

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 19 日現在

機関番号：12613

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2016

課題番号：15K20999

研究課題名(和文) 情報統計力学を用いたシャープ比のピタゴラス定理の構築

研究課題名(英文) Pythagorean theorem of Sharp ratio using statistical mechanical informatics

研究代表者

新里 隆 (SHINZATO, TAKASHI)

一橋大学・森有礼高等教育国際流動化センター・講師

研究者番号：70574614

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,200,000円

研究成果の概要(和文)：我々はレプリカ解析やランダム行列理論を用いてポートフォリオ最適化問題の基本的なモデルのいくつかの最適解について議論してきた。特に投資リスクを最小化する最適解はオペレーションズリサーチの従来手法を用いて評価することが困難であり、その最適解が期待投資リスクを最小にするポートフォリオと一致しないことが知られている。この研究では、レプリカ解析を用いて、1銘柄当たりの最小投資リスクやその集中投資度の典型的な振る舞いを容易に解析することができた。またシャープ比のピタゴラス定理を導出し、数理ファイナンスの新たなフロンティアを創生することができた。

研究成果の概要(英文)：We have examined the optimal solutions of ones of the most fundamental models in portfolio optimization problem using replica analysis and random matrix theory. Especially, it is known that the optimal portfolio which can minimize the investment risk is hard to assess using the previous approach based on operations research and its optimal portfolio is not consistent with the portfolio which can minimize the expected investment risk. In this work, we have examined that the typical behaviors of the minimal investment risk per asset and its investment concentration of the optimal portfolio are easy to resolve using replica analysis. Moreover, from our findings, the Pythagorean theorem of Sharpe ratio was derived easily, and it implies a novel frontier in mathematical finance.

研究分野：数理ファイナンス

キーワード：ポートフォリオ最適化 情報統計力学 レプリカ解析 確率伝搬法 ランダム行列 自己平均性

1. 研究開始当初の背景

投資家が選好する資産運用の指針を提供することができるポートフォリオ最適化は、1959年にMarkowitzにより初めて提案された投資の理論であり、また資産運用を行うためにも必要なツールである。現在でもポートフォリオ最適化に関して様々な研究が行われているが、その中でも近年、オペレーションズリサーチの解析手法では解析が困難なポートフォリオ最適化問題に対して、情報統計力学の解析手法を用いて議論する研究が活発に行われている。Cilibertiらはレプリカ解析を用いて絶対零度極限で得られる絶対偏差モデルや期待ショートフォールモデルの最小投資リスクを解析した。Pafkaらはランダム行列理論を用いて収益率の分散共分散行列からノイズを除去し、さらにMarchenko-Pastur則を用いて集中投資度を解析し、予測値と実際の値を比較した。

2. 研究の目的

近年、情報統計力学の解析手法を用いてポートフォリオ最適化問題を議論する研究が活発に行われているが、これらの先行研究では、リスク回避型の投資家の投資行動における、投資リスクと集中投資度という2つの評価指標について主に議論されてきた。またこれらの先行研究では、保有・予算制約のみが課されており、未だ現実の投資市場を十分に特徴付けているとは言い難い。そこで本研究では、情報統計力学の解析手法を用いて、リスク選好型のポートフォリオ最適化問題の2つの評価指標と、さらに投資家の選好指標であるシャープ比を評価する。またシャープ比が満たすピタゴラス定理を用いて、ポートフォリオ最適化問題のマクロ理論の構築を行い、フロンティアの創成を目指す。

3. 研究の方法

本研究では主に情報統計力学の分野で研究開発された、(1)レプリカ解析、(2)確率伝搬法、(3)ランダム行列アンサンブルの積分公式(Itzykson-Zuber積分)の3つの手法を組み合わせて、シャープ比のピタゴラス定理に代表される、ポートフォリオ最適化問題(リスク回避型やリスク選好型など)のマクロ理論の構築を目的とする。さらに得られた知見を基に実際の最適投資行動となる指針を提供する。はじめに3つの解析手法の特色を以下に列挙する。

○レプリカ解析

投資リスクや集中投資度などの評価指標を典型値解析する際、レプリカ解析は、最適化操作(リスク回避型の場合、リスク関数を最小化する最適解を求めること)と平均化操

作(収益率セットでその評価指標を平均化すること)の両方の操作を効率的に行うことができ、オペレーションズリサーチの解析手法では解析が困難な問題に対しても有効であることが示されている。

○確率伝搬法

確率伝搬法を用いて、個別の収益率セットの背後に含まれる統計性を考慮に入れながら高い精度の近似求解アルゴリズムを開発することができる。既存手法では厳密に最適解を求めるために銘柄数の3乗に比例した計算量を必要とするが、確率伝搬法では銘柄数の2乗に比例した計算量で最適解を求めることが期待できる。

○ランダム行列アンサンブルの積分公式

これは収益率行列をランダム行列と見なし、そのランダム行列の特性を用いて平均評価を行う方法である。特に本研究では分散共分散行列が与えられており、先行研究で開発されたランダム行列アンサンブルの積分公式を拡張する必要がある。

4. 研究成果

以下に示すように本研究期間にて、22件論文を発表し、3件受賞している。以下では主要な結果について解説する。

イ) 収益率間に相関が含まれている場合の最小投資リスクの解析

レプリカ解析を用いて、予算制約が課された投資リスク最小化問題において各銘柄の収益率間に相関が含まれている場合を解析した。特に収益率間に内在する相関を1因子モデルで特徴づけ、既存の解析手法を拡張することで、相関が含まれる場合にも適用することができた。また相関の強度が最小投資リスクに与える影響も定量的に評価することができた。

ロ) 複数制約下での最小投資リスクの典型的な振る舞いの解析

予算制約と集中投資度制約が課された投資リスク最小化問題をレプリカ解析を用いて解析を行った。数値実験で得られた結果(最小投資リスクの厳密解)と提案手法で得られた結果と比較し、両者が一致することを確認した。また従来法のオペレーションズリサーチで得られた結果とも比較したが、残念ながら従来法は厳密解を導出することができないことも確認した。

ハ) 収益率が従う分布が異なる場合の投資リスク最小化問題の最適解の振る舞い

について

各銘柄の収益率の分散が同一とは限らない場合の、予算制約が課された投資リスク最小化問題をレプリカ解析を用いて解析を行った。数値実験で得られた結果（最小投資リスクの厳密解）と提案手法で得られた結果と比較し、両者が一致することを確認した。また従来のオペレーションズリサーチで得られた結果とも比較したが、残念ながら従来法は厳密解を導出することができないことも確認した。

二) 主双対問題に内包された最適化構造の解明

予算制約と期待収益制約が課された投資リスク最小化問題をレプリカ解析を用いて解析を行った。また主双対問題の視点から予算制約と投資リスク制約が課された期待収益最大化問題もレプリカ解析を用いて解析した。数値実験で得られた結果（最小投資リスクの厳密解）と提案手法で得られた結果と比較し、両者が一致することを確認した。また従来のオペレーションズリサーチで得られた結果とも比較したが、残念ながら従来法は厳密解を導出することができないことも確認した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 22 件)

- [1] **Takashi Shinzato**: Replica Analysis for Portfolio Optimization with Single-Factor Model, Journal of the physical Society of Japan, Vol. 86, No. 6, 063802, (2017). 査読審査有。
- [2] **Takashi Shinzato**: Minimal investment risk of a portfolio optimization problem with budget and investment concentration constraints. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, Vol. 2017, 023301, (2017). 査読審査有。
- [3] Taishin Nakamura, Hisashi Yamamoto, **Takashi Shinzato**, Tomoaki Akiba, Xiao Xiao: Proposal of calculation method for the toroidal connected-(1,2)-or-(2,1)-out-of-(m,n):F lattice system with Markov chain, To be accepted in Reliability Modeling with Applications II in Springer, (2017). 査読審査有。
- [4] Taishin Nakamura, Hisashi Yamamoto, **Takashi Shinzato**, Xiao Xiao, Tomoaki Akiba: Reliability of a circular connected-(1,2)-or-(2,1)-out-of-(m, n):F lattice system with identical components, the Institute of Electronics, Information and Communication Engineers (IEICE), Transactions, Vol. E100-A, No. 4, (2017). 査読審査有。
- [5] Liang Syuyu, Yasuhiro Kajihara, Masanobu Eguchi, **Takashi Shinzato**, Kazutoshi Hirata and Erica Kawasaki: Development of Methods and an Apparatus for Counting Stacked Plywood Sheets, Journal of Japan Industrial Management Association, Vol. 68, No. 2, pp. (2017). 査読審査有。
- [6] **新里隆**: レプリカ解析を用いた予算制約・集中投資度制約がある場合の最小投資リスクの理論解析, 京都大学数理解析研究所講究録, to be appeared, (2017). 査読審査無。
- [7] 多田大智, **新里隆**, 肖霄, 山本久志: ランダム行列を用いた予算制約・集中投資度制約がある場合の最小投資リスクの理論解析, 京都大学数理解析研究所講究録, to be appeared, (2017). 査読審査無。
- [8] **Takashi Shinzato**: Portfolio optimization problem with nonidentical variances of asset returns using statistical mechanical informatics. Physical Review E, Vol. 94, No. 6, 062102, (2016). 査読審査有。
- [9] **Takashi Shinzato**: Replica analysis for duality of portfolio optimization problem. Physical Review E, Vol. 94, No. 5, 052307, (2016). 査読審査有。
- [10] 于亜女亭, 梶原康博, 滝聖子, **新里隆**: 食品製造工程における選別作業能力評価手法に関する研究, 日本経営工学会論文誌, Vol. 67, No. 3, pp. 242-251, (2016). 査読審査有。
- [11] Kazutoshi Hirata, Yasuhiro Kajihara, Erika Kawasaki, Masanobu Eguchi and **Takashi Shinzato**: Development of methods and apparatus for counting stacked Plywood sheets in cellular shipment workplace, International Workshop on Cellular Manufacturing/Seru (CM/SERU 2016). (2016). 査読審査有。
- [12] Takuya Mukai, Yasuhiro Kajihara, Masanobu Eguchi and **Takashi Shinzato**: A method for work analysis using UHF RFID, International Workshop on Cellular Manufacturing/Seru (CM/SERU 2016). (2016). 査読審査有。
- [13] Taishin Nakamura, Hisashi Yamamoto, **Takashi Shinzato**, Tomoaki Akiba and Xiao Xiao: Approximations for reliability of the

connected-(1,2)-or-(2,1)-out-of-(m, n):F lattice system, 2016 Asia Pacific Industrial Engineering and management Systems Conference, (APIEMS2016). (2016). 査読審査有 .

- [14] Taishin Nakamura, Hisashi Yamamoto, **Takashi Shinzato**, Tomoaki Akiba and Xiao Xiao: Reliability of a toroidal connected-(1,2)-or-(2,1)-out-of-(m, n):F lattice system, 2016 Asia Pacific international symposium on advanced reliability and maintenance modelling (APARM2016). (2016). 査読審査有 .
- [15] Takumi Ishikawa, **Takashi Shinzato**, Taishin Nakamura and Hisashi Yamamoto: Expansion on ratio $q=p$ for reliability function of linear connected-(1,2)-or-(2,1)-out-of-(3, n):F lattice system, 2016 Asia Pacific international symposium on advanced reliability and maintenance modelling (APARM2016). (2016). 査読審査有 .
- [16] Taishin Nakamura, Hisashi Yamamoto, **Takashi Shinzato**, Tomoaki Akiba and Xiao Xiao: Approximations for Reliability of the Connected-(1,2)-or-(2,1)-out-of-(m, n):F Lattice System, The 3rd East Asia Workshop on Industrial Engineering (EAWIE2016), Taipei, (Taiwan), (2016). 査読審査有 .
- [17] **新里隆**: ラグランジュ未定乗数法を用いた予算制約と期待収益制約が課された最小投資リスクの理論解析, 生命保険論集, Vol. 197, pp. 75-90, (2016). 査読審査無 .
- [18] 石川匠, **新里隆**, 中村太信, 肖霄, 秋葉知昭, 山本久志: 結合システムを用いた Linear Connected (1,2)-or-(2,1)-out-of-(2,n): F システムのシステム信頼度の関係式に関する研究, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 116, No. 69, R2016-3, pp. 13-18, (2016). 査読審査無 .
- [19] **新里隆**: ランダム行列の漸近固有値分布を用いた平均分散モデルの投資リスクの理論評価, 日本金融・証券計量・工学学会, 第 45 回ジャファイ大会, (2016). 査読審査無 .
- [20] 中村太信, **新里隆**, 山本久志, 肖霄: マルコフ過程を用いたトーラス型 connected-(1,2)-or-(2,1)-out-of-(m; n):F システムの信頼度算出方法 ~ non-i.i.d.の場合 ~, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol.116, No. 69, R2016-3, pp. 13-18, (2016). 査読審査無 .
- [21] **Takashi Shinzato** and Muneki Yasuda: Belief Propagation Algorithm for Portfolio Optimization Problems,

Public Library of Science One, Vol. 10, No. 8, e0134968, (2015). 査読審査有 .

- [22] **Takashi Shinzato**: Self-Averaging Property of Minimal Investment Risk of Mean-variance Model, Public Library of Science One, Vol. 10, No. 7, e0133846, (2015). 査読審査有 .

〔その他〕

受賞歴 (3 件)

- [1] 優秀研究奨励賞: かんぽ財団, (2017).
[2] 論文賞: 日本経営工学会, (2017).
[3] Best Paper Award: Asia-Pacific International Symposium on Advanced Reliability and Maintenance Modeling (APARM), (2016).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

新里 隆 (SHINZATO Takashi)

一橋大学・森有礼高等教育国際流動化センター・専任講師

研究者番号: 70574614