスピン浴との相互作用の大きさを調整することで、(ii) z 方向以外に磁場がかかっているときはある種のチューニングパラメータを導入することで、上記の非エルミートな転送行列が定常状態となることがわかった。

<引用文献>

- [1] Chihiro Matsui, “Spinon excitations in the spin-1 XXZ chain and hidden supersymmetry”, Nucl. Phys. B913: 15-33 (2016)
- [2] Chihiro Matsui, “Boundary effects on the supersymmetric sine-Gordon model through light-cone approach”, Nucl. Phys. B885: 373-408 (2014)
- [3] Chikashi Arita and Chihiro Matsui, “Phase coexistence phenomena in an extreme

case of the misanthrope process with open boundaries”, Europhys. Lett. 114; 60012 (2016)

[4] Chihiro Matsui and Tomaž Prosen, “Construction of the steady state density matrix and quasilocal charges for the spin-1/2 XXZ chain with boundary magnetic fields”, J. Phys. A: Math. Theor. 50; 385201 (2017)

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 4 件)

- ① Chihiro Matsui, “Boundary Effects on the Supersymmetric Sine-Gordon Model Through Light-Cone Lattice Regularization”, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics 191; 311-335 (2016)
- ② Chikashi Arita and Chihiro Matsui, “Phase coexistence phenomena in an extreme case of the misanthrope process with open boundaries”, Europhys. Lett. 114; 60012 (2016)
- ③ Chihiro Matsui, “Spinon excitations in the spin-1 XXZ chain and hidden supersymmetry”, Nucl. Phys. B913; 15-33 (2016)
- ④ Chihiro Matsui and Tomaž Prosen, “Construction of the steady state density matrix and quasilocal charges for the spin-1/2 XXZ chain with boundary magnetic fields”, J. Phys. A: Math. Theor. 50; 385201 (2017)

[学会発表] (計 18 件)

- ① Chihiro Matsui, “Boundary effects on the supersymmetric sine-Gordon model through light-cone regularization”, XI. International Workshop LIE THEORY AND ITS APPLICATIONS IN PHYSICS (Varna, Bulgaria), 2015/06/15-21
- ② Chihiro Matsui, “Multi-state extension of the asymmetric simple exclusion processes”, Integrable systems and quantum symmetries, (Prague, Czech), 2015/06/23-27
- ③ 松井 千尋, “可積分高次スピノン鎖におけるスピノン励起”, 日本物理学会 (大阪), 2015/09/16-19
- ④ 松井 千尋, “境界付き可積分量子スピノン鎖におけるスピノン励起”, 日本物理学会 (宮城), 2016/03/19-22
- ⑤ Chihiro Matsui, “Multi-state extension of the asymmetric simple exclusion process”, Correlations in Integrable Quantum Many-Body Systems (Wuppertal, Germany), 2016/04/11-14
- ⑥ Chihiro Matsui, “Multi-state extension of the asymmetric simple exclusion process”, Workshop on Classical and Quantum Integrable Systems (St. Petersburg, Russia), 2016/07/11-15
- ⑦ Chihiro Matsui, “Multi-state extension of the asymmetric simple exclusion process”, STATPHYS26 (Lyon, France), 2016/07/18-22
- ⑧ Chihiro Matsui, “Spinon excitations in the spin-1 XXZ chain and hidden supersymmetry”, New Trends in Low-Dimensional Physics: Quantum Integrability and Applications (Beijing, China), 2016/09/01-15
- ⑨ 有田 親史, 松井 千尋, “境界付き人嫌い過程における相共存現象”, 日本物理学会 2016 年秋季大会 (金沢), 2016/09/13-16
- ⑩ 松井 千尋, “スピノン 1XXZ 鎖におけるスピノン励起と隠れた超対称性”, 日本物理学会 第 72 回年次大会 (大阪), 2017/03/17-20
- ⑪ Chihiro Matsui, “Exact solvability of the boundary driven diffusive spin-1/2 XXZ chain with non-diagonal boundary magnetic fields”, INTEGRABILITY IN LOW-DIMENSIONAL QUANTUM SYSTEMS (Creswick, Australia), 2017/06/26-07/21
- ⑫ Chihiro Matsui, “Exact solvability of the boundary driven diffusive spin-1/2 XXZ chain with non-diagonal boundary magnetic fields”, Workshop on Classical and Quantum Integrable Systems (Dubna, Russia), 2017/07/24-29
- ⑬ Chihiro Matsui, “Hidden supersymmetry behind the Fateev-Zamolodchikov spin chain”, Fall 2017 Chern-Simons Workshop "Integrability across mathematics and physics" (Berkeley, US), 2017/09/13-15
- ⑭ 松井 千尋, Tomaž Prosen, “非対角境界磁場付き境界散逸スピノン 1/2XXXZ 鎖の可解性”, 日本物理学会 2017 年秋季大会 (盛岡), 2017/09/21-24
- ⑮ Chihiro Matsui, “Exact solvability of the boundary driven diffusive spin-1/2 XXZ chain with non-diagonal boundary magnetic fields”, (Kyoto, Japan), 2017/09/27-30
- ⑯ Chihiro Matsui, “Quasilocal chargers of the XXZ spin chain and integrability of the boundary-driven diffusive system”, Non-Equilibrium Systems and Special Functions (Creswick, Australia), 2018/01/08-02/02

- ⑰ Chihiro Matsui, “Quasilocal charges and non-equilibrium behavior in integrable systems”, Correlations in Integrable Quantum Many-Body Systems (Wuppertal, Germany), 2018/09/03-07

松井 千尋, “可積分系における保存量の準局所性と非平衡現象”, 日本物理学会 2018 年秋季大会 (京都), 2018/09/09-12

〔図書〕 (計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~matsui/index.html>

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号 (8 桁)：

(2) 研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。